第 11 卷第 2 期
1994 年 4 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 11, No. 2
Apr., 1994

双线性随机离散系统的协方差配置控制及设计*

王子栋　　　　郭　治

（南京理工大学应用数学系·南京，210014）（南京理工大学自动控制系·南京，210014）

摘要：本文提出并讨论了一类双线性随机离散系统的协方差配置控制问题. 给出了由状态反馈可配置的状态协方差的集合，以及能配置这些状态协方差的状态反馈增益阵的集合. 在状态方差受约束的情形下，本文给出了反馈控制器的设计步骤及数值例子.

关键词：双线性随机离散系统；协方差控制；状态协方差配置

1 引　言

在随机控制问题中，性能指标常常表示为系统的状态方差或其上界的形式. 如置于运动载体上的激光通信系统[1]，其主要性能指标（稳定度、切换频率等）在一些特定的条件下完全决定于系统被控量及其有限阶均方导数的方差. 这种对系统被控量（状态或输出）及其导数的方差直接提出指标要求的控制系统设计问题，一般不能用线性二次型控制等成熟理论来解决. 因为线性二次型控制理论所用的性能指标是一个并无实际意义的标量，使系统被控量的加权平方和最小，并不能保证每个分量满足要求. 对各分量的给定协方差值，这种方法不能保证满足要求的权系数存在. 即使权系数存在，解决这类问题可用的迭代算法[2,3]的收敛性都没有得到证明.

协方差控制理论[4,5]是八十年代发展并成熟起来的一种新的系统理论. 该理论是针对线性稳定定常系统，设计反馈控制器，以使闭环系统稳态状态协方差达到指定值的一种方法. 对于以系统的状态方差或其上界作为性能指标的随机控制问题，协方差控制方法与大多数控制系统设计方法不同，它能使系统每个状态的方差达到要求，从而提供了一种直接有效的控制方法.

在工程系统中，许多问题具有双线性性[6]，必须采用双线性模型来研究. 另外，对于许多比较复杂的非线性系统采用双线性模型又便于分析和近似逼近非线性系统. 对于双线性系统的控制，已有大量成果[7]，并得到广泛的应用. 本文将讨论双线性随机离散系统的协方差控制问题，也就是设计线性状态反馈控制器，使闭环系统的状态协方差达到预先给定值. 并在方差受约束的情况下，给出具体的设计步骤.

2 问题的描述

考虑稳定的时不变系统：

$$x(k+1)=[A+\sum_{i=1}^{m}N_iv_i(k)]x(k)+Bu(k)+Dw(k),$$

* 国家教委博士点资金资助项目.
本文于1992年10月20日收到. 1993年5月8日收到修改稿.

$$y(k) = Cx(k),$$
$$E[w(k+i)w(k)^{\mathrm{T}}] = W\delta(i);\ W > 0, \tag{1}$$

这里 $x\in \mathrm{R}^{n_x}, u\in \mathrm{R}^{n_u}, w\in \mathrm{R}^{n_w}, y\in \mathrm{R}^{n_y}, v_i\in \mathrm{R}\,(i=1,2,\cdots,m)$，且 A,N_i,B,D,C,W 为适维常数矩阵. w 和 v_i 是相互独立的零均值高斯白噪声过程. $w(k)$ 及 $v_i(k)$ 均与 $x(0)$ 独立. $v_i(k)$ 的方差为 1. "$[\cdot]>0$"和"$[\cdot]\geqslant 0$"分别表示正定和半正定. 并假定激励器线性无关(即 B 列满秩)，且 $C=[I_{n_y},\ 0]$(即前 n_y 个状态为输出). 方程(1)称为双线性随机离散系统.

设控制律为

$$u(k) = Gx(k). \tag{2}$$

记 X 为状态向量 x 的协方差(即 $X=\lim\limits_{k\to\infty}E[x(k)x^{\mathrm{T}}(k)]$). 我们希望找到这样的控制器 G，使得状态协方差达到指定值 $\overline{X}(\overline{X}=\overline{X}^{\mathrm{T}}>0)$. 这样的问题称为状态协方差配置问题.

