

时滞离散系统控制算法及其在 长形工业电阻炉中的应用*

褚 健

(浙江大学工业控制研究所·杭州, 310027)

摘要: 本文讨论具有状态滞后的离散时间系统的稳定化控制问题, 基于 Lyapunov 稳定性理论导出相应的控制算法. 并针对一工业电阻炉, 通过系统辨识的方法得到时滞离散模型, 并将所开发的控制算法应用于该电阻炉, 实际运行结果表明, 炉内温度控制在 $\pm 1.5^\circ\text{C}$ (0.5%) 误差之内, 而且校正能力强, 回复时间短.

关键词: 时滞控制算法; 时滞离散模型; Lyapunov 稳定; 状态反馈控制; 工业电阻炉

1 引言

在化工、炼油等工业过程中常存在滞后现象, 有时甚至为了处理分析方便, 也将高阶系统近似地用一阶或二阶再加纯滞后环节来近似. 同无滞后的过程相比较, 存在滞后使系统的响应性能变差, 控制难度大大增加.

自从 1957 年 Smith 提出纯滞后补偿器以后, 关于时滞系统控制的研究在频域和时域两方面都取得了丰硕成果^{[1]~[12]}. 刘永清等在^[12]中对时滞系统控制已有了较全面的研究与介绍. 本文旨在前期关于时滞连续时间系统的稳定化控制取得结果的前提下^[10], 进一步研究时滞离散系统的稳定化控制. 目前有讨论时滞系统控制的文献虽已很多, 但基本上都处于理论研究, 很少有成功应用的报道. 本文针对时滞离散系统, 基于 Lyapunov 稳定性理论导出相应的控制算法, 并针对一长形工业电阻炉应用所开发的控制算法, 取得明显的控制效果 and 经济效益.

2 离散时间系统的时滞控制算法

考虑具有如下形式的时滞离散时间系统

$$x(k+1) = Ax(k) + A_1x(k-\tau) + Bu(k). \quad (1)$$

其中 $x \in R^n$, $u \in R^r$, τ 为系统的时滞.

当系数矩阵 A_1 满足匹配条件, 即

$$A_1 = BD. \quad (2)$$

其中 D 为 $r \times n$ 维常数矩阵, 则有如下定理.

定理 1 假定 (A, B) 能控, 且存在常阵 $D \in R^{r \times n}$ 使得 Riccati 方程

$$P = A^T P A - A^T P B (I + B^T P B)^{-1} B^T P A + Q + R + D^T (I + B^T P B) D \quad (3)$$

存在正定解 P , 式中 Q, R 均为正定阵, 则反馈控制

* 霍英东青年教师基金资助项目

本文于 1992 年 12 月 29 日收到, 1994 年 7 月 11 日收到修改稿.

$$u(k) = -(1 + B^T P B)^{-1} B^T P A x(k) \quad (4)$$

能使系统(1)闭环稳定.

证 为证明闭环系统的稳定性,构造如下 Lyapunov 函数

$$V(k) = x^T(k) P x(k) + \sum_{i=1}^{\tau} x^T(k-i) T x(k-i). \quad (5)$$

其中 P, T 均为正定阵,显然 $V(k) > 0$, 且

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= V(k+1) - V(k) \\ &= x^T(k+1) P x(k+1) - x^T(k) P x(k) + x^T(k) T x(k) - x^T(k-\tau) T x(k-\tau). \end{aligned} \quad (6)$$

将(3)式代入(1)式,然后再代入(4)式得

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= x^T(k) [A - B(I + B^T P B)^{-1} B^T P A]^T P [A - B(I + B^T P B)^{-1} B^T P A] x(k) \\ &\quad + x^T(k-\tau) D^T B^T P B D x(k-\tau) - x^T(k) P x(k) + x^T(k) T x(k) \\ &\quad - x^T(k-\tau) T x(k-\tau) + 2x^T(k) A^T P B [I - (I + B^T P B)^{-1} B^T P B] D x(k-\tau) \\ &= x^T(k) [A^T P A - A^T P B (I + B^T P B)^{-1} B^T P A - P + T] x(k) \\ &\quad - [(I + B^T P B)^{-1} B^T P A x(k) - D x(k-\tau)]^T [(I + B^T P B)^{-1} B^T P A x(k) - D x(k-\tau)] \\ &\quad - x^T(k-\tau) [T - D^T B^T P B D - D^T D] x(k-\tau). \end{aligned} \quad (7)$$

因此化简后取

$$T = D^T B^T P B D + D^T D + R, \quad (8)$$

$$A^T P A - A^T P B (I + B^T P B)^{-1} B^T P A - P + T = -Q. \quad (9)$$

$$\text{则 } \Delta V(k) < 0. \quad (10)$$

因此闭环系统是渐近稳定的. 证毕.

