第 11 卷第 3 期
1994 年 6 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 11, No. 3
Jun., 1994

机器人隐式自适应控制*

徐建闽　周其节　　　　梁天培
(华南理工大学自动化系·广州，510641)　(香港理工学院机械与轮机工程系)

摘要：本文提出了一种隐式机器人自适应逆动态控制方法，不用估计机械手的参数，而根据不确定性界的函数直接修正反馈增益．对于机器人模型中的不确定性，本文从理论上证明了跟踪误差的终结有界性，该方法具有设计方便，计算量小的优点，仿真结果验证了该方法的有效性．

关键词：机器人；逆动力学；隐式自适应控制；终结有界控制

1 引　言

在机器人手臂的控制中，人们希望机械手既能快速运动，又具有较好的跟踪精度．近年来已有许多方法问世，如逆动态控制、变结构控制，自适应控制等等．这些方法有各自的特点，适应于不同的控制环境和要求．如果机械手关节的参数和负载已知，逆动态控制方法[1~7]是十分有效的，它理论上可保证精确的跟踪．然而不确定性因素不可避免地存在于机械手的运动中，因此研究具有不确定性的机器人模型的控制问题，在理论和应用上都具有重要意义．研究结果表明[1~10]：自适应控制是一种有效的克服摄动和扰动的方法．本文考虑了不确定因素对机器人控制的影响，提出一种隐式自适应控制方案，不用估计机械手关节的参数，而是根据不确定性界的估计直接调整反馈增益．

考虑 n 关节机械手的动力学模型

$$D(q)\ddot{q} + H(q,\dot{q}) = \tau. \tag{1}$$

其中 $q,\dot{q},\ddot{q}\in \mathrm{R}^n$，分别为广义关节位移、速度和加速度向量；$\tau\in \mathrm{R}^n$ 是各关节的输入力矩；$D(q)\in \mathrm{R}^{n\times n}$ 为机械手的惯性矩阵；$H(q,\dot{q})\in \mathrm{R}^n$ 是表征离心力、哥氏力和重力的非线性耦合项．虽然(1)是一类复杂的非线性方程，但它有几个基本性质可被用于控制系统的设计，现叙述如下：

性质 1　惯性阵 $D(q)$ 是正定对称阵，对所有 $q\in \mathrm{R}^n$，$D(q)$ 和 $D^{-1}(q)$ 一致有界．

性质 2　每个自由度均对应一个独立的控制输入．

性质 3　选定一组适当的机械手和负载参数，(1)的左边可表示成

$$D(q)\ddot{q} + H(q,\dot{q}) = F(p)y(q,\dot{q},\ddot{q}). \tag{2}$$

其中 $p\in \mathrm{R}^m$ 是系统参数向量(包括各杆长度、质量、惯量、负载等)，在机械手运动过程中具有一定程度的不确定性；$F(p)$ 是以 p 的连续函数为元素而构成的矩阵；$y(q,\dot{q},\ddot{q})$ 是以 $q,\dot{q},\ddot{q}$ 的连续函数为元素而构成的向量．

---

* 高等学校博士点专项基金、广东省自然科学基金资助项目．
本文于1992年10月16日收到．1993年12月6日收到修改稿．

说明 1 (2)式与文献中常见的形式有所不同，但很容易由常见形式推出(2)的表达形式也成立，本文仿真部分将给出两关节机器人在这种形式下的表示例子.

设 p_0 是 p 的一个验前估计，令

$$D_1(q) = D^{-1}(q)D_0(q). \tag{3}$$

其中 $D_0=D_0^T>0$，是 D 在 p_0 下的验前估计阵.

定义集合

$$\Omega = \{p, p_0: 使\ D_1(q)\ 满足正定条件, \forall\ q \in \mathbf{R}^n\}.$$

说明 2 仿真表明，即使 p 与 p_0 的误差达到 50%，$D_1(q)$ 仍保持正定.

