第 12 卷第 6 期 1995 年 12 月
控制理论与应用 CONTROL THEORY AND APPLICATIONS
Vol. 12, No. 1 Dec., 1995

模型在线辨识方法及其应用*

史忠科

(西北工业大学自动控制系·西安,710072)

摘要:本文提出了一种有效的非线性模型和参数在线估计方法.为了实现模型在线辨识,本文根据误差性能指标,给出了模型判据及计算式.根据递推加权最小二乘算法和优选判据,导出了模型和参数同时在线估计的有效算法.为了提高计算效率和数值稳定性,模型辨识和参数辨识均采用了 U-D 分解方法.新方法可用于飞行器非线性气动模型和参数的实时估计.实际应用结果表明,使用该方法可以有效地确定多项式、样条函数模型结构,参数辨识的结果满足工程要求.

关键词:模型辨识;在线估计;非线性系统;飞行动力学;飞行试验

1 引 言

系统辨识理论几乎在各个领域都有着极为广泛的应用[3].对于线性系统的建模问题,目前已经有比较系统的方法.但对于非线性系统的辨识问题,目前尚未有成熟的理论.当模型确定后,不论是在线或离线参数辨识,均可以得到尚为满意的结果[1].然而,当模型结构不确定时,实时处理将无法实现.在实际中,常常希望模型和参数都能在线估计.如飞行器气动导数辨识问题,如果能够在线估计出气动力、力矩模型和有关参数,对提高试飞结果的准确性以及试飞周期和研制周期的缩短均有极为重要的意义[4].近年来,国内外很多学者都对实时估计问题进行了大量的研究,给出了线性气动力、力矩系数(模型结构已知)的在线辨识方法.但对非线性气动特性的辨识问题,却无人问津.为了解决这一问题,本文给出了在线辨识模型结构及参数的方法.

2 递推参数辨识方法

设待辨识的系统模型具有以下形式

$$z(k) = x_1\theta_1 + x_2\theta_2 + \cdots + x_n\theta_n + \cdots + v(k). \tag{1}$$

式中,$z(k)$ 为观测值,$v(k)$ 为量测噪声,$x_1,x_2,\cdots,x_n\cdots$ 为候选因子,θ_i 为未知参数.

如果 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 选入模型,$x_{n-1},x_{n+2},\cdots$ 均被剔除,则递推加权最小二乘法如下[3]

$$\begin{cases} \Omega_n(k+1) = \Omega_n(k) + K_{k+1}[z(k) - \Psi_k\Omega_n(k)], \\ K_{k+1} = P_{k+1}\Psi_k^{\mathrm{T}}R^{-1}, \\ P_{k+1} = P_k - P_k\Psi_k^{\mathrm{T}}(R + \Psi_kP_k\Psi_k^{\mathrm{T}})^{-1}\Psi_kP_k. \end{cases} \tag{2}$$

式中 $\Omega_n = [\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_n]^{\mathrm{T}}$,$\Psi_k = [x_1,x_2,\cdots,x_n]$,$R^{-1}$ 为权因子,P 为方差矩阵.

在递推算法中,P_k 阵由于衰减很快而极易失去正定性.为了保证辨识的收敛性,本文采用 U-D 分解解决计算发散问题.为了减少递推初始段对整个辨识的影响并解决数据饱和问

---

* 霍英东基金资助项目.

本文于 1994 年 4 月 2 日收到.1994 年 12 月 14 日收到修改稿.

