第12卷第3期
1995年6月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 12, No. 3
Jun., 1995

鲁棒严格正实镇定的顶点结果*

贾英民　高为炳　程　勉

(北京航空航天大学第七研究室·北京，100083)

摘要：本文主要研究了区间系统的鲁棒严格正实镇定问题. 文中首先给出了系统严格正实镇定的充分条件. 然后分析了该条件的可计算性并对一类区间分母系统获得了采用一阶控制器时鲁棒严格正实镇定的顶点结果，使得控制器设计大为简化.

关键词：鲁棒控制；区间系统；严格正实性；顶点结果

1 引　言

众所周知，实有理函数与矩阵的严格正实性在鲁棒控制、自适应控制以及网络理论中有着广泛的应用，例如一个严格正实的标称传递函数可容许较大的无源不确定性且保持系统的稳定性. 因此给定一个系统传函或传函阵检验其严格正实性是非常重要的，但是在系统设计理论中更重要的则是如何设计一个严格正实的传函或传函阵. 关于这个问题的研究还不多，现有的结果可见文献[1～3].

本文考虑的问题是对一类区间分母系统研究在什么时候存在进而设计一单一控制器不仅使得单位反馈下的闭环系统是鲁棒稳定的，而且使得其闭环传递函数是鲁棒严格正实的. 这里用区间分母系统描述系统的不确定性是期望对鲁棒严格正实镇定问题也能得到类似 Kharitonov 定理[4] 的顶点结果. 应该指出虽然对区间系统来说鲁棒严格正实镇定的设计性顶点结果还未发现研究，但是区间系统的鲁棒严格正实性的判断分析性结果已在文献[5] 中完全解决.

2 定义与引理

一个实区间多项式定义为

$$F_\delta(s)=\{\delta(s)=\delta_0+\delta_1 s+\cdots+\delta_{n-1}s^{n-1}+\delta_n s^n \mid \delta_i\in[x_i,y_i], i=0,1,2,\cdots,n\}. \quad (1)$$

那么能推出(1) 稳定的四个 Kharitonov 顶点多项式是

$$K^1=K^{\mathrm{even}}_{\mathrm{min}}(s)+K^{\mathrm{odd}}_{\mathrm{min}}(s),\quad K^2=K^{\mathrm{even}}_{\mathrm{min}}(s)+K^{\mathrm{odd}}_{\mathrm{max}}(s),$$

$$K^3=K^{\mathrm{even}}_{\mathrm{max}}(s)+K^{\mathrm{odd}}_{\mathrm{min}}(s),\quad K^4=K^{\mathrm{even}}_{\mathrm{max}}(s)+K^{\mathrm{odd}}_{\mathrm{max}}(s).$$

其中

$$K^{\mathrm{even}}_{\mathrm{min}}(s)=x_0+y_2s^2+x_4s^4+y_6s^6+x_8s^8+\cdots,$$

$$K^{\mathrm{even}}_{\mathrm{max}}(s)=y_0+x_2s^2+y_4s^4+x_6s^6+y_8s^8+\cdots,$$

$$K^{\mathrm{odd}}_{\mathrm{min}}(s)=x_1s+y_3s^3+x_5s^5+y_7s^7+x_9s^9+\cdots,$$

* 国家自然科学基金资助项目.
本文于1992年1月23日收到. 1995年2月20日收到修改稿.

$$K_{\max}^{\text{odd}}(s) = y_1 s + x_3 s^3 + y_5 s^5 + x_7 s^7 + y_9 s^9 + \cdots.$$

任给 $\delta(s) \in F(s)$ 及 $\omega \in (0,\infty)$，让 $\delta^{\text{even}}(s)$ 和 $\delta^{\text{odd}}(s)$ 分别表示它的偶数部分和奇数部分且记 $\delta^e(\omega) = \delta^{\text{even}}(j\omega)$，$\delta^o(\omega) = \delta^{\text{odd}}(j\omega)/j\omega$，则上述Kharitonov顶点多项式中的上下标基于下面的事实所加.