综合问题可叙述为：给定二阶可微的期望轨迹 $q_d\in\mathbf{R}^n$，以及位置跟踪精度 $\varepsilon>0$ 与速度跟踪精度 $\varepsilon_1>0$，假定机械手的参数 p 未知，确定关节力矩的控制律，使

$$\| e(t) \| < \varepsilon, \quad \| \dot{e}(t) \| < \varepsilon_1, \quad \forall\ t \geqslant T. \tag{4}$$

其中 $e(t)=q(t)-q_d(t)$，T 为一有限的时间.

如果模型(1)中的参数已知，下面的逆动态控制律[1~7]可被使用

$$\tau = D(q)(\ddot{q}_d - K_V\dot{e} - K_pe) + H(q,\dot{q}), \tag{5}$$

如果增益 K_V 和 K_p 选为对角线元为正数的对角阵，那么闭环系统是线性、解耦的，且为全局指数稳定的. 如果机械手参数是未知或时变的，为了克服动态特性的变化，达到高的控制精度，实施逆动态控制的自适应方案是十分必要的.

本文选取如下形式的逆动态控制律：

$$\tau = D_0(q)(\ddot{q}_d - (\lambda_0 + \lambda)\dot{e} - \lambda_0\lambda e) + H_0(q,\dot{q}). \tag{6}$$

其中 $D_0=D_0^T>0$，H_0 是 D,H 在固定参数 p_0 下的验前估计阵，$\lambda_0>0$ 是增益的固定部分，而 $\lambda\geqslant 0$ 是自适应增益部分. 注意到 D_0 和 H_0 不用在线修正，可省去许多计算量.

2 主要结果

将(6)代入(1)，并注意(2)，得

$$D\ddot{e} + \lambda_0 D\dot{e} + Fy_d = F_0y_d - \lambda D_0(\dot{e} + \lambda_0 e). \tag{7}$$

其中 $y_d \triangleq y(q,\dot{q},\ddot{q}_d-\lambda_0\dot{e})$，$F_0$ 是 F 的验前估计阵，令

$$s = \dot{e} + \lambda_0 e, \tag{8}$$

由(7)和(8)我们得

$$\dot{s} = -\lambda D^{-1}D_0 s + D^{-1}(F_0 - F)y_d. \tag{9}$$

由上一节谈到的机械手的性质可知，存在三个正的常数 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$，使 $\forall\ q\in\mathbf{R}^n, p, p_0\in\Omega$，成立

$$\| D^{-1} \| \leqslant \alpha_1, \quad \| F_0 - F \| \leqslant \alpha_2, \quad \lambda_{\min}[D_1] > \alpha_3, \tag{10}$$

令 $\alpha=\alpha_1\alpha_2/\alpha_3$，$\hat{\alpha}$ 为 α 的估计. 下面给出关于 s 相轨迹的终结有界控制定理.

定理 1 设施加于机械手模型(1)的控制力矩为(6)，其中 λ 按如下规则修正：

$$\dot{\hat{\alpha}} = \begin{cases} \eta\|s\|\|y_d\|, & 当\ \|s\| \geqslant \delta, \\ 0, & 当\ \|s\| < \delta, \end{cases} \tag{11a}$$

$$\hat{\alpha}(t_0) \geqslant 0, \tag{11b}$$

$$\lambda = \hat{\alpha}\| y_d \| / \delta. \tag{11c}$$

其中 $\eta>0$，$\delta>0$，则对任意给定的 $\bar{\delta}>0$，若 δ 的选取使 $\delta<\bar{\delta}$，则存在有限时间 t_1，使

$\| s \| < \bar{\delta}, \forall\, t \geqslant t_1$ 成立.