若 G 可稳，则 $\overline{X}=\overline{X}^{\mathrm{T}}>0$，其中 $\overline{X}$ 是如下离散李雅普诺夫方程的唯一解：

$$\overline{X} = (A+BG)\overline{X}(A+BG)^{\mathrm{T}} + \sum_{i=1}^{m}N_i\overline{X}N_i^{\mathrm{T}} + DWD^{\mathrm{T}}. \tag{3}$$

假定 G 未知，且 $\overline{X}=\overline{X}^{\mathrm{T}}>0$ 给定，则状态协方差配置问题可描述为：i) 给出可配置的状态协方差的集合 $\overline{X}_s=\{\overline{X}:\overline{X}=\overline{X}^{\mathrm{T}}>0$，存在 G 满足(3)$\}$. ii)对任意 $\overline{X}\in\overline{X}_s$，给出反馈控制律的集合 $G_s(X)=\{G:G$ 满足(3)$\}$.

进一步，我们将给出设计步骤，选择适当的 $\overline{X}\in\overline{X}_s$，设计反馈控制器 G 使闭环系统具有如下性质：

$$\bar{y}_i^2 \leqslant \sigma_i^2,\quad (i=1,2,\cdots,n_y), \tag{4}$$
$$\bar{u}_i^2 \leqslant \lambda_i^2,\quad (i=1,2,\cdots,n_u). \tag{5}$$

其中 $\bar{y}_i^2=E(y_i^2)$ 及 $\bar{u}_i^2=E(u_i^2)$ 分别为第 i 个输出和输入的方差，σ_i^2 及 λ_i^2 分别为由性能指标要求产生的对系统输出、输入的方差约束.

3 状态协方差配置问题的解

引理 1[8](Polar 分解) 任给 $M\in \mathrm{R}^{n\times n}$，$\mathrm{rank}M=r$，其都可以表示为：$M=HV$，其中 H 为半正定对称阵，V 为正交矩阵. 若 $r=n$，则 V 唯一；若 $r<n$，则 V 不唯一. H 一定是唯一的.

引理 2[8] 设 $M\in \mathrm{R}^{n\times n}$，$\mathrm{rank}M=r$，用矩阵的奇异值分解，有：$M=E\Lambda F^{\mathrm{T}}$. 其中 E 和 F 是正交阵，$\Lambda=\mathrm{diag}(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_n)$，且 $\sigma_1\geqslant\sigma_2\geqslant\cdots\geqslant\sigma_r=0=\sigma_{r+1}=\cdots=\sigma_n$. 又定义

$$V_s = \{V: V = E\begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & U_0 \end{bmatrix}F^{\mathrm{T}},\ U_0\in \mathrm{R}^{(n-r)\times(n-r)}\ \text{正交}\},$$

则如引理 1 中 $M=HV$ 的充要条件是：$V\in V_s$ 且 $H=\sqrt{MM^{\mathrm{T}}}=E\Lambda E^{\mathrm{T}}$. 其中 $\sqrt{[\cdot]}$ 表示 $[\cdot]$ 的唯一半正定平方根.

下面的定理将给出控制器存在的充要条件.

定理 1 考虑可稳的完全可控的双线性随机离散系统

$$\begin{cases} x(k+1) = [A + \sum\limits_{i=1}^{m}N_iv_i(k)]x(k) + Bu(k) + Dw(k), \\ u(k) = Gx(k), \\ E[w(k)w(k+i)^{\mathrm{T}}] = W\delta(i);\ W > 0, \end{cases} \tag{6}$$

这里 w 和 v_i 的假设同(1).

