第 13 卷第 1 期
1996 年 2 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 13, No. 1
Feb., 1996

非完整控制系统的理论与应用*

胡跃明　周其节　裴海龙

（华南理工大学自动化系·广州，510641）

摘要：本文综述了近年来在非完整控制系统（即带有不可积约束条件的控制系统）理论与应用方面的研究进展。总结了有关非完整控制系统的镇定、控制及规划等方面的主要成果与方法；并介绍了有关的应用；最后提出了若干待研究的问题。

关键词：非完整系统；不可积约束；控制；镇定；规划

1　引　言

许多实际控制系统常常要考虑与外部环境的接触因素，这类系统带有一定的约束条件，称其为受限系统。它具有广泛的应用背景，如移动机器人及自动驾驶汽车等。通常约束条件可归结为完整约束与非完整约束两类[55,58]。完整约束只限制受控对象的空间位置或者同时限制空间位置及运动速度但经积分可转化为空间位置的约束，因此也称其为几何约束；而非完整约束则是同时限制空间位置及运动速度，并且不能通过积分转化为空间位置的约束，简单地说即为不可积约束或运动约束。相应地我们称具完整约束的系统为完整系统，而具非完整约束的系统为非完整系统。

作为一个例子，考虑具有三个轮子的行走机器人。假定轮子在平面上滚动，其俯视图如图 1 所示。其中 θ 为轮轴的转动角度；(x,y) 为机器人触轮参考点 Q 的坐标位置，则简化后的运动可以用广义坐标向量 $q=(x,y,\theta)^{\mathrm{T}}$ 描述。

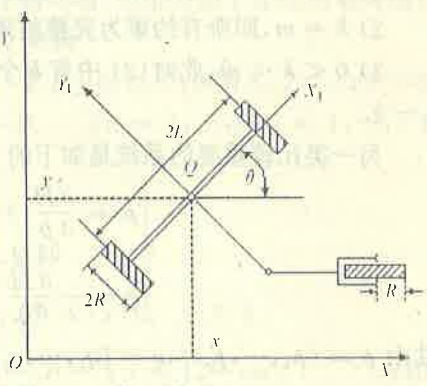

图 1　行走机器人接触俯视示意图

假定轮子与地面之间只有纯滚动接触，则 Q 点的速度 $(\dot{x},\dot{y})$ 与转动角度 θ 之间存在下列约束关系[8]

$$\dot{x}\cos\theta+\dot{y}\sin\theta=0.$$

显然此约束条件不能经积分转化为空间位置坐标 (x,y) 的约束条件。因此它是一种非完整约束。

显然，对完整系统而言，由于可以从约束条件中解出若干个状态变量，进而可将原系统转化为一低维系统，故此类系统的分析与综合问题与无约束系统相比而言没有太大的困难，在理论与应用研究方面已取得满意的进展[17,18,33,54]。但是，对非完整系统而言，由于约束是不可积的，因而其镇定、控制及规划等问题变得相当困难与复杂。自八十年代末以来，随着机器人及自动驾驶等应用技术的发展，需

* 广东省科学基金及国家自然科学基金资助项目。

本文于 1995 年 6 月 16 日收到。

要考虑受控对象与外部环境的滚动接触等非完整约束因素，大大推动了非完整控制系统理论与应用方面的研究工作，在各种主要国际会议及学术刊物上发表了相当多的研究论文．鉴于目前国内尚未见到在这一领域的系统研究报告及开展这方面研究的重要性，本文将综述有关的研究进展，以期引起国内同行的重视．

2 系统模型与约束

在已有的研究中，大多数工作都是基于下列动力学模型

$$M(q)\ddot{q} + V(q,\dot{q}) = J^{\mathrm{T}}(q)\lambda + B(q)u. \tag{1}$$

其中$M(q)$是$n \times n$惯量矩阵，$q \in \mathrm{R}^n$是广义位移向量；$V(q,\dot{q})$是与位置及速度有关的广义力项；$J(q)$为$m \times n$雅可比矩阵；$\lambda \in \mathrm{R}^m$为约束力向量；$B(q)$为$n \times r$输入系数矩阵；$u \in \mathrm{R}^r$为控制输入向量．

