奇异系统的一类新型观测器*

许可康　韩京清
（中国科学院系统科学研究所，北京・100080）

摘要：本文利用非线性跟踪-微分器，设计出了线性时不变奇异系统的观测器. 这里仅要求原系统 R- 能检，对原系统的控制输入，仅只要求它有界可积，从而很大地减弱了设计条件.

关键词：观测器；跟踪-微分器；R- 能检；有界可积

1　引　言

由于在工业、经济、生态等许多领域中存在着奇异(或称广义状态空间)系统的模型，因此自 Rosenbrock[1] 及 Luenberger[2] 的有关文章问世以来，奇异(控制)系统的研究已取得了很大的发展. 在系统的能控性、能观性、结构稳定性以及反馈控制器、各种最优、次优调节器和滤波等方面，都有了一些很好的结果[3~5].

奇异系统的奇异的及正常形式的观测器也都有了结果[6,7].

另一方面，正常系统的研究工作，也正在以更迅猛之势向前发展，其中韩京清的跟踪-微分器[8] 就是一个方面，它可用来对含有不确定因素的一类非线性系统进行状态估计、滤波、控制等一系列工作，均收到了很好的效果[9~11].

本文试图利用由[8]给出的跟踪-微分器，对奇异系统进行状态重构. 这里，由于跟踪-微分器的特性，我们可以在很弱的条件下，得到奇异系统的一种新型观测器.

在第二节中，我们给出有关的预备知识，在第三节中，给出新型观测器的设计.

2　问题的提出与预备知识

我们讨论具有正则束 $(sE-A)$ 的线性时不变奇异系统

$$\begin{cases} E\dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx. \end{cases} \tag{1}$$

其中，$x \in \mathrm{R}^n$, $u \in \mathrm{R}^m$, $y \in \mathrm{R}^p$，E 为具有指示数 d 的奇异矩阵

$$d = \mathrm{Ind}(E) = \min\{j \mid \mathrm{rank}E^j = \mathrm{rank}E^{j+1}\}. \tag{2}$$

在奇异控制系统的讨论中，为了保证解的性质，需要假定 $u(\cdot)$ 是 $(d-1)$ 阶连续可微的. 这给实际控制器的设计带来了很大的限制与困难. 本文讨论的结果表明，可以将对控制输入 $u(\cdot)$ 的要求减低到很弱的情形.

称系统(1)是 R 能检的[6]，是指：对一切有穷的 $\lambda \in C^+$，阵 $\begin{bmatrix} \lambda E - A \\ C \end{bmatrix}$ 满秩.

---

* 国家自然科学基金资助项目.
本文于 1994 年 6 月 13 日收到.

系统(1) 在[1] 的受限等价意义下,等价于下列形式的奇异系统标准形

$$\begin{cases}\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ N\dot{x}_2\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}A_1 & 0\\ 0 & I_{n_2}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}+\begin{bmatrix}B_1\\ B_2\end{bmatrix}u,\\ y=\begin{bmatrix}C_1 & C_2\end{bmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}.\end{cases} \tag{3}$$

这里,$x_i\in \mathrm{R}^{n_i}(i=1,2)$,$N$ 为幂零阵,

$$x=Q\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}, \tag{4}$$

Q 为非异方阵. 不失一般性,设

$$N=\text{block diag}\{N_1,N_2,\cdots,N_t\}, \tag{5}$$

$$N_i=\begin{bmatrix}0 & 1 & & & \\ & 0 & 0 & \text{\Large 0} & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & \text{\Large 0} & & \ddots & 1\\ & & & & 0\end{bmatrix}\in \mathrm{R}^{m_i\times m_i},\quad \forall\, i\in \underline{t}. \tag{6}$$

如果(3) 中的 n_2 维状态变量 x_2 及 B_2,C_2 记成

$$x_2=\begin{pmatrix}x_{21}\\ x_{22}\\ \vdots\\ x_{2t}\end{pmatrix},\quad B_2=\begin{bmatrix}B_{21}\\ B_{22}\\ \vdots\\ B_{2t}\end{bmatrix},$$

$$C_2=\begin{bmatrix}C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2t}\end{bmatrix}.$$

这里,

$$x_{2i}\in \mathrm{R}^{m_i},\quad B_{2i}\in \mathrm{R}^{m_i\times m},\quad C_{2i}\in \mathrm{R}^{p\times m_i},\quad \forall\, i\in \underline{t}.$$

则系统(3) 可改写成

$$\begin{cases}\dot{x}_1=A_1x_1+B_1u,\\ N_i\dot{x}_{2i}=x_{2i}+B_{2i}u,\quad i=1,2,\cdots,t,\\ y=C_1x_1+\sum\limits_{i=1}^{t}C_{2i}x_{2i}.\end{cases} \tag{7}$$

文[8] 利用一类二阶系统

$$\begin{cases}\dot{\bar{x}}_1=\bar{x}_2,\\ \dot{\bar{x}}_2=f(\bar{x}_1,\bar{x}_2),\end{cases} \tag{8}$$

在原点的稳定性,设计了如下的跟踪 - 微分器

$$\begin{cases}\dot{\bar{z}}_1=\bar{z}_2,\\ \dot{\bar{z}}_2=R^2f(\bar{z}_1-v,\ \dfrac{\bar{z}_2}{R}).\end{cases} \tag{9}$$

这里，$\bar{z}_1$ 平均收敛于被跟踪量 $v(t)$，$\bar{z}_2$ 弱收敛于 $v(t)$ 的广义导数.