证　设候选的 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \frac{1}{2\alpha_3} s^{\mathrm{T}} s + \frac{1}{2\eta}(\alpha - \hat{\alpha})^2. \tag{12}$$

$V(t)$沿(9)的导数为

$$\dot{V}(t) = -\frac{\lambda}{\alpha_3} s^{\mathrm{T}} D^{-1} D_0 s + \frac{1}{\alpha_3} s^{\mathrm{T}} D^{-1}(F_0 - F) y_d - \frac{1}{\eta}(\alpha - \hat{\alpha})\dot{\hat{\alpha}}. \tag{13}$$

由(10)当 $s \neq 0$时

$$s^{\mathrm{T}} D^{-1}(F_0 - F) y_d \leqslant \alpha_1 \alpha_2 \|y_d\| \|s\|, \tag{14}$$

$$s^{\mathrm{T}} D^{-1} D_0 s \geqslant \lambda_{\min}[D_1] \| s \|^2 > \alpha_3 \| s \|^2, \tag{15}$$

于是(13)可写成

$$\dot{V} < -\lambda \| s \|^2 + \alpha \| y_d \| \, \| s \| - \frac{1}{\eta}(\alpha - \hat{\alpha})\dot{\hat{\alpha}}, \tag{16}$$

利用(11a),当$\|s\| \geqslant \delta$ 时

$$\dot{V} < -(\lambda\|s\| - \hat{\alpha}\|y_d\|)\|s\|. \tag{17}$$

由(11c)知,当 $\| s \| \geqslant \delta, \dot{V} < 0$,因此所有 s 的相轨迹都渐近趋向于原点的邻域: $\| s \| < \delta$. 故对于任意给定的 $\bar{\delta} > 0$,如果 $\delta < \bar{\delta}$,必存在 $t_1 \in [t_0, \infty)$,使 $\| s \| < \bar{\delta}, \forall\, t > t_1$ 成立.

定理 1 给出的是关于 s 的终结有界控制定理,但通常控制精度都是针对 $e(t)$和 $\dot{e}(t)$ 提出的,如(4)的形式,我们可进一步给出:

定理 2　对任意给定的 $\varepsilon > 0, \varepsilon_1 > 0$,如果控制力矩(6)施加于模型(1),$\lambda$ 按(11)修正,并选 $\lambda_0 = \varepsilon_1 / 2\varepsilon, \delta < \lambda_0 \varepsilon_2 (0 < \varepsilon_2 < \varepsilon)$,那么存在 $T \in [t_0, \infty)$,使(4)成立.

证　由定理 1,存在 $t_1 \geqslant t_0$ 和 $\varepsilon_3 \in (\varepsilon_2, \varepsilon)$,使

$$\| s(t) \| < \lambda_0 \varepsilon_3, \quad \forall\, t \geqslant t_1. \tag{18}$$

由(8)可知对所有 $t \geqslant t_0$, $\| e(t) \|$ 是有界的,且

$$\| e(t) \| < e^{-\lambda_0 (t - t_1)} \| e(t_1) \| + \lambda_0 \varepsilon_3 \int_{t_1}^{t} e^{-\lambda_0 (t - \tau)} \mathrm{d}\tau = \varepsilon_3 + e^{-\lambda_0 (t - t_1)} (\| e(t_1) \| - \varepsilon_3). \tag{19}$$

注意到 $\| e(t_1) \|$ 有界, $\lim\limits_{t \to \infty} e^{-\lambda_0 (t - t_1)} = 0$,故对任意的 $\varepsilon' \in (0, \varepsilon - \varepsilon_3]$,存在 $T > t_1$,满足

$$e^{-\lambda_0 (t - t_1)} (\| e(t_1) \| - \varepsilon_3) < \varepsilon', \quad \forall\, t \geqslant T. \tag{20}$$

因此,由(19)和(20),我们有

$$\| e(t) \| < \varepsilon_3 + \varepsilon' \leqslant \varepsilon, \quad \forall\, t \geqslant T, \tag{21}$$

进而

$$\| \dot{e}(t) \| \leqslant \| s \| + \| \lambda_0 e \| < 2\lambda_0 \varepsilon = \varepsilon_1, \quad \forall\, t \geqslant T. \tag{22}$$

即(4)成立.

事实上,定理 2 给出了 $e(t)$和 $\dot{e}(t)$的终结有界自适应控制律,可调增益 λ 是根据不确定性界来修正的,因此控制律能容忍一定程度的参数变化,此外,控制器的参数与期望的位置与速度精度有一定关系,因而其选择是很方便的.