$$K_{\min}^{\text{even}}(j\omega) \leqslant \delta^e(\omega) \leqslant K_{\max}^{\text{even}}(j\omega), \tag{2}$$

$$K_{\min}^{\text{odd}}(j\omega)/j\omega \leqslant \delta^o(\omega) \leqslant K_{\max}^{\text{odd}}(j\omega)/j\omega. \tag{3}$$

一个分子分母都为区间多项式的有理函数称为区间有理函数. 它的代表元可记为

$$g(s) = a(s)/b(s). \tag{4}$$

其中 $a(s) \in F_a(s)$，$b(s) \in F_b(s)$. 如记 $K_a^i, K_b^i, i = 1,2,3,4$ 分别为与 $F_a(s)$，$F_b(s)$ 对应的Kharitonov 顶点多项式，那么与一区间有理函数对应的 16 个 Kharitonov 顶点函数为

$$K_g^{ij} = K_a^i/K_b^j, \quad i,j = 1,2,3,4. \tag{5}$$

特别当区间有理函数的分子为一固定多项式时便称之为区间分母有理函数. 记区间分母有理函数的分子为 $a(s)$，那么相应的 Kharitonov 顶点函数降为 4 个

$$K_g^i = a(s)/K_b^i, \quad i = 1,2,3,4. \tag{6}$$

完全类似地可讨论区间分子的情况，但由于本文结果仅涉及到区间分母有理函数表示的系统故不再详述，与本文相近的研究即仅考虑对象分母含有不确定性的结果见文献[6].

文中要用到严格正实函数的知识，现简介如下：

定义 1[5,7] 一个传递函数 $p(s)$ 称为严格正实的是指它满足条件 1) $p(s)$ 在闭的右半平面 $\mathrm{Re}(s) \geqslant 0$ 内没有极点；2) $\mathrm{Re}(p(j\omega)) > 0, \forall\ \omega \in \mathrm{R}$.

引理 1[5] 一个正则稳定的实传递函数 $p(s) = n(s)/d(s)$ 为严格正实的当且仅当

1) $\mathrm{Re}(p(0)) > 0$；

2) $n(s)$ 是稳定的；

3) $d(s) + j\alpha n(s), \alpha \in \mathrm{R}$ 是稳定的.

下面的结果将一无穷多项式族的稳定性问题转化成一个范数的检验问题.

引理 2[8] 设 $p(s) = n(s)/d(s)$ 是一个正则稳定的有理函数(实的或复的). 其阶数为 n，那么 $\|p(s)\|_\infty < 1$ 当且仅当

1) $|a_n| < |b_n|$，a_n, b_n 为 $p(s)$ 分子分母的首次项系数；

2) $d(s) + e^{j\theta} n(s), \theta \in [0,2\pi)$ 是稳定的.

关于稳定多项式的设计有如下结果.

引理 3[9] 设 $f(s)$ 为 n 阶正系数稳定多项式，$f'(s)$ 为 n' 阶实多项式，如果

1) $n' \leqslant n + 1$；

2) 当 $n' = n + 1$ 时，$f'(s)$ 的首项系数为正，

那么一定存在一个 $\varepsilon^* > 0$ 使得对任何 $\varepsilon \in (0,\varepsilon^*)$ 都有 $f_\varepsilon(s) = f(s) + \varepsilon f'(s)$ 是正系数的稳定多项式.

3 一个启发性结果及改进

由于本文的主要思想受益于文献[10],因此本节首先对该文关于圆盘多项式族稳定性的启发性结果作一个更精细的刻画,然后给出一个严格正实函数的充分条件,这对获得本文的顶点结果是重要的.

现在考虑圆盘多项式族.为方便仍记为

$$F_\delta(s)=\{\delta(s)=\delta_0+\delta_1 s^1+\cdots+\delta_n s^n\,|\,\delta_i\in D_i, i=0,1,2,\cdots n\}. \tag{7}$$

其中 D_i 为复平面上中心在 β_i 半径为 γ_i 的圆盘.