引理 1[8]　当系统(8)在原点渐近稳定时，对任意有界可积函数 $v(t)$ 及任意 $T>0$，系统(9)的解满足

i) $\lim\limits_{R\to\infty}\int_0^T|\bar{z}_1(t)-v(t)|\mathrm{d}t=0$,

ii) $\bar{z}_2$ 弱收敛于 $v(t)$ 的广义导数.

系统(9)中的 R 是一个可调参数.

3　奇异系统的状态重构

这一节，我们用形如式(9)的跟踪-微分器来实现系统(1)中的状态重构.

首先，考察系统(7)中的第二式，对每个 $i(\in \underline{t})$，有

$$\begin{cases}\dot{x}_{2ik}=x_{2ik+1}+b_{2ik+1}u, \quad k=1,2,\cdots,m_i-1,\\ 0=x_{2i1}+b_{2i1}u.\end{cases} \tag{10}$$

这里

$$x_{2i}=\begin{bmatrix}x_{2im_i}\\ x_{2im_i-1}\\ \vdots\\ x_{2i2}\\ x_{2i1}\end{bmatrix},\quad B_{2i}=\begin{bmatrix}b_{2im_i}\\ b_{2im_i-1}\\ \vdots\\ b_{2i2}\\ b_{2i1}\end{bmatrix}.$$

引入

$$v_{2i1}\triangleq -b_{2i1}u. \tag{11}$$

只要 $v_{2i1}(t)$ 有界可积. 则对形如系统(8)中的函数 $f_{2i1}(\cdot,\cdot)$，当由它构造的系统(8)在原点渐近稳定时，必可构造形如式(9)的跟踪-微分器

$$\begin{cases}\dot{w}_{2i1}^{(1)}=w_{2i1}^{(2)},\\ \dot{w}_{2i1}^{(2)}=R_{2i1}^2f_{2i1}(w_{2i1}^{(1)}-v_{2i1},\dfrac{w_{2i1}^{(2)}}{R_{2i1}}),\end{cases} \tag{12}$$

当 R_{2i1} 足够大时，使 $w_{2i1}^{(1)}$ 平均收敛于 $v_{2i1}(t)$. 而 $w_{2i1}^{(2)}$ 弱收敛于 $v_{2i1}(t)$ 的广义导数.

由式(10)的第二式知，式(12)中的 $w_{2i1}^{(1)}$ 就可作为 x_{2i1} 的一个重构 $\hat{x}_{2i1}$. 即把系统

$$\begin{cases}\dot{w}_{2i1}^{(1)}=w_{2i1}^{(2)},\\ \dot{w}_{2i1}^{(2)}=R_{2i1}^2f_{2i1}(w_{2i1}^{(1)}-v_{2i1},\dfrac{w_{2i1}^{(2)}}{R_{2i1}}),\\ \hat{x}_{2i1}=w_{2i1}^{(1)}\end{cases} \tag{13}$$

称为是系统(10)的第二式的观测器，再引入

$$v_{2i2}\triangleq w_{2i1}^{(2)}-b_{2i2}u. \tag{14}$$

在它是有界可积的前提下，又可构造形如系统(13)的关于 x_{2i2} 的观测器.

一般地，可得 x_{2ik} 的观测器

$$\begin{cases} \dot{w}_{2ik}^{(1)} = w_{2ik}^{(2)}, \\ \dot{w}_{2ik}^{(2)} = R_{2ik}^2 f_{2ik}\left(w_{2ik}^{(1)} - v_{2ik}, \dfrac{w_{2ik}^{(2)}}{R_{2ik}},\right), \quad \forall\, k \in m_i, \quad \forall\, i \in \underline{t}, \\ \hat{x}_{2ik} = w_{2ik}^{(1)}. \end{cases} \tag{15}$$

这里(规定 $w_{2i0}^{(2)} = 0$)

$$v_{2ik+1} \triangleq w_{2ik}^{(2)} - \bar{b}_{2ik+1}u, \quad \forall\, k \in m_i. \tag{16}$$

这样,我们可用 n_2 个形如式(15)的观测器得到系统(7)中状态变量 x_2 的状态重构 $\hat{x}_2$.