然而实际上能够满足匹配条件(2)式的例子是很少的,利用辨识所得到的模型基本上都不能满足匹配条件(2),因而有必要进一步讨论一般情形的稳定化控制算法.我们有如下定理.

定理 2 对于系统(1),假定 (A, B) 能控,且下述 Riccati 方程的解存在:

$$2A^T P A - 2A^T P B (I + B^T P B)^{-1} B^T P A + Q + R + 2A_1^T P A_1 = P. \quad (11)$$

取控制律为

$$u(k) = -[(I + B^T P B)^{-1} B^T P A] x(k). \quad (12)$$

其中 Q, R 均为正定阵,则闭环系统稳定.

该定理的证明与前述类同,取相同的 Lyapunov 函数,但其中

$$T = 2A_1^T P A_1 + R. \quad (13)$$

若在式(11)中取 $A' = \sqrt{2} A, A'_1 = \sqrt{2} A_1, Q' = Q + R$, 则可得

$$P = A'^T P A' - A'^T P B (I + B^T P B)^{-1} B^T P A' + A_1'^T P A_1' + Q'. \quad (14)$$

方程(11)的解的存在性并不取决于 A 的稳定性,而是取决于 (A, B) 是否能控. 与标准的线性二次型最优控制算法中的 Riccati 方程相比, (14)式中多了一项由滞后项所带来的附加部分. 由于控制器形式与最优控制器相同,故只有 Riccati 方程的附加部分能消除滞后作用的影响. 其中 Q, R 的选取原则类似于线性二次型最优控制算法中加权阵 Q, R 的选取方式. 方程(14)的求解可用递推法.

下面我们讨论利用上述时滞系统稳定化控制律实施对于工业电阻炉的计算机控制.

3 系统描述及数学模型

本文所描述的系统是浙江仙居针厂一无纺针热处理淬火炉,该淬火炉为长形电阻炉,炉体长约 2 米,横截面为 $10 \times 30\text{cm}$,由五段加热区组成淬火炉炉温控制,每个区相应采用一组由可控硅控制的电阻丝,从而通过控制可控硅电压调整器调节加热功率,以达到控制炉内温度分布、稳定生产的目的.在生产过程中,无纺针通过链条连续在炉内传递.系统如图 1 所示.

由于该加热炉控制的目的是保证炉内工件在热处理过程中有均匀稳定的炉温分布,在每一区段的炉内有一温度检测点,故该加热炉可看成是一个五输入(五个可控硅电压调整器的输入电流, $0 \sim 10\text{mA}$)/五输出(五个区段的炉内温

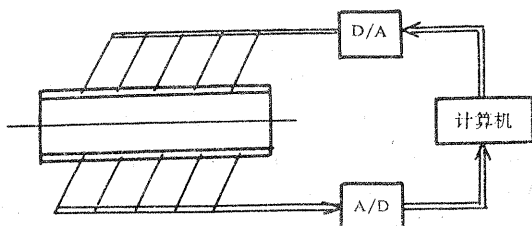


图 1 淬火炉计算机控制系统

度)系统.由于电阻丝加热过程比较缓慢等因素,使对象表现出具有很大的时间常数,实际测试结果表明最小时间常数也有 10 分钟左右.另外,由于热处理负荷变化很大且较频繁,故该淬火炉的控制极为困难,特别是要达到炉内温度在给定值附近 $\pm 2.0^\circ\text{C}$ 以内变化极难.该厂原采用常规仪表 PID 控制律,长期无法获得满意的控制效果,温度变化通常达 $\pm 5^\circ\text{C}$,甚至更大,严重制约生产水平的提高.