假定系统有k个完整约束与$m-k$个非完整约束，则约束可表示为下列形式[38,53]

$$A(q)\dot{q} = 0. \tag{2}$$

其中$A(q)$是$m \times n$满秩阵．设$\eta_1(q),\cdots,\eta_{n-m}(q)$是$A(q)$的零空间中一组线性无关的光滑向量场，也即

$$A(q)\eta_i(q) = 0, \quad i = 1,\cdots,n-m. \tag{3}$$

令Δ是由这些向量场张成的分布，即

$$\Delta = \mathrm{span}\{\eta_1(q),\cdots,\eta_{n-m}(q)\}. \tag{4}$$

则由(2)知$\dot{q} \in \Delta$．一般情况下Δ是一非对合分布．令Δ^*是包含Δ的最小对合分布，则可能有下列三种情形

1) $k=0$，即所有约束为非完整约束，此时Δ^*张成整个空间；

2) $k=m$，即所有约束为完整约束，此时Δ本身即为对合分布；

3) $0<k<m$，此时(2)中有k个约束可以通过积分化为几何约束，因此Δ^*的维数为$n-k$．

另一类比较重要的系统是如下的Hamiltonian控制系统[3]

$$\begin{cases} \dot{p}_i = \dfrac{\partial H}{\partial p_i} + \displaystyle\sum_{j=1}^{r} u_j \dfrac{\partial G_j}{\partial p_i}, \\ \dot{q}_i = -\dfrac{\partial H}{\partial q_i} - \displaystyle\sum_{j=1}^{r} u_j \dfrac{\partial G_j}{\partial q_i}, \end{cases} \quad i = 1,\cdots,n. \tag{5}$$

其中$p=(p_1,\cdots,p_n)^{\mathrm{T}}$，$q=(q_1,\cdots,q_n)^{\mathrm{T}}$，$u=(u_1,\cdots,u_r)^{\mathrm{T}}$；$H=H(p,q)$是Hamiltonian函数；$G_j(j=1,\cdots,r)$是Hamiltonian控制函数；$u$是控制输入．文[3]给出了三种意义下的非完整约束．

定义 1[3] 一组约束称为是Weber约束，如果它们可以表示为下列形式

$$\sum_{i=1}^{n}(A_{ik}(q,p)\mathrm{d}p_i + B_{ik}(q,p)\mathrm{d}q_i) = 0. \tag{6}$$

若(6)可积，则称其为在Weber意义下是完整的；否则称其为在Weber意义下是非完整的．

定义 2[3] 一组约束称为经典约束，如果它们可表示为下列形式

$$\sum_{i=1}^{n} B_{ik}(q)\mathrm{d}q_i = 0. \tag{7}$$

若(7)可积，则称其为完整约束；否则称其为非完整约束.

定义 3[3] 一组约束称为 Dirac 约束，若它们可表示为下列形式

$$\phi_k(q,p)=0. \tag{8}$$

由上可知，Weber 约束比 Dirac 约束及经典约束更具一般性. 在经典意义下 Dirac 约束可能是非完整的，但在 Weber 意义下是完整的. 相应地，文[3]还定义了三种约束意义下的广义 Hamiltonian 系统.