在(7)中有3个特殊的多项式可写出如下:

1) $\beta(s)=\beta_0+\beta_1 s+\cdots+\beta_{n-1}s^{n-1}+\beta_n s^n$;

2) $\gamma_1(s)=\gamma_0-j\gamma_1 s-\gamma_2 s^2+j\gamma_3 s^3+\gamma_4 s^4+\cdots$;

3) $\gamma_2(s)=\gamma_0+j\gamma_1 s-\gamma_2 s^2-j\gamma_3 s^3+\gamma_4 s^4+\cdots$.

其中多项式1)称为圆心多项式.

引理4[10] 设 $0\notin D_n$,那么圆盘多项式族(7)稳定的充要条件是

1) $\beta(s)$ 是稳定的;

2) $\|\gamma_1(s)/\beta(s)\|_\infty<1$, $\|\gamma_2(s)/\beta(s)\|_\infty<1$.

记 ∂D_i 为 D_i 的圆周,可得(7)的子集合

$$F'_\delta(s)=\{\beta(s),\delta(s)=\delta_0+\delta_1 s+\cdots+\delta_n s^n\,|\,\delta_i\in\partial D_i, i=0,1,2,\cdots n\}. \tag{8}$$

定理1 多项式族(7)稳定当且仅当族(8)稳定.

证 类似于文献[10],这里首先证明族(8)稳定的充要条件是 1° $\beta(s)$ 是稳定的; 2° $\|\sum_{i=0}^{n}\gamma_i e^{j\theta_i}s^i/\beta(s)\|_\infty<1, \theta_i\in[0,2\pi), i=0,1,2,\cdots n$. 显然条件1°和2°的充分性可直接从Rouch'e定理获得,故只需证必要性.由于 $\beta(s)$ 包含在(8)中,所以1°的必要性自然满足.下证2°的必要性.注意到 $0\notin D_n$,则有 $|\gamma_n/\beta_n|<1$. 假设2°不成立.则必存在 $\bar\theta_i\in[0,2\pi), i=0,1,2,\cdots,n$ 使得 $\|\sum_{i=0}^{n}\gamma_i e^{j\bar\theta_i}s^i/\beta(s)\|_\infty\geqslant 1$. 令 $d(s)=\beta(s), n(s)=\sum_{i=0}^{n}\gamma_i e^{j\bar\theta_i}s^i$,则由引理2知存在 $\theta^*\in[0,2\pi)$ 使得 $\beta(s)+e^{j\theta^*}\sum_{i=1}^{n}\gamma_i e^{j\bar\theta_i}s^i$ 是不稳定的,显然记 $\theta'_i=\theta^*+\bar\theta_i$ 知 $\beta(s)+\sum_{i=0}^{n}\gamma_i e^{j\theta'_i}s^i$ 在(8)的圆周上,这与(8)的稳定性矛盾. 2°的必要性得证.余下要证上述条件1°和2°与引理4中的条件1)和2)等价.由于(8)是(7)的子集合,因此(7)的稳定性暗示(8)的稳定性.即从引理4的条件1)和2)可推出上述条件1°和2°.反之在条件2°的表达式中取 $\theta_i=-i\pi/2, i=0,1,2,\cdots,n$ 得

$$\sum_{i=0}^{n}\gamma_i e^{j\theta_i}s^i/\beta(s)=\gamma_1(s)/\beta(s).$$

取 $\theta_i=i\pi/2$, $i=0,1,2,\cdots,n$ 得

$$\sum_{i=0}^{n}\gamma_i e^{j\theta_i}s^i/\beta(s)=\gamma_2(s)/\beta(s).$$

注意到 i 较大时, $-i\pi/2$ 和 $i\pi/2$ 可以模 2π 取值.因此由条件2°可以推出引理4的条件2).

又因条件 1° 和引理 4 条件 1) 是相同的立即得由条件 1° 和 2° 可推出引理 4 条件 1) 和 2).

证毕.