对于这种大时间常数多输入多输出的耦合系统,不易寻找有效的控制算法.本文通过系统辨识所得的时滞状态空间模型,利用时滞状态反馈控制算法实现有效的温度控制.该方法的出发点是基于这样的原理,即大时间常数系统常常可用小时间常数加纯滞后的模型近似.实际运行效果完全满足工艺要求.由于该电加热炉内可测得五个区的温度,故可将该炉子看成是一五输入/五输出(或状态)的系统,即

$$x = [T_1 - \bar{T}_1, T_2 - \bar{T}_2, T_3 - \bar{T}_3, T_4 - \bar{T}_4, T_5 - \bar{T}_5]^T,$$

$$u = [u_1 - \bar{u}_1, u_2 - \bar{u}_2, u_3 - \bar{u}_3, u_4 - \bar{u}_4, u_5 - \bar{u}_5]^T.$$

其中顶标“—”代表相应变量的稳态工作点.考虑到电加热炉所具有大时间常数的实际情况,我们试图利用最小二乘递推辨识技术得到如下形式的时滞状态空间模型:

$$x(k+1) = Ax(k) + A_1x(k-\tau) + Bu(k). \quad (15)$$

其中 $x \in \mathbb{R}^5$, τ 为滞后时间, A, A_1 和 B 均为 5×5 的待定系统矩阵.

根据炉子的实际情况,采样时间取为 10 秒.通过计算机采集实时工业数据,采用最小二乘递推估计时滞状态空间模型的算法^[11],根据不同的时滞: $\tau=0, \tau=5, \tau=10, \tau=15, \tau=20, \tau=25$,经过大约 1000 组数据的递推辨识,可分别得到形如(15)式的状态空间模型.辨识过程中取遗忘因子为 0.98.为比较各模型的拟合精度,考虑如下的误差函数:

$$J_\tau = \sum_{k=0}^N (x^\tau(k) - y(k))^T (x^\tau(k) - y(k)). \quad (16)$$

其中 $y(k)$ 为实测的温度向量, x^τ 代表时滞后为 τ 的模型的状态向量, N 为考核数据组数.

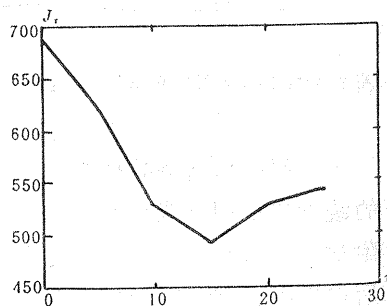


图 2 状态滞后 τ 与拟合精度之关系

选取不同的时滞对模型精度的影响见图 2.

由图 2 可见,当 $\tau=15$ 时具有较好的拟合精度,系统矩阵如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0.97421 & 0.15116 & 0.19667 & -0.05870 & 0.07144 \\ -0.01455 & 0.88914 & 0.26953 & 0.11866 & -0.22047 \\ 0.06376 & 0.12056 & 1.00049 & -0.03491 & -0.02766 \\ -0.05084 & 0.09254 & 0.28774 & 0.82569 & 0.02570 \\ 0.01723 & 0.01939 & 0.29285 & 0.03544 & 0.87111 \end{bmatrix},$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.0100 & -0.08837 & -0.06989 & 0.18874 & 0.20505 \\ 0.02363 & 0.03384 & 0.05282 & -0.09906 & -0.00191 \\ -0.04468 & -0.00789 & 0.05618 & 0.00157 & 0.03593 \\ -0.04082 & 0.01153 & -0.07116 & 0.16472 & 0.00083 \\ -0.02537 & 0.03878 & -0.04683 & 0.05665 & -0.03130 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.53706 & -0.11185 & 0.09978 & 0.04652 & 0.25867 \\ -0.51718 & 0.73519 & 0.57518 & 0.40668 & -0.12472 \\ 0.29469 & 0.31528 & 1.16420 & -0.29922 & 0.23883 \\ -0.20191 & 0.19739 & 0.41686 & 0.66551 & 0.11366 \\ -0.11835 & 0.16287 & 0.20378 & 0.23261 & 0.36525 \end{bmatrix}.$$

