

具有减少辨识参数的随机多变量极点配置自适应控制器*

柴天佑

何向红

(东北工学院自动化中心·沈阳, 110006) (沈阳工业大学电气系, 110021)

摘要: 本文提出了一种新的限制输出个数减少随机多变量自适应控制中辨识参数的方法, 并给出了减少辨识参数的极点配置自适应算法. 虽然采用 n 个输入 1 个输出的减少辨识参数的模型来设计控制器, 但所提出的控制器能够保证被控系统的几个输出跟踪参考输入信号. 仿真结果表明, 所提出的方法是成功的.

关键词: 减少辨识参数; 随机多变量系统; 极点配置; 谱密度

1 引言

在随机多变量自适应控制中, 由于需要辨识的参数较单变量自适应控制中需要辨识的参数大大增加, 从而影响了多变量自适应控制在实际中的应用. 文[1]提出: “对于多变量自适应控制的应用来说, 最关键的问题是减少参数估计的个数.” 文[2]提出了一种降低模型阶数减少辨识参数的方法, 该方法要求事先知道系统的可控和可观性指数; 文[1]提出了限制输入输出个数来减少辨识参数的方法, 以上两种方法都只适用于确定性系统.

本文采用线性定常补偿器限制输出个数来减少辨识参数, 然后与极点配置控制器[3]结合起来提出了自适应算法, 并进行了仿真实验.

2 具有减少辨识参数的极点配置控制器

设被控系统可用一随机向量差分方程描述:

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-k}B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})\xi(t). \quad (1)$$

式中 $y(t)$, $u(t)$, $\xi(t)$ 分别表示系统的 n 维输出向量, m 维控制向量和 n 维零均值, 谱密度为 σ_ξ^2 的独立同分布随机向量序列. k 为系统最小延时, $k \geq 1$. 若最小延时不知时, 可取 k 为 1. $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$ 均单位右移算子 z^{-1} 的矩阵多项式, 且 $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ 左互质.

如图 1 所示, 引入两个线性定常补偿器 J 和 f , 其表达式如下:

$$u(t) = \bar{u}(t) - Jy(t), \quad (2)$$

$$\bar{y}(t) = fy(t). \quad (3)$$

式中 J 和 f 分别为 $m \times n$ 和 $1 \times n$ 的定常矩阵. 将(2), (3)式代入(1)中有

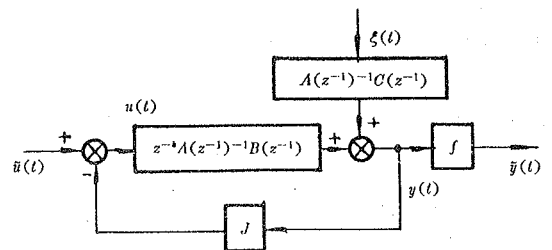


图 1 减少辨识参数补偿器

* 国家教委博士点基金项目.

本文于1992年4月2日收到. 1993年3月15日收到修改稿.

$$y(t) = [A(z^{-1}) + z^{-k}B(z^{-1})J]^{-1}z^{-k}B(z^{-1})\tilde{u}(t) + [A(z^{-1}) + z^{-k}B(z^{-1})J]^{-1}C(z^{-1})\xi(t). \quad (4)$$

将(4)式两边同时乘 f 并整理:

$$\tilde{y}(t) = \{\det[A(z^{-1}) + z^{-k}B(z^{-1})J]\}^{-1}f\{\text{adj}[A(z^{-1}) + z^{-k}B(z^{-1})J]\}z^{-k}B(z^{-1})\tilde{u}(t) + \{\det[A(z^{-1}) + z^{-k}B(z^{-1})J]\}^{-1}f\{\text{adj}[A(z^{-1}) + z^{-k}B(z^{-1})J]\}C(z^{-1})\xi(t), \quad (5)$$

将(5)式写成标准形式:

$$\tilde{A}(z^{-1})\tilde{y}(t) = z^{-k}\tilde{B}(z^{-1})\tilde{u}(t) + C^*(z^{-1})\xi(t). \quad (6)$$