对方程(6)所示的闭环系统，存在状态反馈增益阵 G 使系统稳态状态协方差达到预先指定值 $\overline{X}$ 的充要条件是：

$$\overline{X}=\overline{X}^{\mathrm{T}}>0, \tag{7}$$

$$\overline{X}\geqslant DWD^{\mathrm{T}}+\sum_{i=1}^{m}N_i\overline{X}N_i^{\mathrm{T}}, \tag{8}$$

$$(I-BB^{+})(A\overline{X}A^{\mathrm{T}}-\overline{X}+DWD^{\mathrm{T}}+\sum_{i=1}^{m}N_i\overline{X}N_i^{\mathrm{T}})(I-BB^{+})=0. \tag{9}$$

其中 B^{+}表示 B 的摩尔-彭罗斯(Moore-Penrose)逆.

必要性的证明：据假定，系统可控且存在状态反馈增益阵 G 满足方程(3)，可很容易得到(7)，(8).

为证明(9)式成立，我们假定 T 为 $\overline{X}$ 的任意平方根因子(即 $TT^{\mathrm{T}}=\overline{X}$). 由引理 1，我们得到 $(A+BG)T$ 的 Polar 分解为：

$$(A+BG)T=HV. \tag{10}$$

其中 $H=\sqrt{(A+BG)T\cdot[(A+BG)T]^{\mathrm{T}}}=\sqrt{(A+BG)\overline{X}(A+BG)^{\mathrm{T}}}$ 且 V 是正交的. 由方程(3)，我们得到

$$(A+BG)\overline{X}(A+BG)^{\mathrm{T}}=\overline{X}-DWD^{\mathrm{T}}-\sum_{i=1}^{m}N_i\overline{X}N_i^{\mathrm{T}}, \tag{11}$$

从而

$$(A+BG)T=HV=\sqrt{\overline{X}-DWD^{\mathrm{T}}-\sum_{i=1}^{m}N_i\overline{X}N_i^{\mathrm{T}}}\cdot V. \tag{12}$$

由[9,10]中的结果，存在 G 满足(12)的充要条件是：

$$BB^{+}\left(\sqrt{\overline{X}-DWD^{\mathrm{T}}-\sum_{i=1}^{m}N_i\overline{X}N_i^{\mathrm{T}}}\cdot VT^{-1}-A\right)$$

$$=\sqrt{\overline{X}-DWD^{\mathrm{T}}-\sum_{i=1}^{m}N_i\overline{X}N_i^{\mathrm{T}}}\cdot VT^{-1}-A,$$

或

$$(I-BB^{+})\sqrt{\overline{X}-DWD^{\mathrm{T}}-\sum_{i=1}^{m}N_i\overline{X}N_i^{\mathrm{T}}}\cdot V=(I-BB^{+})AT. \tag{13}$$

方程(13)可表示为

$$NV=P. \tag{14}$$

这里

$$N=(I-BB^{+})\sqrt{\overline{X}-DWD^{\mathrm{T}}-\sum_{i=1}^{m}N_i\overline{X}N_i^{\mathrm{T}}}, \tag{15}$$

$$P=(I-BB^{+})AT. \tag{16}$$

(14)式两边各乘其转置，得到

$$NN^{\mathrm{T}}=PP^{\mathrm{T}}. \tag{17}$$

而(17)式恰与(9)式等价. 从而必要性得证.

充分性的证明：若(7)，(8)两式成立，则如(15)，(16)式 N,P 的定义有意义. 假设方程

(17)成立. 由引理 2,具有秩为 r 的对称半正定阵 PP^T 可表示为

$$PP^T = L\Lambda^2 L^T. \tag{18}$$

其中 L 为正交阵,$\Lambda=\mathrm{diag}(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_{n_x})$,且 $\sigma_1\geqslant\sigma_2\geqslant\cdots\geqslant\sigma_r>0=\sigma_{r+1}=\cdots=\sigma_{n_x}$. 从而

$$NN^T = L\Lambda^2 L^T. \tag{19}$$

由引理 2,P 和 N 可表示为

$$N = L\Lambda E^T, \tag{20}$$

$$P = L\Lambda F^T. \tag{21}$$

这里 E,F 为正交阵且满足

$$N^TN = E\Lambda^2E^T, \tag{22}$$

$$P^TP = F\Lambda^2F^T. \tag{23}$$

这样,我们取 V 为 EF^T,则有

$$L\Lambda E^TV = L\Lambda F^T, \quad \text{即} \quad NV = P.$$

由(13)(14),则存在 G 满足

$$(A + BG)T = \sqrt{\overline{X} - DWD^T - \sum_{i=1}^{m} N_i\overline{X}N_i^T} \cdot V. \tag{24}$$

(24)式两边各乘其转置,则得到方程(3). 从而充分性得证.