4 工业电阻炉的计算机控制

采用工业 PC 机,通过 AD 板采集炉内温度信号,经计算机反馈计算后通过 DA 板输出控制电流.由于在模型辨识过程中,我们建立的是偏差模型,稳态工作点为

$$\bar{x} = [696 \quad 747 \quad 774 \quad 774 \quad 731]^T,$$

$$\bar{u} = [7.0 \quad 4.0 \quad 2.5 \quad 4.0 \quad 3.5]^T.$$

当系统的热负荷发生变化时,控制量的工作点就会发生偏移,因此采用静态反馈无法消除余差.为此我们对每一控制量均增加积分项,以消除余差.最终实施的控制作用为

$$u = \bar{u} + u_s + u_i.$$

其中 u_s 为由状态反馈(式(12))计算所得的偏差控制量,而 u_i 为积分修正项

$$u_i(k) = K_i(x(k) - x(k-1)).$$

通过适当选取加权阵 Q 和 R ,求解 Riccati 方程后可得如下的反馈增益

$$K = - \begin{bmatrix} 0.063 & 0.024 & 0.003 & -0.016 & -0.024 \\ 0.039 & 0.049 & 0.003 & -0.024 & -0.009 \\ -0.010 & -0.002 & 0.032 & 0.016 & -0.007 \\ 0.015 & 0.009 & -0.003 & 0.037 & -0.004 \\ -0.001 & -0.019 & 0.020 & -0.009 & 0.079 \end{bmatrix}.$$

将上述控制律实时投运后,控制效果很好,当系统由于热负荷(排针量变化 50%)发生变化而引起炉温偏移时,如图 3 所示,各区温度很快能回复至工作点(设定值).图中横坐标为采样次数 k ,纵坐标为实际温度.而图 4 为采用 PID 控制算法,在无大的负荷变化时,过渡过程就有较大的超调量,回复时间也长得多,可以看出时滞控制算法的运行效果更佳.