$$\hat{x}_2 \triangleq \begin{pmatrix} \hat{x}_{21} \\ \hat{x}_{22} \\ \vdots \\ \hat{x}_{2t} \end{pmatrix}, \quad \hat{x}_{2i} = \begin{pmatrix} \hat{x}_{2im_i} \\ \hat{x}_{2im_i-1} \\ \vdots \\ \hat{x}_{2i2} \\ \hat{x}_{2i1} \end{pmatrix}, \quad \forall\, i \in \underline{t}.$$

接着,我们考察

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1x_1 + B_1u, \\ y_1 = C_1x_1, + C_2x_2 \end{cases} \tag{17}$$

的状态重构问题.它是一个正常线性时不变系统,当 (A_1, C_1) 能检测时,可得系统(17)的全阶观测器

$$\dot{\hat{x}}_1 = (A_1 - G_1C_1)\hat{x}_1 + B_1u + G_1(y - C_2\hat{x}_2), \tag{18}$$

这里,选择 G_1 使

$$\sigma(A_1 - G_1C_1) \subset C^-.$$

由此,我们就可得到原系统(1)的状态 x 的重构 $\hat{x}$

$$\hat{x} = Q\begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{pmatrix}. \tag{19}$$

由此,我们有

定理 2　如果奇异系统(1)R-能检,$u(t)$ 有界可积,则我们可以构造观测器(15),(18),得到系统(1)中状态变量 x 的状态重构 $\hat{x}$.

由上述过程可知,整个观测器是 $2n_2 + n_1 = n + n_2$ 阶的.在 n_2 个跟踪-微分器(15)中,参数 R_{2ik} 及函数 $f_{2ik}(\cdot, \cdot)$ 可以在一定范围内任选.

4　结　论

本文只要在奇异系统 R-能检的条件下,把原来要求控制输入 $u(\cdot)$ 必需是 $(d-1)$ 阶连续可微的条件,降低到了仅需 $u(\cdot)$ 有界可积的范围,就可利用文[8]给出的跟踪-微分器,构造线性时不变奇异系统的全状态观测器.极大地扩大了在工程等实际问题上应用的范围.

另一方面,文[8]的跟踪-微分器还适用于含不确定因素的非线性系统.这样,就为一大类非线性奇异系统的有关问题的研究,开辟了一条新的途径.

参考文献

[1] Rosenbrock, H. H.. Structural Properties of Linear Dynamic Systems. Int. J. Control, 1974, 20(2):191—202

[2] Luenberger, D. G.. Dynamical Equations in Descript form. IEEE Automat. Contr., 1977, AC-22(3):312—321

[3] Verghese, G.. Infinite-Frequency Behavior in Generalized Dynamical Systems. Ph. D. Dissertation, Dept. of Electrical Eng., Stanforo Univ., December, 1978

[4] Cobb, D.. Feedback and Pole Placement in Descriptor Variable Systems. Int. J. Control, 1981, 33(6): 1135—1146

[5] Dai, L. Y.. Singular Control Systems. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1989

[6] 王源. 广义线性系统的抗干扰和输出调节. 中科院系统科学研究所硕士论文, 1984

[6] 王朝珠, 戴立意. 广义系统的正常状态观测器. 系统科学与数学, 1986, 6(4): 307—313

[8] 韩京清, 王伟. 非线性跟踪-微分器. 系统科学与数学, 1994, 14(2): 177—183

[9] 韩京清, 王伟. 非线性跟踪-微分器的另一种形式. 第一届全球华人智能控制与智能自动化大会论文集, 北京: 科学出版社, 1993, 2355—2362

[10] 韩京清. 非线性 PID 控制器. 自动化学报, 1994, 20(4): 487—490

[11] 韩京清. 一类不确定系统的控制与滤波. 系统仿真学报, 1992, 增刊: 1—7

A Type New Observer of Singular Systems

XU Kekang and HAN Jingqing

(Institute of Systems Science, Academia Sinica · Beijing, 100080, PRC)

Abstract: In this paper discused the design of observer for linear time-invariant singular systems by using nonlinear tracking-differentiator, here only need the R-detectability of the systems and bound-integrability of input signal. It is well weaknes the condition to design observer.

Key words: observer; tracking-differentiator; R-detectability; bound-integrability

本文作者简介

许可康 1941 年生. 1962 年毕业于南开大学数学力学系. 1974 年底调入中国科学院数学研究所, 从事控制理论研究工作. 现为中国科学院系统科学研究所研究员. 主要从事奇异摄动控制系统, 奇异(广义)系统及线性控制系统理论的研究. 近期研究兴趣着重于线性及非线性奇异系统的研究及非方系统 Morgen 问题的研究工作.

韩京清 1937 年生. 1958 年毕业于吉林大学数学系, 现为中国科学院系统科学研究所研究员, 博士生导师. 研究领域为: 最优控制、制导理论、线性控制系统, 控制系统 CAD, 人口理论, 非线性控制.