题,我们在辨识中采用了限定下界和渐消记忆方法.几种方法的综合形式的U-D分解算式如下:

$$\begin{cases} \Omega_n(k+1) = \Omega_n(k) + K_{k+1}[z(k) - \Psi_k\Omega_n(k)], \\ K_{k+1} = U_{k+1}D_{k+1}U_{k+1}^{\mathrm{T}}\Psi_k^{\mathrm{T}}R^{-1}, \\ U_{k+1}D_{k+1}U_{k+1}^{\mathrm{T}} = U_kD_kU_k^{\mathrm{T}} - U_kD_kU_k^{\mathrm{T}}\Psi_k^{\mathrm{T}}(R + \Psi_kU_kD_kU_k^{\mathrm{T}}\Psi_k^{\mathrm{T}})^{-1}\Psi_kU_kD_kU_k^{\mathrm{T}}, \\ D_{k+1} = D/q, \\ D_{k+1} = D_0, \quad (D_{k+1} < D_0). \end{cases} \tag{3}$$

式中,$U_{k+1}D_{k+1}U_{k+1}^{\mathrm{T}} = P_{k+1}$,$U_kD_kU_k^{\mathrm{T}} = P_k$;$q$ 为衰减因子,且 $q < 1$;D_0 为方差下界.

对于给定的模型结构,根据(3)式可得较满意的结果.

3　递推模型辨识方法

假设 $x_1,x_2,\cdots,,x_N$ 已通过分析方法选入模型,考虑 $x_{N+1},x_{N+2},\cdots$ 的选入或剔除问题.

根据性能指标

$$J_N = (X - Y_N\hat{\Omega}_N)^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}(X - Y_N\hat{\Omega}_N) \tag{4}$$

得

$$J_N = X^{\mathrm{T}}[\Lambda^{-1} - \Lambda^{-1}Y_N(Y_N^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}Y_N)^{-1}Y_N^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}]X. \tag{5}$$

(4),(5)式中,

$$\begin{aligned} &X = [z(1),z(2),\cdots,z(M)]^{\mathrm{T}}, \\ &\Lambda = \mathrm{diag}[R,R,\cdots,R], \quad \Omega_N = [\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_N]^{\mathrm{T}}, \\ &Y_N^{\mathrm{T}} = [\Psi_1^{\mathrm{T}},\Psi_2^{\mathrm{T}},\cdots,\Psi_M^{\mathrm{T}}], \\ &\hat{\Omega}_N = (Y_N^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}Y_N)^{-1}Y_N^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}X. \end{aligned}$$

$\hat{\Omega}_N$ 的递推式如(2)式所示,M 为数据长度

若将 x_{N+1} 选入模型,有

$$\begin{bmatrix} \hat{\theta}_{N-1}(l+1) \\ \hat{\Omega}_N(l+1) \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} A_{N+1}^{\mathrm{T}} \\ Y_N^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \Lambda^{-1} [A_{N+1} \quad Y_N] \right\}^{-1} \begin{bmatrix} A_{N+1}^{\mathrm{T}} \\ Y_N^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \Lambda^{-1}X. \tag{6}$$

式中,θ_{N+1} 为标量,l 指模型的优选次数.

$$A_{N+1} = [x_{N-1}(1),x_{N+1}(2),\cdots,x_{N+1}(M)]^{\mathrm{T}},$$

令

$$UDU^{\mathrm{T}} = Y_N^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}Y_N, \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & U_{12} \\ 0 & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ U_{12}^{\mathrm{T}} & U^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{N-1}^{\mathrm{T}} \\ Y_N^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \Lambda^{-1} [A_{N+1} \quad Y_N], \tag{8}$$

可得

$$\begin{cases} U_{12} = A_{N+1}^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}Y_NU^{-\mathrm{T}}D^{-1}, \\ D_1 = A_{N+1}^{\mathrm{T}}[\Lambda^{-1} - \Lambda^{-1}Y_N(Y_N^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}Y_N)^{-1}Y_N\Lambda^{-1}]A_{N+1}. \end{cases} \tag{9}$$

式中,U 为单位上三角阵,D 为对角阵.