3 仿真结果

两关节机械手如图1所示，符号 q_i, m_i, l_i 和 I_i 表示第 i 个关节的关节角，质量，杆长和转动惯量($i=1,2$)，如果定义参数向量 p 为

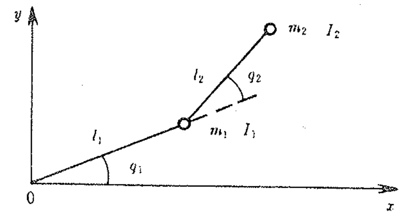


图1 两关节机械手简图

$$p=\begin{bmatrix}p_1\\p_2\\p_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(m_1/4+m_2)l_1^2+I_1\\m_2l_1l_2/2\\m_2l_2^2/4+I_2\end{bmatrix},$$

那么在动力学模型(1)中，我们有

$$D(q)=\begin{bmatrix}p_1+p_3+2p_2\cos q_2 & p_3+p_2\cos q_2\\p_3+p_2\cos q_2 & p_3\end{bmatrix},$$

$$H(q,\dot q)=\begin{bmatrix}-p_3(2\dot q_1\dot q_2+\dot q_2^2)\sin q_2\\p_3\dot q_1^2\sin q_2\end{bmatrix}.$$

前已指出，(1)的左边可表示成(2)的形式，在本文中，我们选

$$F(p)=\begin{bmatrix}p_1+p_2 & p_3 & 2p_2 & p_2 & 0\\p_3 & p_3 & p_2 & 0 & p_2\end{bmatrix},$$

$$y(q,\dot q,\ddot q)=[\ddot q_1\quad \ddot q_2\quad \ddot q_1\cos q_2\quad q_2\cos q_2+(2\dot q_1\dot q_2+\dot q_2^2)\sin q_2\quad \dot q_1^2\sin q_2]^{\mathrm T}.$$

设实际机械手参数为

$$m_1=m_2=8\text{kg},\quad I_1=I_2=0.4\text{kgm}^2,\quad l_1=l_2=0.5\text{m}.$$

它们的验前估计值设为

$$m_{10}=m_{20}=4\text{kg},\quad I_{10}=I_{20}=0.2\text{kgm}^2,\quad l_{10}=l_{20}=0.5\text{m}.$$

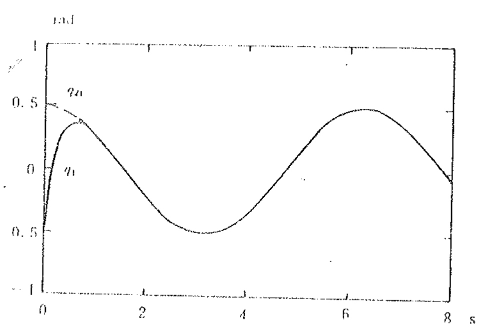
我们可容易看出 $p_0=\frac{1}{2}p$，即验前估计误差为50%，设期望的机械手运动轨迹为

$$q_{d_1}=0.5\cos t\ \text{rad},\quad q_{d_2}=0.5\sin t\ \text{rad}.$$

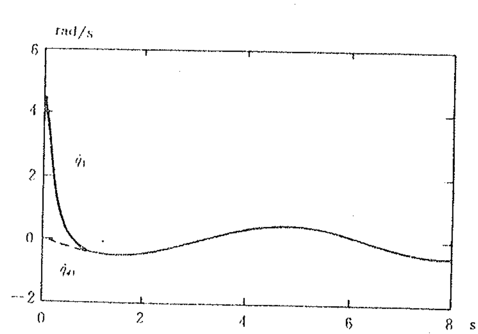
初始条件选为 $e(0)=[-1.0,\ -0.5]^{\mathrm T},\quad \dot e(0)=[0.5,\ -0.5]^{\mathrm T}$.