式中, $\tilde{A}(z^{-1}) = \det[A(z^{-1}) + z^{-k}B(z^{-1})J]$ 是多项式; $z^{-k}\tilde{B}(z^{-1}) = f\{\text{adj}[A(z^{-1}) + z^{-k}B(z^{-1})J]\}z^{-k}B(z^{-1})$ 是 $1 \times m$ 矩阵多项式; $C^*(z^{-1}) = f\{\text{adj}[A(z^{-1}) + z^{-k}B(z^{-1})J]\}C(z^{-1})$ 是 $1 \times n$ 矩阵多项式. $\tilde{y}(t)$ 是标量, $\tilde{u}(t)$ 是 $m \times 1$ 维向量. 可表示为:

$$\tilde{A}(z^{-1}) = 1 + \tilde{a}_1z^{-1} + \dots + \tilde{a}_nz^{-n}, \quad (7)$$

$$\tilde{B}(z^{-1}) = \tilde{B}_0 + \tilde{B}_1z^{-1} + \dots + \tilde{B}_nz^{-n}, \quad (8)$$

$$C^*(z^{-1}) = [C_1^*(z^{-1}), C_2^*(z^{-1}), \dots, C_n^*(z^{-1})]. \quad (9)$$

其中

$$C_i^*(z^{-1}) = C_{i0}^* + C_{i1}^*z^{-1} + \dots + C_{in_i}^*z^{-n_i}.$$

对于 $\tilde{y}(t)$ 来说, 噪声分量 $\tilde{y}_\xi(t) = C_1^*(z^{-1})\xi_1(t) + \dots + C_n^*(z^{-1})\xi_n(t)$ 的谱密度 $\Phi_{\tilde{y}_\xi}(\omega)$ 可以由文献[4]的平稳序列滤波理论及谱密度叠加理论得到. 即

$$\Phi_{\tilde{y}_\xi}(\omega) = |C_1^*(e^{j\omega})|^2\sigma_1^2 + \dots + |C_n^*(e^{j\omega})|^2\sigma_n^2. \quad (10)$$

因为 $\Phi_{\tilde{y}_\xi}(t)$ 是有理的, 由文献[5]谱表示定理知存在一个渐近稳定的线性动态系统 $\tilde{C}(z^{-1})\xi(t)$, (其中 $\tilde{C}(z^{-1})$ 为多项式, $\xi(t)$ 为谱密度为 $\tilde{\sigma}^2$ 的白噪声). 使得系统的输出 $\tilde{y}_\xi(t)$ 为谱密度 $\Phi_{\tilde{y}_\xi}(\omega)$ 等于 $\Phi_{\tilde{y}_\xi}(\omega)$ 的平稳过程. 即有:

$$|\tilde{C}(e^{j\omega})|^2\sigma^2 = |C_1^*(e^{j\omega})|^2\sigma_1^2 + \dots + |C_n^*(e^{j\omega})|^2\sigma_n^2. \quad (11)$$

其中由文献[5]可知 $\tilde{C}(z^{-1})$ 为首一的, 具有稳定零点的多项式, 由于 $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$ 的阶次已知, 则 $\tilde{C}(z^{-1})$ 的阶次和系数可由(11)式确定, 而在自适应控制中只需确定 $\tilde{C}(z^{-1})$ 的阶次, 然后直接辨识 $\tilde{C}(z^{-1})$ 的系数, 不必用(11)式去求其系数.

由于在谱密度意义下 $\tilde{y}_\xi(t) = \tilde{y}_\xi(t)$, 可将(6)式写成下面形式:

$$\tilde{A}(z^{-1})\tilde{y}(t) = z^{-k}\tilde{B}(z^{-1})\tilde{u}(t) + \tilde{C}(z^{-1})\xi(t), \quad (12)$$

这就是(1)式所描述的系统的新的数学模型. 在该模型中, 系数 $\tilde{A}(z^{-1})$, $\tilde{B}(z^{-1})$, $\tilde{C}(z^{-1})$ 的参数已大量减少了. 例如, 当 $A(z^{-1})$ 为 $n \times n$ 维且阶次为 m 时, 原模型中要辨识 $n \times n \times m$ 个 $A(z^{-1})$ 的系数, 而在新模型中 $\tilde{A}(z^{-1})$ 为 $n \times m$ 的多项式, 只需要辨识 $n \times m$ 个系数. 线性补偿器 J 和 f 由设计者自行选择. 如可选 $J = I_n$, (I_n 为单位矩阵); $f = [1, 1, \dots, 1]$. 而几乎所有的选择 $\{f, J\}$ 时, $\tilde{A}(z^{-1})$ 和 $\tilde{B}(z^{-1})$ 将能够保持左互质的关系^[1].