参数估计的修正计算如下

$$\begin{cases} \hat{\theta}_{N+1}(l+1) = D_1^{-1}A_{N+1}^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}\hat{V}(l), \\ \hat{\Omega}_N(l+1) = U^{-\mathrm{T}}D^{-1}U^{-1}Y_N^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}[X - A_{N+1}\hat{\theta}_{N+1}(l+1)] \\ \qquad\qquad\quad = \hat{\Omega}_N(l) - U^{-\mathrm{T}}U_{12}^{\mathrm{T}}\hat{\theta}_{N+1}(l+1). \end{cases} \tag{10}$$

性能指标为

$$J_{N+1}=[X-Y_N\hat{\Omega}_N(l+1)-A_{N+1}\hat{\theta}_{N+1}(l+1)]^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}\cdot[X-Y_N\hat{\Omega}_N(l+1)-A_{N+1}\hat{\theta}_{N+1}(l+1)]. \tag{11}$$

将(10)式代入(11)式中得

$$\begin{aligned}J_{N+1}&=[X-A_{N-1}\hat{\theta}_{N+1}(l+1)]^{\mathrm{T}}[\Lambda^{-1}-\Lambda^{-1}Y_N(Y_N^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}Y_N)^{-1}Y_N\Lambda^{-1}]\\&\quad\cdot[X-A_{N+1}\hat{\theta}_{N-1}(l+1)]\\&=J_N-D_1[\hat{\theta}_{N-1}(l+1)]^2.\end{aligned} \tag{12}$$

若 $D_1[\hat{\theta}_{N+1}(l+1)]^2\geqslant J_{min}$，则选入 x_{N+1}，否则剔除.

递推的模型辨识算法可描述如下：

第一步　先对已选入模型中的有关参数进行辨识，当辨识步骤足够时(即 $k>M_0$，M_0 为最小数据长度)，再进行模型辨识. 递推计算式如(3) 式，为了便于模型辨识，还需计算

$$\begin{cases}C(k,i)=C(k-1,i)+x_{N+1}(k)R_k^{-1}Z(k),\\B(k,i)=B(k-1,i)+\Psi_k^{\mathrm{T}}x_{N+1}(k)/R_k,\\L_k(i,j)=L_{k-1}(i,j)+x_{N+i}(k)x_{N+j}(k)/R_k,\end{cases} \tag{13}$$

$$j=1,2,\cdots,\quad i=j,j+1,\cdots,$$

$$C(0,i)=0,\quad B(0,i)=0,\quad L_0(i,j)=0.$$

第二步　进行模型辨识. 先考虑 x_{N+1} 的选入或剔除问题，根据(10) 式可得

$$\begin{cases}\hat{\theta}_{N+1}(l+1)=D_1^{-1}[C(k,1)-B^{\mathrm{T}}(k,1)\hat{\Omega}_N(l)],\\\hat{\Omega}_N(l+1)=\hat{\Omega}_N(l)-P_kB(k,1)\hat{\theta}_{N-1}(l+1),\\D_1=L_k(1,1)-B^{\mathrm{T}}(k,1)P_kB(k,1),\\\Delta J_1=D_1[\hat{\theta}_{N+1}(l+1)]^2.\end{cases} \tag{14}$$

如果 $\Delta J_1<J_{min}$，剔除 x_{N+1}；执行第二步，再判断 x_{N+2}. 若 $\Delta J_1\geqslant J_{min}$，选入 x_{N+1}，执行第三步.

第三步　修正 Y_N,θ_N. 令

$$\hat{\theta}_{N-1}(l+1)=[\theta_{N+1}\quad\Omega_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\quad Y_N(l+1)=[A_{N+1},Y_N]^{\mathrm{T}},$$

$$\begin{aligned}UDU^{\mathrm{T}}&=\begin{bmatrix}A_{N+1}^{\mathrm{T}}\\Y_N^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\Lambda^{-1}[A_{N+1}\quad Y_N]\\&=\begin{bmatrix}1&U_{12}\\0&U_N\end{bmatrix}\begin{bmatrix}D_1&0\\0&D_N\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\U_{12}^{\mathrm{T}}&U_N^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}.\end{aligned}$$

式中　$U_ND_NU_N^{\mathrm{T}}=Y_N^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}Y_N=P_k^{-1}$，$U_{12}=B^{\mathrm{T}}(k,1)U_N^{-\mathrm{T}}D_N^{-1}$.