虽然定理 1 是对引理 4 的一个更精细的刻画,但是它仍然有一个重要的限制就是族(8) 的系数必须在圆周上独立变化,一般说来这种"独立性"会对应用带来一定的影响,但这正好与引理 2 形成了对应,因为引理 2 的条件 2) 刚好是系数在圆周上"等位置"相关取值时的稳定性条件. 这里指出正是这两个将圆周多项式族的稳定性问题转化为某有理函数 H_∞ 范数有界性判别问题的重要结果,启发我们将引理 1 关于严格正实的结果借助于模值或范数表示出来.

定理 2 一个正则稳定的实有理函数 $p(s) = n(s)/d(s)$,如果满足 $d(s) + n(s)$ 是稳定的,那么 $p(s)$ 为严格正实的充分条件是

1) $\mathrm{Re}(p(0)) > 0$;

2) $n(s)$ 是稳定的;

3) $|(d(s) - n(s))/(d(s) + n(s))|_{s=j\omega}| < 1, \omega \in \mathrm{R}$.

进一步如果 $\deg(d(s)) = \deg(n(s))$,那么条件 3) 可换为

3′ $\|(d(s) - n(s))/(d(s) + n(s))\|_\infty < 1$.

并且条件 1),2),3′ 也是必要的.

证 从引理 1 只需证明上述条件 3) 能够推出 $d(s) + j\alpha n(s), \alpha \in \mathrm{R}$ 是稳定的即可. 首先指出经典控制论中一个简单的事实:任何形如 $K/(Ts+1)$ 的惯性环节在全频率范围内的 Nyquist 图为复平面上圆心在 $(K/2, 0j)$,半径为 $K/2$ 的圆. 其方程可以表示为 $K/2 + (K/2)e^{j\theta}, \theta \in [0, 2\pi)$. 如果仅考虑频率 $\omega \in \mathrm{R}$,那么 Nyquist 图的方程为 $K/2 + K/2e^{j\theta}$, $\theta \in (-\pi, \pi)$,现在条件 3) 意味着

$$(d(j\omega) + n(j\omega)) + e^{j\theta}(d(j\omega) - n(j\omega)) \neq 0, \quad \theta \in [0, 2\pi), \quad \omega \in \mathrm{R}. \tag{9}$$

特别上式对 $\theta \in (-\pi, \pi)$ 时成立且在这个取值范围内(9) 为一族固定阶多项式在 $s = j\omega$ 时的值,注意到 $\theta = 0 \in (-\pi, \pi)$ 时(9) 对应的多项式 $2d(s)$ 是稳定的,故由 Zero Exclusion 条件[11] 知如下多项式族是稳定的.

$$(d(s) + n(s)) + e^{j\theta}(d(s) - n(s)), \quad \theta \in (-\pi, \pi). \tag{10}$$

整理上式知 $n(s) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{j\theta})(d(s) - n(s)), \theta \in (-\pi, \pi)$ 是稳定的. 由本证明开始时所述事实知 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{j\theta}$, $\theta \in (-\pi, \pi)$ 与 $\frac{1}{1 + j\alpha}$, $\alpha \in \mathrm{R}$ 对应的点集相同. 因此得到 $n(s) + \frac{1}{1 + j\alpha}(d(s) - n(s)), \alpha \in \mathrm{R}$ 是稳定的,这等于 $d(s) + j\alpha n(s), \alpha \in \mathrm{R}$ 是稳定的. 现在还需证明条件 3° 的必要性. 事实上当 $p(s)$ 为严格正实时,$n(s), d(s)$ 都是稳定的且从 $\mathrm{Re}(p(0)) > 0$ 知 $n(s)$ 和 $d(s)$ 的常数项同符号进而它们的首次项系数同号. 从条件 $\deg(d(s)) = \deg(n(s))$ 知 $d(s) + n(s)$ 的首次项系数的绝对值严格大于 $d(s) - n(s)$ 的首次项系数的绝对值,即 $|(d(\infty) - n(\infty))/(d(\infty) + n(\infty))| < 1$,又从前面的充分性证明知多项式族 $d(s) + n(s) + e^{j\theta}(d(s) - n(s)), \theta \in [0, 2\pi)$ 是稳定的,利用引理 2,条件 3° 的

必要性得证. 证毕.