采用文[3]的方法引入极点配置控制器, 并得到系统的闭环方程

$$\tilde{y}(t) = z^{-k}[Q(z^{-1}) - K(z^{-1})][\tilde{C}(z^{-1})A^*(z^{-1})Q(z^{-1})]^{-1}\tilde{B}(z^{-1})E(z^{-1})W(t) + [Q(z^{-1}) - K(z^{-1})][A^*(z^{-1})Q(z^{-1})]^{-1}\xi(t). \quad (13)$$

式中 $\tilde{C}(z^{-1})A^*(z^{-1})Q(z^{-1}) = \tilde{A}(z^{-1})[K(z^{-1}) - Q(z^{-1})] + z^{-k}\tilde{B}(z^{-1})H(z^{-1})$. (14)

为了简化算法可选 $Q = I_n$, $\tilde{A}(z^{-1})$ 的零点为可由设计者选定的系统的闭环极点. 由(14)式可得到下面的 Diophantine 方程

$$\bar{A}(z^{-1})K(z^{-1}) + z^{-k}\bar{B}(z^{-1})H(z^{-1}) = \bar{A}(z^{-1})Q(z^{-1}) - \bar{C}(z^{-1})A^*(z^{-1})Q(z^{-1}), \quad (15)$$

当辨识得到 $\bar{A}(z^{-1})$, $\bar{B}(z^{-1})$, $\bar{C}(z^{-1})$ 并选定 $\bar{A}^*(z^{-1})$ 后, 可由此式求出控制器参数 $H(z^{-1})$ 和 $K(z^{-1})$. 采用文[3]的方法校正 $E(z^{-1})$, 以及用辅助变量 $x(t)$ 避免求 $G(z^{-1})$ 的逆的运算. 通过 $y(t)$ 和 (3) 式求出 $\bar{y}(t)$, 并由极点配置方程文[3](2)求得 $\bar{u}(t)$, 最后由本文(2)式求得 $u(t)$ 施加给被控系统. 从求控制量 $u(t)$ 的过程看出, 虽然我们采用 n 个输入, 1 个输出的模型(12)来描述被控系统(1), 由于定常补偿器 $\{J, f\}$ 的作用, 仍可以求出 n 个控制量使 n 个输出 $y(t)$ 跟踪理想参考输入 $W(t)$.

3 自适应算法

当系统的参数未知或缓慢变化时, 需采用自适应控制来实现减少辨识参数的极点配置控制策略. 首先, 选择 $\{J, f\}$ 时, 将被控系统(1)用模型(12)来表示, 如果 $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$ 中的阶次已知而参数未知时, 可以确定出参数未知, 阶次为 n_a, n_b, n_c 的 $\bar{A}(z^{-1})$, $\bar{B}(z^{-1})$, $\bar{C}(z^{-1})$. 于是采用模型(12)来辨识 $\bar{A}(z^{-1})$, $\bar{B}(z^{-1})$, $\bar{C}(z^{-1})$.

设数据向量 M 和参数矩阵 Θ 为:

$$M(t-1) = [-\bar{y}(t-1), \dots, -\bar{y}(t-n_a); \bar{u}(t-k)^T, \dots, \bar{u}(t-k-n_b)^T; \bar{\xi}(t-1), \dots, \bar{\xi}(t-n_c)]^T, \quad (16)$$

$$\Theta = [\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_{n_a}; \bar{B}_0, \dots, \bar{B}_{n_b}; \bar{C}_1, \dots, \bar{C}_{n_c}]^T. \quad (17)$$

式中 $\bar{y}(t) = fy(t)$, 于是模型(12)可以写成

$$\bar{y}(t) = \Theta^T M(t-1) + \bar{\xi}(t). \quad (18)$$

采用递推增广最小二乘算法来辨识模型参数:

$$\hat{\Theta} = \hat{\Theta}(t-1) + \frac{P(t-1)\hat{M}(t-1)[\bar{y}(t) - \hat{\Theta}(t-1)^T \hat{M}(t-1)]}{\beta + \hat{M}(t-1)^T P(t-1) \hat{M}(t-1)}, \quad (19)$$

$$P(t) = \left[P(t-1) - \frac{P(t-1)\hat{M}(t-1)\hat{M}(t-1)^T P(t-1)}{\beta + \hat{M}(t-1)^T P(t-1) \hat{M}(t-1)} \right] / \beta, \quad (20)$$

$$\hat{\xi}(t) = \bar{y}(t) - \hat{\Theta}(t)^T \hat{M}(t-1). \quad (21)$$

式中

$$\hat{M}(t-1) = [-\bar{y}(t-1), \dots, -\bar{y}(t-n_a); \bar{u}(t-k)^T, \dots, \bar{u}(t-k-n_b)^T; \hat{\xi}(t-1), \dots, \hat{\xi}(t-n_c)]^T, \quad (22)$$

$$\hat{\Theta}(t) = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_{n_a}; \hat{B}_0, \dots, \hat{B}_{n_b}; \hat{C}_1, \dots, \hat{C}_{n_c}]^T. \quad (23)$$