假定期望的位置和速度精度为 $\varepsilon=0.01$rad，$\varepsilon_1=0.1$rad/s，我们可选 $\lambda_0=5,\delta=0.049,\eta=1,\hat a(0)=0$.

仿真结果示于图2，其中 $q_1,\dot q_1,q_2,\dot q_2$ 的跟踪轨迹分别示于图2(a)～(d)，$\|e(t)\|$，$\|\dot e(t)\|$，$\|s(t)\|$ 和 $\hat a(t)$ 的曲线分别示于图2(e)～(h). 容易看，即使参数摄动50%，系统仍能在1秒之内达到期望的精度.



(a)



(b)

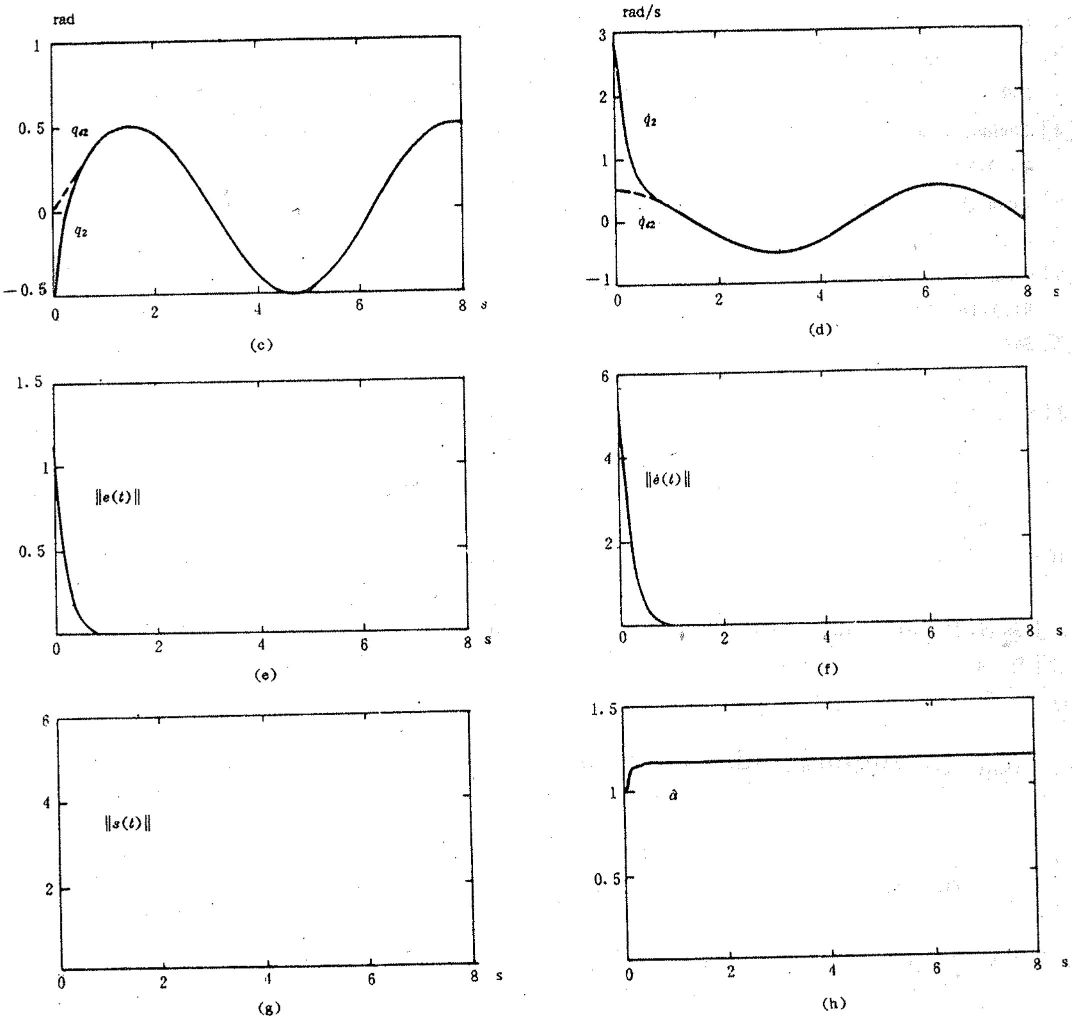


图 2　仿真结果

4 结　　论

本文提出了一种机械手隐式自适应逆动态控制方案，其特点是根据机械手系统的不确定性界直接修正反馈增益，而不用估计机械手的参数. 文中给出并证明了两个定理，所导出的控制算法对参数摄动有较好的鲁棒性，且 D_0 的可逆性与信号的持续激励性已不再成为问题，与其它自适应控制方案相比，有很大改进. 仿真结果表明，即使机械手参数摄动50%，控制系统仍有较高的精度，其鲁棒性可见一斑. 此外，控制器设计方便，计算量小，也是本方案的一个优点.

参 考 文 献

[1] Spong, M. W. and Ortega, R.. On Adaptive Inverse Dynamics Control of Rigid Robots. IEEE Automat. Contr., 1990, AC-35(1):92—95

[2] Ortega, R. and Spong, M. W.. Adaptive Motion Control of Rigid Robots: A Tutorial. Automatica, 1989, 25(6):877—

888

[3] Slotine, J. J. E. and Li, W.. Composite Adaptive Control of Robot Manipulators. Automatica, 1989, 25(4):509—519

[4] Slotine, J. J. E. and Li, W.. Adaptive Manipulator Control: A Case Study. IEEE Automat. Contr., 1988, AC-33 (11):995—1003

[5] Ambrosino, G., Celentano, G. and Garofalo, F.. Adaptive Tracking Control of Industrial Robots. J. Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1988, 110(3):215—220

[6] Craig, J. J., Hsu, P. and Sastry, S.. Adaptive Control of Mechanical Manipulators. Int. J. Robotics Research, 1987, 6(2):16—28

[7] Slotine, J. J. E. and Li, W.. On the Adaptive Control of Robot Manipulators. Int. J. Robotics and Research, 1987, 6 (3):49—59

[8] Sing, S. N.. Ultimate Boundedness Control of Uncertain Robotic Systems. Int. J. System Science, 1986, 17(6):776—782