模型(1)与(5)都是从力学问题中抽象出来的. 更一般地，文[23,31]研究了下列的微分—代数控制系统

$$\begin{cases} \dot{x}=f(x)+g(x)v+h(x)u, & (9.1)\\ z=l(x)+m(x)v, & (9.2)\\ y=S(x)=0. & (9.3)\end{cases}$$

其中 $x\in M$(M 为 R^n 的子开集)；$u\in\mathrm{R}^r$ 为控制输入；$v\in\mathrm{R}^m$ 为约束输入；$y\in\mathrm{R}^m$；$z\in\mathrm{R}^r$ 为输出向量；$S(x),l(x),m(x)$ 是 M 上的光滑映射；$g(x)=(g_1(x),\cdots,g_m(x))^{\mathrm{T}}$；$h(x)=(h_1(x),\cdots,h_r(x))$；$f(x),g_i(x)$ 及 $h_j(x)(i=1,\cdots,m,j=1,\cdots,r)$ 为 M 上的光滑向量场；$S(x)=(S_1(x),\cdots,S_m(x))^{\mathrm{T}}$. 约束(9.3)可以是完整或非完整的. 特别地若(9.3)是完整的，则(9)可归结为文[54]的一类广义系统.

显然，上述约束系统可以视为是定义在流形上的微分动力系统. 许多作者利用微分几何工具研究过约束、解的存在性及系统的简化问题[3,15,23,41,46,53]. 在一定条件下，具 Dirac 约束的非完整 Hamiltonian 系统可以转化为一低维辛流形(Sympletic manifold)上的无约束 Hamiltonian 系统[3,46]，而经典意义下的非完整 Hamiltonian 系统可以降阶为一 $2n-m$ 系统[3]. 文[23,31]针对(9)研究了系统的状态表示及控制问题，利用类似于非线性系统输出解耦的思想证明了若存在 m 个正整数 $\gamma_i(i=1,\cdots,m)$ 使得

1) 若 $\gamma_i\geqslant 2$，则对一切 $x\in M$ 及 $k=0,1,\cdots,\gamma_i-2,i,j=1,\cdots,m$ 有 $L_{g_j}L_f^kS_i(x)=0$；

2) 若 $\gamma_i\geqslant 2$，则对一切 $x\in M$ 及 $k=0,1,\cdots,\gamma_i-2,i=1,\cdots,m,j=1,\cdots,r$ 有 $L_{h_j}L_f^kS_i(x)=0$；

3) $L(x)\triangleq\left(L_{g_j}L_f^{\gamma_i-1}S_i(x)\right)_{m\times m}$ 是满秩的.

其中 $L_fS_i(x)$ 表示 $S_i(x)$ 沿向量场 $f(x)$ 的方向导数，也即

$$L_fS_i(x)=\frac{\partial S_i}{\partial x}f(x),\quad L_f^kS_i(x)=L_f\left(L_f^{k-1}S_i(x)\right),\quad k\geqslant 2.$$

则
$$N^*\triangleq\{x\in M\,|\,L_f^kS_i(x)=0,k=0,1,\cdots,\gamma_i-1,i=1,\cdots,m\} \tag{10}$$

是 M 的一个 $n-\gamma_1-\cdots-\gamma_m$ 维光滑流形，且对任意初值 $x(0)\in N^*$ 及可积输入 u，(9)存在唯一满足初值条件 $x(t_0)=x(0)$ 的解 $x(t)\in N^*$(只要解有定义).

流形 N^* 在非完整系统分析中起着重要的作用. 一方面它表示(9)的状态空间，另一方面它也揭示了非完整系统的零动力学性质[23]. 文[46]对具 Dirac 约束(8)的非完整 Hamiltonian 系统，采用 Poisson 括号方法，得到了类似于(10)的相空间流形，从而将(5)唯一地转化为一无约束系统.

3 镇定与控制

首先需指出的是非完整控制系统的平衡态不象无约束情形是孤立的，而是往往构成一

流形.对具 m 个 Weber 约束的非完整 Hamiltonian 系统,其平衡态一般为相空间中的一个 m 维流形,而对具 m 个经典约束的非完整 Hamiltonian 系统,其平衡态一般为构形空间中的一个 m 维流形[3]. 对受限系统(1)与(2),若 $u=0$,则其平衡态集定义为 $\{(q,\lambda)\in R^n\times R^m \mid V(q,0)-J^T(q)\lambda=0\}$,它为构形空间中一个维数至少为 m 的流形;若 $u=U(q,\dot q)$(U 为 $R^n\times R^n\to R^r$ 的光滑函数),则其平衡态集定义为 $\{(q,\lambda)\in R^n\times R^m \mid V(q,0)-J^T(q)\lambda=B(q)U(q,0)\}$,它也形成构形空间中一个维数至少为 m 的流形[4~8,42,53].