减少辨识参数极点配置自适应控制算法:

- 1) 检测被控对象的输出向量 $y(t)$;
- 2) 由 $y(t)$ 和选定的 f 求出 $\bar{y}(t)$;
- 3) 形成数据向量 $\hat{M}(t-1)$ 和估计参数向量 $\hat{\Theta}(t-1)$;
- 4) 用 ERLS 算法(19)~(23)式估计参数 $\hat{\Theta}(t)$;
- 5) 解极点配置方程(15)求出控制器参数 $H(z^{-1})$, $K(z^{-1})$;
- 6) 求出 $\bar{u}(t)$, 并由(2)式及 J 阵求出控制量 $u(t)$.

4 仿真实验

例 1 随机多变量系统的数学模型为

$$\begin{bmatrix} 1 - 0.4z^{-1} & 1.5z^{-1} \\ 0.6z^{-1} & 1 - 0.2z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25z^{-1} & 0 \\ 0.8z^{-1} & 0.3z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 - 0.15z^{-1} & 0.5z^{-1} \\ 1.4z^{-1} & 1 + 0.1z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

对于一般的自适应算法需要辨识 12 个参数. 选择 $f=[1, T]$, $J=I_n$, 并(11)式可知 $n_0=2$, 则新模型为:

$$\begin{aligned} [1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}]\hat{y}(t) &= [\tilde{b}_{01}z^{-1} + \tilde{b}_{11}z^{-2}, \tilde{b}_{02}z^{-1} + \tilde{b}_{22}z^{-2}] \begin{bmatrix} \hat{u}_1(t) \\ \hat{u}_2(t) \end{bmatrix} \\ &+ [1 + \tilde{c}_1z^{-1} + \tilde{c}_2z^{-2}]\hat{z}(t). \end{aligned} \quad (25)$$

在此模型中只需要辨识 8 个参数, 使算法简化, 节省了大量运算时间. 选择系统的闭环极点在 $z=0.6$ 处, $Q=1$, $s=1$. 参考输入 $W_1(t)$ 为幅值为 5 的阶跃信号, $W_2(t)$ 为幅值为 10 的方波信号, 间隔为 50 个采样周期. 从图 2 的参数辨识曲线可以看出, 辨识的参数收敛较快. 图 3 为系统的控制 $u(t)$ 以及输出 $y(t)$ 的响应曲线. 显然, 具有良好的动态性能和令人满意的稳态特性.