返回第二步. 由(10)式可得

$$\begin{cases}\hat{\theta}_{N+2}(l+2)=D_2^{-1}[C(k,2)-B^{\mathrm{T}}(k,2)\hat{\Omega}_N(l+1)-L_k(1,2)\hat{\theta}_{N+1}(l+1)],\\\hat{\theta}_{N+1}(l+2)=\hat{\theta}_{N+1}(l+1)-(UDU^{\mathrm{T}})^{-1}\begin{bmatrix}L_k(1,2)\\B(k,2)\end{bmatrix}\hat{\theta}_{N+1}(l+2),\\D_2=L_k(2,2)-[L_k(1,2),B^{\mathrm{T}}(k,2)](UDU^{\mathrm{T}})^{-1}\begin{bmatrix}L_k(1,2)\\B(k,2)\end{bmatrix},\end{cases} \tag{15}$$

以及　$$\Delta J_2=D_2[\hat{\theta}_{N+2}(l+2)]^2.$$

若 $\Delta J_2 < \Delta J_{\min}$，剔除 x_{N-2}，执行第二步. 若 $\Delta J_2 \geqslant J_{\min}$，选入 x_{N+2}，执行第三步. 依此下去，就可得系统的模型.

4　实际计算结果

为了验证模型实时辨识方法的实用性，对某歼击机进行了导数在线估计. 当飞机小迎角飞机时，模型是统一的. 但当飞机大迎角飞行时，气动力、力矩方程均为非线性. 通常都采用多项式、样条函数来逼近. 这样，候选模型可写成

$$\boldsymbol{y} = \sum_{k=1}^{L} \theta_k \varphi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}). \tag{16}$$

对飞机纵向运动而言

$$\boldsymbol{y} = [V, \alpha, \omega_z \quad n_x \quad n_y]^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{x} = [\alpha \quad \omega_z]^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{u} = [\delta_z].$$

对横侧向运动而言

$$\boldsymbol{y} = [\omega_x \quad \omega_y \quad \beta \quad n_y]^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{x} = [\omega_x \quad \omega_y \quad \beta]^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{u} = [\delta_x, \delta_y]^{\mathrm{T}}.$$

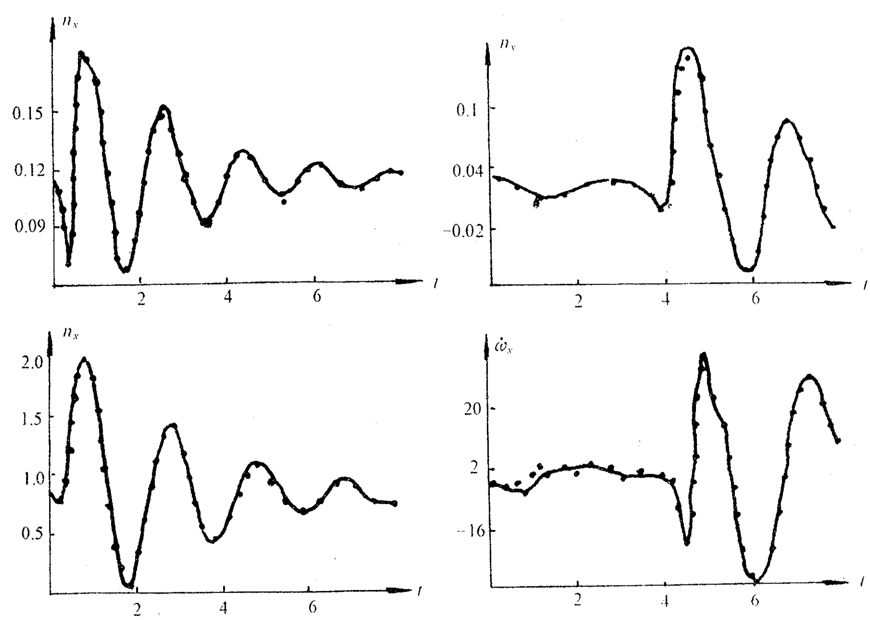
θ_k 为待辨识参数向量，纵向运动模型辨识结果为

$$\begin{cases} \dot{\omega}_z = c_6 + c_2\alpha + c_1\omega_z + c_3\delta_z + c_9\alpha^2 + c_{10}\alpha^3, \\ n_y = \dfrac{V_0}{g}(c_4\alpha + c_5\delta_z) + c_7 + c_8\alpha^2. \end{cases} \tag{17}$$