4 区间系统的顶点结果

为叙述方便, 本节记对象传递函数 $p(s)=n_p(s)/d_p(s)$, 控制器传递函数 $c(s)=n_c(s)/d_c(s)$,单位反馈下的闭环传递函数为 $G(s)=a_p(s)n_c(s)/(d_p(s)d_c(s)+n_p(s)n_c(s))$.

定义 2 一控制器 $c(s)$ 严格正实镇定 $p(s)$ 是指 1) $d_p(s)d_c(s)+n_p(s)n_c(s)$ 是稳定的; 2) $G(s)$ 是严格正实的. 进一步如果对象是区间有理函数,则 $c(s)$ 满足上述条件称之为鲁棒严格正实镇定区间对象.

由定义 2 可给出定理 2 的一个直接结果.

定理 3 系统 $p(s)$ 在单位反馈下实现其严格正实镇定的充分条件是存在控制器 $c(s)$ 满足

1) $\mathrm{Re}(G(0))>0.$ (11)

2) $n_p(s)n_c(s),\quad d_p(s)d_c(s)+n_p(s)n_c(s),\quad d_p(s)d_c(s)+2n_p(s)n_c(s)$ (12)

都是稳定的.

3) $|d_p(s)d_c(s)/(d_p(s)d_c(s)+2n_p(s)n_c(s))|_{s=j\omega}|<1,\quad \omega\in\mathrm{R}.$ (13)

在顶点结果给出之前,还需下面的引理.

引理 5[12] 记 $F(x_1,x_2,\cdots x_n)\triangleq\{f(x_1x_2\cdots x_n)\,|\,f(x_1x_2\cdots x_n)=\sum C_{i_1i_2\cdots i_q}x_{i_1}x_{i_2}\cdots x_{i_q}$, $i_1\neq i_2\neq\cdots\neq i_q$, $C_{i_1i_2\cdots i_q}$ 为实数, $1\leqslant q\leqslant n\}$. 若 $a_i\leqslant x_i\leqslant b_i$, $i=1,2,\cdots,n$, a_i,b_i 为实数, 那么 $F(x_1,x_2,\cdots x_n)$ 在 $x_i,i=1,2,\cdots,n$ 取顶点值时达到极值.

引理 6[13] 设一区间分母系统的相对阶为 1,那么一个形如 $K(s+z)/(s+p)$ 的一阶控制器镇定该系统的充要条件是它同时镇定形如(6) 的 4 个 Kharitonov 顶点系统.

注 1 在引理 6 中由于相对阶为 1,这不仅表明系统是严格正则的,而且区间分母的首次项系数区间不能含零,因此该引理可直接采用文献[13] 中定理 1 的证明方法获得.

现在可叙述本节的顶点结果如下.

定理 4 一阶控制器 $K(s+z)/(s+p)$ 使得相对阶为 1 的区间分母系统满足定理 3 条件(11) ~ (13) 当且仅当它使得区间系统的 4 个顶点系统满足它们.

证 由引理 6 知,(11),(12) 的等价性是显然的. 故只需证明(13) 且仅限于充分性. 事实上设 $p(s)=n_p(s)/d_p(s)$ 为区间分母系统中的任一元, 那么显然有 $|d_p(j\omega)d_c(j\omega)/(d_p(j\omega)d_c(j\omega)+2n_p(j\omega)n_c(j\omega))|<1,\omega\in\mathrm{R}$ 当且仅当

$$|d_p(j\omega)d_c(j\omega)|<|d_p(j\omega)d_c(j\omega)+2n_p(j\omega)n_c(j\omega)|,\quad \omega\in\mathrm{R}. \tag{14}$$