当双线性随机离散系统(1)满足定理 1 中的充要条件时,则存在增益 G 使得状态协方差 X 达到预先指定值 $\overline{X}$. 下面的定理是本文的主要结果,它给出了状态协方差配置问题的解的集合.

定理 2 考虑方程(1)所示的双线性随机离散系统,假定定理 1 的条件满足,则对任意可配置的协方差 $\overline{X}$,反馈增益阵 G 的集合为:

$$\Omega = \{G: G = B^+ (\sqrt{\overline{X} - DWD^T - \sum_{i=1}^{m} N_i\overline{X}N_i^T} \cdot E\begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & U_0 \end{bmatrix} F^TT^{-1} - A) + (I_{n_u} - B^+ B)Y\}. \tag{25}$$

其中矩阵 T,N,P,E,F 如定理 1 的证明中所定义,$U_0\in \mathrm{R}^{(n_x-r)\times(n_x-r)}$ 为任意正交阵,$Y\in \mathrm{R}^{n_u\times n_x}$ 为任意矩阵.

证 在定理 1 的证明中,我们知道条件(8),(9)等价于

$$A + BG = \sqrt{\overline{X} - DWD^T - \sum_{i=1}^{m} N_i\overline{X}N_i^T} \cdot VT^{-1}, \tag{26}$$

这里 $V\in V_s$(见引理 2)是正交阵且 T 为 X 的任意平方根因子.

由[9,10]中的结果,G 是(26)的解当且仅当 G 可表示为:

$$G = B^+ (\sqrt{\overline{X} - DWD^T - \sum_{i=1}^{m} N_i\overline{X}N_i^T} \cdot VT^{-1} - A) + (I_{n_u} - B^+ B)Y.$$

其中 $Y\in \mathrm{R}^{n_u\times n_x}$,则定理 2 得证.

通过对定理 1,2 的分析,我们发现对适当的 $\overline{X}$,选择不同的 U_0 和 Y 可产生 Ω 中不同的解(即 Ω 为一个解集). 究其原因,状态协方差配置问题是一个多目标设计问题,其自由度可用来满足所期望的新的约束(如考虑鲁棒性、有限拍控制等).

4 约束的方差设计方法

本节的目的首先是选择适当的 $\overline{X}$ 满足指标要求

$$[\overline{X}]_{ii} \leqslant \sigma_i^2, \quad (i = 1, 2, \cdots, n_y). \tag{27}$$

其次是求出满足上述要求的反馈控制律 G. 为此,有必要研究 $\overline{X}$ 的性质.

我们使用文献[11]中的方法,将矩阵方程转化为向量及降维向量的形式. 这种方法通常用来求解线性矩阵方程.

考虑通常的线性矩阵方程

$$\sum_i K_i \overline{X} L_i + \sum_j M_j \overline{X}^{\mathrm{T}} V_j = J. \tag{28}$$

其中矩阵 $K_i, L_i, M_j, V_j, J, \overline{X}$ 的维数分别为 $p\times s, t\times q, p\times t, s\times q, p\times q, s\times t$.

我们需要如下记号.

$$(E_{p\times q}^{q\times p}) \triangleq [(E_{p\times q}^{ij})_{ji}], \quad (j = 1, 2, \cdots, q;\ i = 1, 2, \cdots, p).$$

这里 $E_{p\times q}^{ij}$为 $p\times q$ 维单位矩阵,在第 ij 个位置为 1 而在其余位置的元素均为 0.