[9] Lee, C. S. G. and Lee, B. H.. Resolved Motion Adaptive Control for Mechanical Manipulators. J. Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1984, 106(2):134—142

[10] Koivo, A. J.. Self-Tuning Manipulator Control in Cartesian Base Coordinate System. J. Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1985, 107(4):316—323

[11] Seraji, H.. An Approach to Multivariable Control of Manipulators. Int. J. Robotics Research, 1982, 1(1):65—78

[12] Spong, M. W., et al.. Robust Microprocessor Control of Robot Manipulators. Automatica, 1987, 23(3):373—379

Implicit Adaptive Control of Robot Manipulators

XU Jianmin and ZHOU Qijie

(Department of Automation, South China University of Technology · Guangzhou, 510641, PRC)

LEUNG Tinpui

(Department of Mechanical and Marine Engineering, Hong Kong Polytechnic · Hong Kong)

Abstract: An implicit adaptive inverse dynamics control scheme for robot manipulators is presented in this paper. Instead of estimating manipulator parameters, we directly update the feedback gain according to the function of uncertain bounds of the robotic system. This paper theoretically proved the ultimate boundedness of the tracking error even when uncertainties exisit in robotic model. The proposed method is convenient for design and needs less computation. Simulation results verified the effectiveness of the approach.

Key words: robot manipulator; inverse dynamics; implicit adaptive control; ultimate boundedness

本文作者简介

徐建闽 1960年生. 1982年于江西工学院电机系获学士学位, 1986年在华南理工大学获硕士学位, 1992年12月至1993年12月在香港理工学院机械与轮机工程系进修. 现在华南理工大学自动化系任副教授. 研究兴趣为非线性控制, 鲁棒控制, 自适应控制, 神经网络控制, 机器人及其控制.

周其节 见本刊1994年第2期第152页.

梁天培 见本刊1994年第2期第152页.