令其 $d_p(j\omega)=d_p^R+d_p^Ij$, $d_c(j\omega)=d_c^R+d_c^Ij$, $n_p(j\omega)=n_p^R+n_p^Ij$, $n_c(j\omega)=n_c^R+n_c^Ij$,那么上式等价于

$$\begin{aligned}&(d_p^Rd_c^R-d_p^Id_c^I)(n_p^Rn_c^R-n_p^In_c^I)+(d_p^Rd_c^I+d_p^Id_c^R)(n_p^Rn_c^I+n_p^In_c^R)\\&\quad+|n_p(j\omega)n_c(j\omega)|^2>0,\quad \omega\geqslant 0.\end{aligned} \tag{15}$$

现固定 ω,则由(2) 和(3) 知 d_p^R,d_p^I 在某区间中取值,故由引理 5 知(15) 左边两项的最小值在某顶点系统达到,因此在这个 ω 上由于顶点系统满足(15) 导致 $p(s)$ 也满足(15). 由 ω 的任意性定理得证.

推论 1 给定一区间分母系统具有相对阶为零且至少具有一实零点，则形如 $K/(s+p)$ 的控制器使得该系统满足(11)～(13)当且仅当它使得系统的4个顶点系统满足.

定理4和推论1告诉我们，为完成区间分母系统的鲁棒严格正实镇定，只需设计控制器对其顶点系统满足(11)～(13)即可，这正是期望的顶点结果.

5 设计条件的可行性

为了上节顶点结果的应用，必须分析条件(11)～(13)的可设计性，这需要作下面两条假设：

1) 对象和控制器都是最小相位的，即 $n_p(s)$，$n_c(s)$ 都是稳定的；

2) 如果要求控制器的正则性，那么对象的相对阶只能是0和1.

事实上从引理1和定义2，这两条假设恰是对象能够被严格正实镇定的必要条件，因此这种假设是合理的.

命题 1 设 $f_1(s)$ 为稳定多项式，$f_2(s)$ 为首系数，与 $f_1(s)$ 同号，且满足 $\deg(f_2)\leqslant\deg(f_1)+1$ 的多项式，那么一定存在 $\varepsilon^*>0$ 使得当 $\varepsilon\in(0,\varepsilon^*)$ 时，$f_1(s)+\varepsilon f_2(s)$ 是稳定的，且有

$$|\varepsilon f_2(s)/[f_1(s)+\varepsilon f_2(s)]_{s=j\omega}|<1,\quad \omega\in\mathrm{R}. \tag{16}$$

证 记 $f_1(j\omega)=f_1^R+f_1^Ij$，$f_2(j\omega)=f_2^R+f_2^Ij$，故(16)等价于

$$|f_1(j\omega)|^2+2\varepsilon(f_1^Rf_2^R+f_1^If_2^I)>0,\quad \omega\in\mathrm{R}. \tag{17}$$

根据阶条件知(17)左边两项关于 ω 的次数或者相等或者第一项高于第二项，显然存在 $\varepsilon_1>0$ 使得 $\varepsilon\in(0,\varepsilon_1)$ 时(17)左边 ω 的最高次项系数符号同于第一项最高次项系数. 由此可找到 $\omega_m>0$ 独立于 $\varepsilon\in(0,\varepsilon_1)$ 的选择以致 $|\omega|>\omega_m$ 时，(17)成立. 因为 $f_1(s)$ 是稳定的，故得 $\min\limits_{\omega}|f_1(j\omega)|=A>0$，这样又可选择 $\varepsilon_2>0$ 使得 $\varepsilon\in(0,\varepsilon_2)$ 时 $\max\limits_{|\omega|\leqslant\omega_m}|2\varepsilon(f_1^Rf_2^R+f_1^If_2^I|<A$，即(17)成立. 注意到本命题满足引理3的设计条件，又可得 $\varepsilon_3>0$ 以致 $\varepsilon\in(0,\varepsilon_3)$ 时 $f_1(s)+\varepsilon f_2(s)$ 是稳定的，综上取 $\varepsilon^*=\min\{\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3\}$，命题得证.

定理 5 设对象 $p(s)$ 满足假设1)和2)，那么一定存在一个正则稳定的控制器 $c(s)$ 完成系统的严格正实镇定.