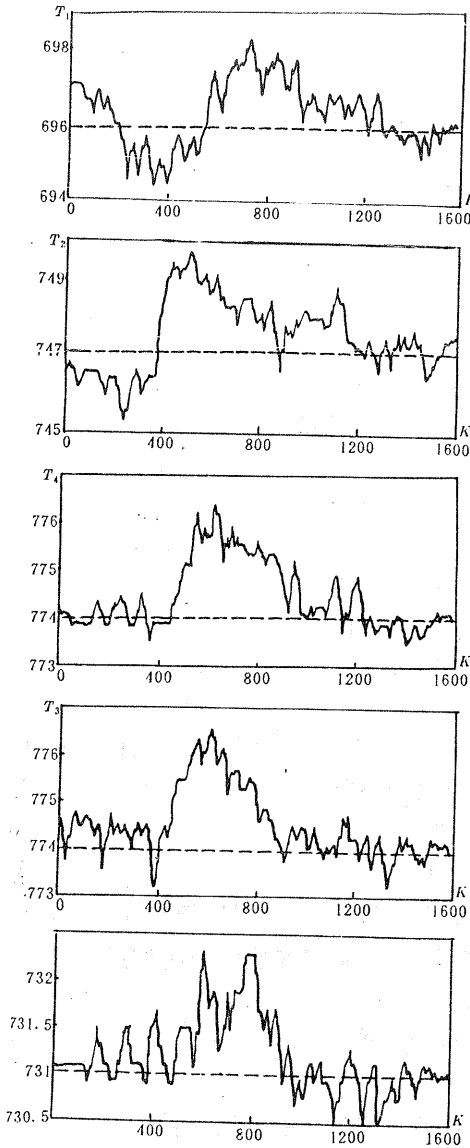


图 3 时滞状态反馈控制

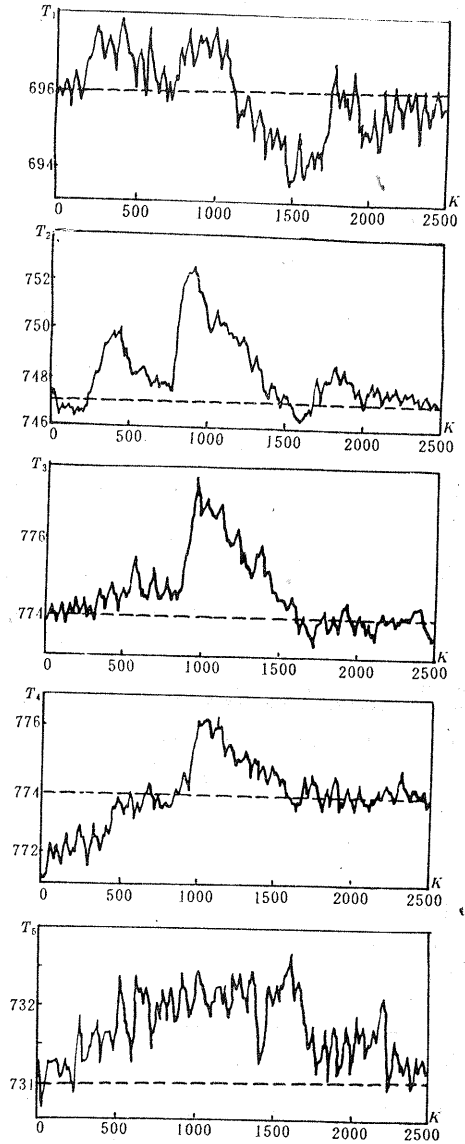


图 4 PID 控制

5 结 论

采用时滞控制算法实时控制该电加热炉后(1992年6月投运,已取得明显效果,温度控制在工艺要求的范围内,大大提高了产品的合格率,平均从原来的60%提高到现在的85%以上,而且在动态回复过程中,大大缩短了时间,不仅节约能源,而且减少浪费.在采用时滞控制算法之前,平均回复时间约30分钟,而采用时滞控制算法后,回复时间不过20分钟.取得年增75万元人民币的显著经济效益.

实际投运结果表明,对于电加热炉这类具有较大时间常数的系统,可以采用时滞控制算法,并可取得很好的控制效果.

参 考 文 献

- [1] Watanabe, K. & Ishiyama, Y.. Modified Smith Predictor Control for Multivariable Systems with Delays and Unmeasurable Step Disturbance. *Int. J. Control*, 1983, 37(3):350
- [2] Garcia, C. E. and Morari, M.. Internal Model Control 1: A Unifying Review and Some New Results. *Ind. Eng. Chem. Process, Des. Dev.* 1982, 21:308—323
- [3] Jerome, N. F. and Ray, W. H.. High-Performance Multivariable Control Strategies for System Having Time Delays. *Aiche J.*, 1986, 32(1):167—174
- [4] Manitius, A. and Olbrot, A. W.. Finite Spectrum Assignment Problem for Systems with Delays. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1979, 24(4):541—553
- [5] Watanabe, K, M. Ito and Kaneko, M.. Finite Spectrum Assignment Problem of Systems with Multiple Commensurate Delays in State and Control. *Int. J. Control*, 1984, 39(5):1073—1082
- [6] Mori, T. and Noldus, E.. A Way to Stabilize Linear Systems with Delayed States. *Automatica*, 1983, 19(5):571—573
- [7] Cheres, E. and Gutman, S.. Stabilization of Uncertain Dynamic Systems Including State-Delays. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1989, 34(11):1120—1131
- [8] 俞立. 不确定线性时滞系统的稳定化控制器设计. *控制理论与应用*, 1991, 8(1):68—75
- [9] Lee, T. N. & Dianat, S.. Stability of Time-delay Systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.* 1981, 26(4):951—954
- [10] 褚健, 林南春. 具有状态滞后的时滞系统鲁棒控制器设计. *浙江大学学报*, 1994
- [11] 褚健, 苏宏业, 于军, 胡协和, 荣冈. 工业电加热炉时滞状态空间模型的辨识. *控制与决策*, 1994, 9(1):71—74
- [12] 刘永清, 唐功友. 大型动力系统的理论与应用——滞后、稳定与控制. 卷 3, 广州: 华南理工大学出版社, 1992

A Time-Delay Control Algorithm for Discrete Systems and Its Application to an Industrial Electric Heater

CHU Jian

(Institute of Industrial Process Control, Zhejiang University • Hangzhou, 310027, PRC)

Abstract: This paper mainly discusses stabilizing control problem for discrete systems with time-delay in state variables. The control algorithms are given based on the Lyapunov stability theory. For an industrial electric heater, a time delay discrete model is identified using least squares technique, and the real time control by the control algorithm to the heater is performed. The performance of the industrial application shows that the temperature variation in the heater is within $\pm 1.5^\circ\text{C}$ (0.5%), and the system is with good load change rejection and with shorter recovery time.

Key words: time-delay control algorithm; time-delay discrete model; Lyapunov stability; state feedback control; industrial electric heater.

本文作者简介

褚健 1963 年. 教授, 博士生导师. 现任浙江大学工业控制研究所副所长及浙江大学工业自动化国家工程研究中心副主任. 1982 年毕业于浙江大学, 1986~1989 年留学日本京都大学, 1989 年获浙江大学工学博士学位. 主要研究兴趣有: 时滞系统控制、非线性系统控制、控制系统的自动整定、DCS 及过程控制. 在国内外主要刊物上发表论文 30 余篇.