$\otimes$表示克罗克尔(Kronecker)积.

$$\underset{pq\times st}{P} \triangleq \sum_i L_i^{\mathrm{T}} \otimes K_i + E_{p\times q}^{q\times p}\left(\sum_j V_j^{\mathrm{T}} \otimes M_j\right),$$

$f(n) \triangleq n(n+1)/2$ 为整数函数,

$$\underset{f(s)\times 1}{\mathrm{rcs}}\ Z \triangleq [Z_{11}\ Z_{21}\ \cdots\ Z_{s1} \mid Z_{22}\ \cdots\ Z_{s2} \mid \cdots \mid Z_{ss}]^{\mathrm{T}}$$

$$= [Z_{ij}] (j = 1, 2, \cdots s;\ i = j,\ j+1, \cdots, s),$$

$$\underset{f(s)\times s^2}{\hat{D}(s)} \triangleq [(e_s^{i\mathrm{T}} \otimes e_s^{j\mathrm{T}})_{ij}], \quad (i, j = 1, 2, \cdots, s).$$

这里 e_s^K 为 s 维单位向量,在第 K 个位置为 1 而在其它位置为 0,T 为转置符号.

$$\underset{s^2\times f(s)}{\hat{T}(s)} \triangleq [(e_{f(s)}^{m(s,i,j)})_{ij}^{\mathrm{T}}], \quad (i, j = 1, 2, \cdots, s).$$

其中 $m(s,i,j)$由下式定义

$$m(s,i,j) = \begin{cases} (j-1)s - j(j-3)/2 + (i-j), & \text{对 } j \leqslant i, \\ (i-1)s - i(i-3)/2 + (j-i), & \text{对 } i < j. \end{cases}$$

引理 3[11]　若式(28)的 $s\times s$ 维解矩阵 $\overline{X}$ 对称,则由上述定义,矩阵(28)可转化为如下等价的向量方程

$$p^* \mathrm{rcs}\overline{X} = \mathrm{rcs} J, \tag{29}$$

其中 $p^* \triangleq \hat{D}(S) P \hat{T}(s)$.

下面我们将介绍约束的方差设计方法. 定义线性算子 $\mathrm{vec}(\overline{X}) \in \mathrm{R}^{f(n_x)}$.

其中
$$\mathrm{vec}(\overline{X}) \triangleq [\mathrm{diag}(\overline{X})^{\mathrm{T}}, \mathrm{nd}(\overline{X})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \tag{30}$$

且 $\mathrm{diag}(\overline{X}) \in \mathrm{R}^{n_x}$及 $\mathrm{nd}(\overline{X}) \in \mathrm{R}^{n_x(n_x-1)/2}$由下式定义

$$\mathrm{diag}(\overline{X}) = [\overline{X}]_{ii}, \quad (i = 1, 2, \cdots, n), \tag{31a}$$

$$\mathrm{nd}(\overline{X}) = [\overline{X}]_{ij}, \quad (j = 1, 2, \cdots, n-1;\ i = j+1, \cdots, n). \tag{31b}$$

从而算子 $\mathrm{vec}(\overline{X})$可将每一个 $n_x\times n_x$ 对称阵映射到 $\mathrm{R}^{f(n_x)}$上的一个点. 显然,存在置换矩阵 E 使得 $\mathrm{rcs}(\overline{X}) = E\cdot\mathrm{vec}(\overline{X})$.

由引理3以及对矩阵$(I - BB^+)$作一些必要的化简,方程(9)可转化为如下形式:

$$Y \mathrm{vec}(\overline{X}) = q \tag{32}$$

这里 Y 是由矩阵 $(I-BB^+)$, A, N_i 所决定的 $f(r)\times f(n_z)$ 维矩阵；q 是由矩阵 $(I-BB^+)$ 和 DWD^{T} 决定的一个 $f(r)$ 维向量；$r=n_z-\mathrm{rank}(B)$.

式(32)的通解可表示为[11]：

$$\mathrm{vec}(\overline{X}) = t + JK_c. \tag{33}$$

其中 $t=Y^+q$, $J=I-Y^+Y$, K_c 为适维的任意向量.