证 任取 $n_c(s)$ 为满足 $\deg(n_c(s))\geqslant\deg(d_p(s))-\deg(n_p(s))-1$ 的稳定多项式，那么 $d_c(s)=d_ms^m+\cdots+d_1s+d_0$ 的设计步骤如下：

1° 令 $f_1(s)=2n_p(s)n_c(s)$，$f_2(s)=d_p(s)$，那么从引理3和命题1可设计 $\varepsilon_0>0$ 满足 $in_p(s)n_c(s)+\varepsilon_0d_p(s)$，$i=1,2$ 是稳定的且有 $n_p(0)n_c(0)/(\varepsilon_0d_p(0)+n_p(0)n_c(0))>0$ 和 $|\varepsilon_0d_p(j\omega)/(\varepsilon_0d_p(j\omega)+2n_p(j\omega)n_c(j\omega))|<1$，$\omega\in\mathrm{R}$.

2° 令 $f_1(s)$ 同上，$f_2(s)=d_p(s)(s+\varepsilon_0)$，同1°可设计出 $\varepsilon_1>0$ 满足 $in_p(s)n_c(s)+\varepsilon_1d_p(s)\cdot(s+\varepsilon_0)$，$i=1,2$ 是稳定的且有 $|\varepsilon_1d_p(s)(s+\varepsilon_0)/(\varepsilon_1d_p(s)(s+\varepsilon_0)+2n_p(s)n_c(s))|_{s=j\omega}|<1$，$\omega\in\mathrm{R}$. 类似地可设计出 ε_2.

3° 为了保证控制器是稳定的，在设计 ε_3 之前应增加 $\bar{\varepsilon}_3$ 的设计，使得 $\bar{\varepsilon}_3s^3+\varepsilon_2(s^2+\varepsilon_1(s+\varepsilon_0))$ 是稳定的，然后按照 $f_1(s)=2n_p(s)n_c(s)$，$f_2(s)=d_p(s)(\bar{\varepsilon}_3s^3+\varepsilon_2(s^2+\varepsilon_1(s

$+\varepsilon_0)))$ 可设计 ε_3.

4° 上述步骤直到 $m=\deg(n_p(s)n_c(s))-\deg(d_p(s))+1$ 时停止，这时有 $d_c(s)=\varepsilon_m(\bar{\varepsilon}_m s^m+\varepsilon_{m-1}(\bar{\varepsilon}_{m-1}s^{m-1}+\cdots+\varepsilon_1(s+\varepsilon_0)\cdots)$. 即 $d_c(s)$ 的系数为 $d_i=\prod_{j=i}^{m}\varepsilon_j, i=0,1,2$; $d_i=\bar{\varepsilon}_i\prod_{j=i}^{m}\varepsilon_j$, $i=3,4,\cdots,m$.

注 2　定理 5 中的设计步骤与文献[9]中设计 $d_c(s)$ 使得 $d_p(s)d_c(s)+n_p(s)n_c(s)$ 稳定的基本设计步骤有两个本质区别：1) 定理 5 的设计方法不是每次设计 $d_c(s)$ 的一个系数，而是所有系数一直到结束步骤时才同时设计出；2) 文献[9]中关于 $d_c(s)$ 的阶数在理论上来说是任意的，而本文的最高阶是受限的. 见设计步骤 4°.

6　结束语

综上本文给出了严格正实镇定的一组充分条件并证明了一类区间系统在采用一阶控制器的情况下关于这组条件的顶点结果. 特别文中关于设计条件的可行性分析是本文结果应用的基础. 目前鲁棒严格正实镇定的研究还仅仅是开始，许多问题有待进一步的探讨. 例如有关一般区间系统的鲁棒严格正实镇定问题以及采用高阶控制器[14]的顶点结果等等.