横侧向运动模型辨识结果为

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = c_1\omega_x + c_2\omega_y + c_3\beta + c_4\delta_x + c_5\delta_r + c_{15} + c_{19}\beta^3, \\ \dot{\omega}_y = c_6\omega_x + c_7\omega_y + c_8\beta + c_9\delta_x + c_{10}\delta_r + c_{16} + c_{18}\beta^3, \\ n_z = \dfrac{V_0}{g}(c_{11}\beta + c_{12}\delta_x + c_{13}\delta_r) + c_{17} + c_{18}\beta^2. \end{cases} \tag{18}$$

拟合结果在图 1，图 2 给出.



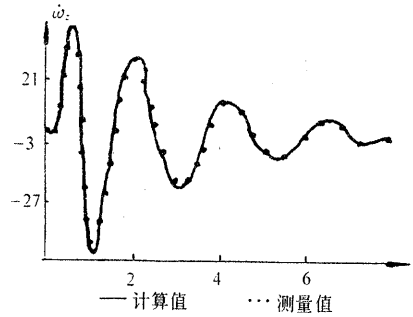


图 1 纵向辨识结果的拟合情况

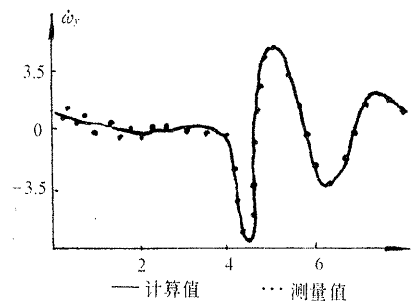


图 2 横侧向辨识结果拟合情况

用本文方法进行递推辨识时，限定飞机机动动作(满足可辨识条件)，非机动数据应尽可能少. 递推方法对数据长度的鲁棒性比事后处理(批处理)方法的鲁棒性差.

5 结束语

本文给出了一种有效的模型在线辨识方法. 如果数据满足可辨识性，递推模型辨识. 参数估计结果与离线方法一致.

参 考 文 献

[1] Klein, V, Batterson, J. G. and Murphy, P. C.. Determination of Model Structure and Parameters of An Airplane from Pre-and Post-Stall Flight Data. AIAA, 81—1866,1981

[2] Akaike, H.. A New Look at the Statistical Model Identification. IEEE Trans. Automat. Contr., 1974,AC-19(6): 716—722

[3] Goodwin, G.C.. 动态系统辨识. 北京：科学出版社，1983

[4] 史忠科. 飞行数据相容性检验的极大似然法. 航空学报. 1990,11(8):B354—360

On-Line Model Identification Method and Its Application

SHI Zhongke

(Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University · Xi'an, 710072, PRC)

Abstract: An efficient on-line identification method for both model and parameter for nonlinear system is presented in this paper. To achieve on-line model identification, a new algorithm is developed which is based on the cost function of error statistics. By means of recursive least square method and model choosing criterion, an efficient on-line method for both model and parameter identification is obtained. To get high numerical stability and computational efficiency, U-D factorization is used in both model and parameter estimation. The new method has been used in the on-line estimation of aerodynamic coefficient of an aircraft. The results of applications show that the models represented by polynominal and spling functions can be determined accurately.

Key words: model identification; on-line estimation; nonlinear system; flight dynamics; flight test

本文作者简介

史忠科 见本刊 1995 年第 4 期第 528 页.