更进一步，式(32)可写成

$$[Y_1\ Y_2]\begin{bmatrix}\mathrm{diag}(\overline{X})\\ \mathrm{nd}(\overline{X})\end{bmatrix} = q. \tag{34}$$

从而我们可由 $\mathrm{diag}(\overline{X})$ 求出 $\mathrm{nd}(\overline{X})$：

$$Y_2\mathrm{nd}(\overline{X}) = q - Y_1\mathrm{diag}(\overline{X}). \tag{35}$$

现在，我们定义实向量 $\alpha\in\mathrm{R}^{n_z}$：

$$\alpha_i = \begin{cases}\sigma_i^2, & i=1,2,\cdots,n_y, \quad (36)\\ \infty, & i=n_y+1,\cdots,n_z, \quad (37)\end{cases}$$

这样我们得到如下定理.

定理 3　考虑方程(1),(2)决定的闭环系统，则存在状态反馈增益 G 配置给定状态协方差 $\overline{X}(\overline{X}=\overline{X}^{\mathrm{T}}>0)$ 且闭环系统具有性质 $\bar{y}_i^2\leqslant\sigma_i^2$ 的充要条件是：

$$Y\mathrm{vec}(\overline{X}) = q, \tag{38}$$

$$\mathrm{diag}(\overline{X}) \leqslant \alpha. \tag{39}$$

其中 Y, q 如前定义.

这样，双线性离散系统的约束方差设计问题可转化为求解线性规划问题(38),(39). 需要指出的是，因方程(38)由方程(9)演变而来，由上述方法求出的 $\overline{X}$ 必满足(9)式，但不一定满足(7),(8)两式，从而不一定可配置，我们可利用 $\mathrm{diag}(\overline{X})$ 选取的自由度来寻找合适的 $\overline{X}$.

至此，我们可得到如下的设计步骤.

步骤 1　将矩阵方程(9)改写成降维向量的形式(29)，求出 p^*.

步骤 2　由(29)式解出 Y 和 q，得到 Y_1, Y_2.

步骤 3　选择满足要求的 $\mathrm{diag}(\overline{X})$，由(35)式求出 $\mathrm{nd}(\overline{X})$，从而得到 $\overline{X}$.

步骤 4　验证该 $\overline{X}$ 是否满足条件(7),(8). 若不满足，转步骤3.

步骤 5　由定理2解算出反馈律 G.

说明　因状态协方差配置控制问题实质上是一个多目标设计问题，其解集可能为空的，也可能有唯一值或者多值. 为保证解集为非空集合，有必要进一步研究系统方程与目标函数的相容性问题. 另外，如何对上述设计方法加以改进，以保证在有限步内找到合适的协方差；或者直接由可配置条件(7),(8),(9)求出 $\overline{X}$ 的表达式，以便从中选取满足约束条件(39)的合适的协方差，这些都有待进一步研究.

5　设计举例

考虑方程(1)所示系统，取 $m=2$，系统参数为：

$$A = \begin{bmatrix}-3 & 9\\ -2 & -4\end{bmatrix},\quad N_1 = \begin{bmatrix}0.5 & 1\\ 2 & 3\end{bmatrix},\quad N_2 = \begin{bmatrix}0.5 & -1\\ 2 & 1\end{bmatrix},$$

$$B^T=[0.5\quad 0.3],\quad D^T=[10\quad 6],\quad C=I_2,\quad W=1.$$

希望设计反馈控制律 G,使得 $\overline{X}$ 具有性质:

$$[\overline{X}]_{11}\leqslant 0.09,\quad [\overline{X}]_{22}\leqslant 0.42.$$

由定理3,我们可得到

$$p^*\mathrm{rcs}(\overline{X})=0$$

这里

$$p^*=\hat{D}(2)P\hat{T}(2)=\begin{bmatrix}1.7321 & 6.1243 & 0.3062\\ -3.6245 & -21.4217 & -0.3062\\ 6.8413 & 25.6082 & 0.1773\end{bmatrix}.$$

从而

$$Y=[1.7321\quad 0.3062\quad 6.1243],\quad q=0,$$
$$Y_1=[1.7321\quad 0.3062],\quad Y_2=6.1243.$$

由状态协方差的上界,我们选择 $\mathrm{diag}(\overline{X})^T=[0.08,\ 0.41]$. 解方程(36),我们得到 $\mathrm{nd}(\overline{X})=-0.0431$. 从而 $\overline{X}=\begin{bmatrix}0.08 & -0.0431\\ -0.0431 & 0.41\end{bmatrix}$. 经验证,$\overline{X}$ 符合定理1的要求.