参　考　文　献

[1] Anderson, B. D. O., Dasgupta, S., Khargonekar, P., Kraus, F. J. and Mansour. Robust Strict Positive Realness: Characterization and Construction. IEEE Trans. Circuits and Systems, 1990, 37: 869—876

[2] Abdallah, C., Dorato, P. and Karni. S.. SPR Design Using Feedback. Proc. ACC, 1991, 1—6

[3] Jia, Y. M., Gao W. B. and Cheng, M.. Robust Strict Positive Real Stabilization and Asymptotic Hyperstability Robustness, Int. J. of Control, 1994, 59(5): 1143—1157

[4] Kharitonov, V. L.. Asymptotic Stability of an Equilibrium Position of a Family of Systems of Linear Differential Equations. Differential Uravnen, 1978, 14: 2086—2088

[5] Chapellat, H., Dahleh, M. and Bhattacharyya, S. P.. On Robust Nonlinear Stability of Interval Control Systems. IEEE Trans. Autmat. Contr. 1991, AC-36: 59—67

[6] Amillo, J. and Mata, F. A.. Robust Stabilization of Systems with Multiple Real Pole Uncertainties, IEEE Trans. Autmat. Contr. 1991, AC-36: 749—752

[7] 高为炳. 非线性控制系统导论，北京：科学出版社，1988

[8] Chapellat, H., Dahleh, M. and Bhattacharyya, S. P.. Robust Stability under Strctured and Unstructured Perturbations. IEEE Trans. Autmat. Contr. 1990, AC-35: 1100—1108

[9] Wei, K. H. and Yedavalli, R. K.. Robust Stabilizability for Linear System with Both Parameter Variation and Unstructured Uncertainty. IEEE Trans. Autmat. Contr. 1989, AC-34: 149—156

[10] Chapellat, H., Dahleh, M. and Bhattacharyya, S. P.. Robust Stability of a Family of Disc Polynomials. Int. J. of Control, 1990, 51(6): 1353—1362

[11] Barmish, B. R.. New Tools for Robustness Analysis. IEEE CDC Proc. 1988, 1—6

[12] 胡汉中，程勉，高为炳. 系统的鲁棒稳定性问题. 控制与决策，1986, 1(1): 9—13

[13] Barmish, B. R., Hollot. C. V., Kraus, F. J. and Tempo, R.. Extreme Point Results for Robust Stabilization of Interval

Plants with First Order Compensators. IEEE Trans. Autmat. Contr., 1992, AC-37(6):701—714

[14] Barmish, B. R. and Kang H. I.. Extreme Point Results for Robust Stability of Interval Plants: Beyond First Order Compensators. The First IFAC Symp. on Design Method of Control Systems. ETH Zurich Switzerland, September 4—6, 1991, 1:7—16

Extreme Point Results for Robust Strict Positive Realness Stabilization

JIA Yingmin, GAO Weibing and CHENG Mian

(The 7th Research Division, Beijing University of Aeronautics and Astronautics · Beijing, 100083, PRC)

Abstract: This paper is devoted to the study of robust strict positive realness stabilization of interval systems. A sufficient condition for strict positive realness stabilization is first given, then the feasible analysis of the condition is completed and extreme point results for robust strict positive realness stabilization of a class of interval denominator systems with first order compensators are derived. Thus the compensator design procedure may be greatly simplified.

Key words: robust control; interval systems; strict positive realness; extreme point results

本文作者简介

贾英民 1958年生. 1981年毕业于山东大学数学系控制理论专业，分配到河南焦作矿业学院电气工程系任教. 1990年和1993年分获北京航空航天大学自动控制理论及应用专业硕士和博士学位. 1994年在北京航空航天大学航空与宇航技术博士后流动站从事博士后研究工作期满. 现在北京航空航天大学第七研究室工作. 1992年任副教授，1995年任教授. 学术兴趣为多变量系统，鲁棒控制，H_∞理论等.

高为炳 见本刊1995年第2期第153页.

程 勉 1953年毕业于北京航空学院，1958年任该院讲师，1980年任副教授，1986年任教授. 1990年任控制理论与应用学科博士导师. 学术兴趣为一般力学，非线性振动，非线性控制系统，运动稳定性，大系统，机器人动力学与控制，智能控制等. 1993年6月病逝.