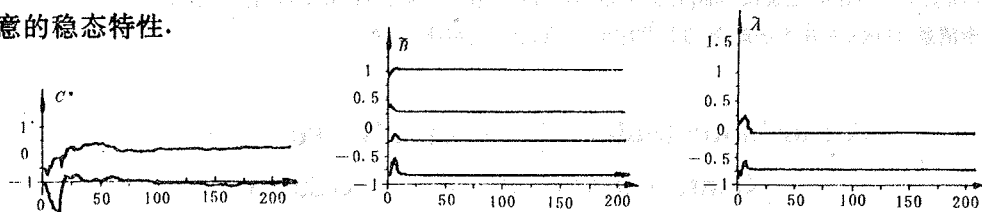


图 2 用减少辨识参数模型得到的辨识参数曲线

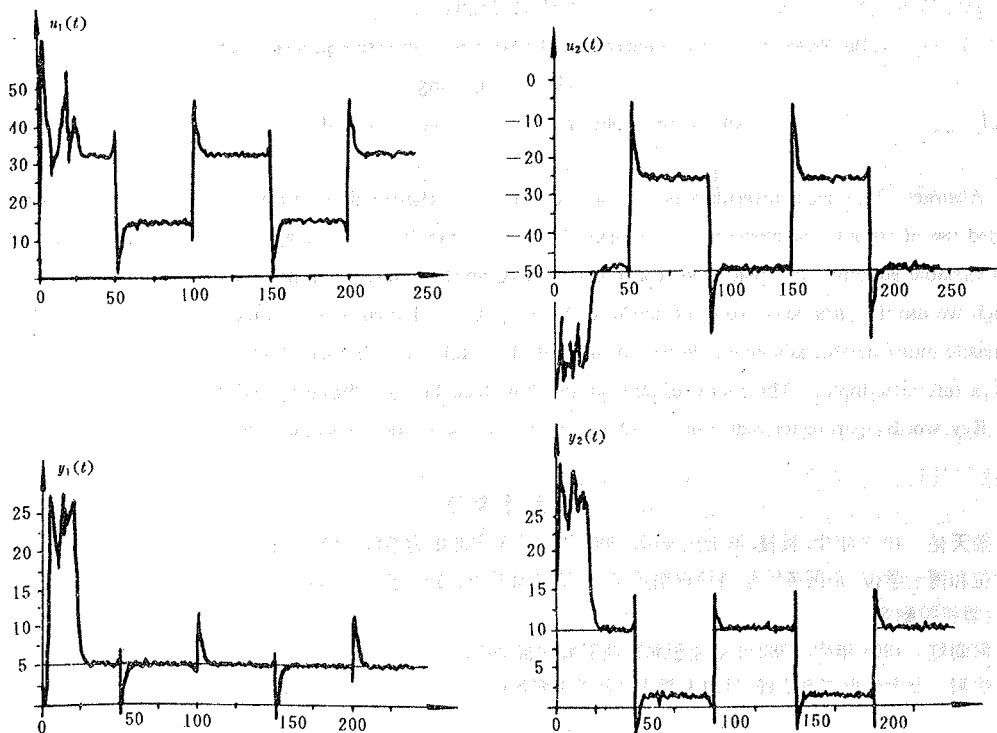


图 3 系统的控制量 $u(t)$ 及输出 $y(t)$ 的响应曲线

5 结 论

理论分析和仿真实验表明该控制器有以下优点: 1) 减少辨识参数的个数, 使算法简化; 2) 可以自适应任意配置随机多变量系统的极点; 3) 避免了在线求解伪交换矩阵方程; 4) 可以控制任意, 未知和变化的延时结构的随机多变量系统; 5) 可以控制开环不稳定和非最小相位系统; 6) 可以控制输入输出个数不等的系统.

参 考 文 献

- [1] Elliott, H. and Wolovich, W. A.. Parameterization Issues in Multivariable Adaptive Control. *Automatica*, 1984, 20, 533-543
- [2] Djaferis, T. M. Das and Elliott, H.. Reduced Order Adaptive Pole Placement for Multivariable Systems, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1984, AC-29, 637-638
- [3] 柴天佑, 何向红. 一种新的随机多变量自适应极点配置控制器. *信息与控制*. 1990, (3)
- [4] Ljung, L.. *System Identification: Theory for the User*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1987
- [5] 李清泉. *自适应控制系统理论、设计与应用*. 北京: 科学出版社, 1990

A Stochastic Multivariable Adaptive Pole Placement Controller with Parameter Reduction

CHAI Tianyou

(The Research Center of Automation, Northeastern University • Shenyang, 110006, PRC)

HE Xianghong

(Shenyang University of Technology • Shenyang, 110021, PRC)

Abstract: This paper presents a new parameter reduction scheme adopting constant linear compensator by restricted use of outputs and stochastic noise inputs for stochastic multivariable adaptive control systems. A stochastic multivariable adaptive pole placement controller with parameter reduction is proposed based on the scheme. Although we use the parameter reduction model with n outputs and 1 input to design the adaptive control systems. A stochastic multivariable adaptive pole placement controller, this controller can assure that n outputs of the system track n reference inputs. The results of simulations show that the algorithm proposed is effective.

Key words: parameter reduction; stochastic multivariable system; pole placement; spectrum

本文作者简介

柴天佑 1947年生, 教授, 博士生导师. 1980年毕业于东北电力学院, 1983年和1985年在东北工学院分别获硕士学位和博士学位. 是国务院学科评议组成员. 曾获国家教委科技进步一等奖. 主要研究领域为自适应控制, 系统辨识, 计算机控制等.

何向红 1961年生. 1982年毕业于北京理工大学自动控制系, 1990年在东北工学院自动控制系获得硕士学位, 现任沈阳工业大学电气系讲师. 目前主要从事随机多变量自适应控制, 减少辨识参数, 系统辨识等方面的研究工作.