将 A,N_1,N_2,B,D,W 和 $\overline{X}$ 代入方程(25),可得到反馈控制器 G 为:

$$G=[-1472.3,\ -205.8].$$

6 结　　论

本文讨论了双线性随机离散系统的状态协方差配置问题,给出了其解存在的充要条件及表达式. 在方差受约束的条件下,给出了一种直接的反馈控制器的设计方法. 至于解的存在性、唯一性、有限拍性、鲁棒性等尚待进一步研究.

参 考 文 献

[1] 徐刚,陈学敏,郭治. 一类工程系统的 q 马尔柯夫输出协方差配置控制. 自动化学报,1991, 17(6):669—675

[2] Skelton, R. E. and DeLorenzo, M. L.. Space Structure Control Design by Variance Assignment. J. Guid. Contr. Dynam., 1985, 8(6):454—462

[3] Makila, P. M., Westerland, T. and Toivonen, H. T.. Constrained Linear Quadratic Gauss Control with Process Application. Automatica, 1984, 20(1):15—29

[4] Hotz, A. and Skelton, R. E.. Covariance Control Theory. Int. J. Contr., 1987, 46(1):13—32

[5] Hsieh, C. and Skelton, R. E.. All Covariance Controllers for Linear Discrete-Time Systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1990, AC-35(8):908—915

[6] Mohler, R. R.. Bilinear Control Process: with Application to Engineering and Medicine. Academic Press, New York, 1973

[7] Mohler, R. R. and Kolodziej, W. J.. An Overview of Stochastic Bilinear Control Processes. IEEE Trans., SMC-10 (12):913—918

[8] Kwakernaak, H. and Sivan, R.. Linear Optimal Control Systems. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1980

[9] Gantmacher, F.. The Theory of Matrices. Chelsea, Inc., New York, 1974

[10] Ben-Israel, A. and Greville, T. N. E.. Generalized Inverses: Theory and Applications. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1974

[11] Vetter, W. J.. Vector Structures and Solutions of Linear Matrix Equation. Linear Algebra and Application, 1975, 10: 181—188

Covariance Assignment Control and Design for Bilinear Stochastic Discrete Systems

WANG Zidong

(Department of Applied Mathematics, Nanjing University of Science and Technology·Nanjing, 210014, PRC)

GUO Zhi

(Department of Automatic Control, Nanjing University of Science and Technology·Nanjing, 210014, PRC)

Abstract: In this paper the problem of covariance assignment control for bilinear stochastic discrete systems is introduced and discussed. The entire set of state covariance which may be assigned by state feedback is characterized and the set of all feedback controllers which may assign an admissible covariance to the system is also given. Upon the conditions that the state variance is constrained, the method of designing desired controllers is presented and an example is also provided.

Key words: bilinear stochastic discrete systems; covariance control; state covariance assignment

本文作者简介

王子栋 1966年生. 1986年于苏州大学获数学学士学位, 1988年于上海中国纺织大学获应用数学硕士学位, 现为南京理工大学应用数学系讲师, 自动控制专业在职博士研究生. 目前主要研究兴趣为系统建模, 随机系统控制设计等.

郭 治 1937年生. 1961年毕业于哈尔滨军事工程学院, 现为南京理工大学信息自动化与制造工程学院院长, 国务院学位委员会学科评议组成员, 中国兵工学会理事, 教授, 博士生导师. 长期从事控制理论与应用技术的教学与研究工作. 目前主要研究领域为滤波与随机控制.