鉴于上述特性,非完整系统的稳定性可归结为如下三种情形下的稳定性:a) 关于平衡态流形;b) 关于平衡态流形中的某条路径;c) 关于某一个平衡态. 相对来说情形 a)比较容易,可以利用已有的 Lasalle 不变性原理[56]得到有关的稳定性结果,而要建立后两种情形的稳定性结论就复杂与困难得多.

对于具 Dirac 及经典约束的非完整 Hamiltonian 系统,在适当条件下平衡态流形是可镇定的[3]. 对于系统(1)与(2),由于约束速度 $\dot q$ 属于 $A(q)$ 的零空间,故可定义 $n-m$ 个形式上的速度 $v_i(i=1,\cdots,n-m)$ 使得[8,42,53]

$$\dot q=\eta(q)v(t). \tag{11}$$

其中 $\eta(q)=(\eta_1(q),\cdots,\eta_{n-m}(q))$, $v(t)=(v_1(t),\cdots,v_{n-m}(t))$.

这里 $v(t)$ 虽无需可积,但可视为某 $n-m$ 个伪坐标的时间导数. 因此(1)与(2)可化为下列形式[42]

$$\dot x=f(x)+g(x)\hat u. \tag{12}$$

其中

$$x=(q^T,v^T)^T,\quad f(x)=\begin{pmatrix}\eta(q)v\\0\end{pmatrix},\quad g(x)=\begin{pmatrix}0\\I\end{pmatrix}.$$

下面列出关于(12)的若干主要结论

P1) 非完整系统(12)是可控的[1,4~6,8,38,42,53];

P2) 采用光滑状态反馈可以使(12)的某一平衡点在 Lagrangian 意义下稳定但不能使其渐近稳定[8,53];

P3) 采用非光滑状态反馈或时变状态反馈可以使(12)的某一平衡点在 Lagrangian 意义下渐近稳定[4,39,40];

P4) 若至少有一个约束是非完整的,则(12)不能通过状态反馈实现输入-状态线性化[42,53].

尽管性质 P4)表明非完整系统不能实现输入-状态线性化,但经适当的输出变量及方程选取,(12)还是可以实现输入-输出线性化的. 这一新特性对非完整系统的镇定与控制有一定的意义. 例如,按文[42,53]中的输出选取

$$y=K(q)=(K_1(q),\cdots,K_{n-m}(q))^T. \tag{13}$$

即输出仅与位移 q 有关,则系统(12)的解耦矩阵为

$$\Phi(q)=J_K(q)\eta(q). \tag{14}$$

其中 $J_K(q)=\dfrac{\partial K(q)}{\partial q}$. 若 $\Phi(q)$ 满秩(例如当 $J_K(q)$ 与 $A(q)$ 的行向量为线性无关时),作状态

变换

$$z = T(x) = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K(q) \\ L_f K(q) \\ \bar{K}(q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K(q) \\ \Phi(q)\upsilon \\ \bar{K}(q) \end{bmatrix}. \tag{15}$$

其中 $\bar{K}(q)$ 是使得 $(J_K^T(q), J_{\bar{K}}^T(q))^T$ 满秩的 m 维函数，则 $T(x)$ 是一微分同胚. 在变换(15)下，(12) 化为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = \dot{\Phi}(q)\upsilon - \Phi(q)\dot{u}, \\ \dot{z}_3 = J_{\bar{K}}(q)\eta(q)(\Phi(q))^{-1}z_2. \end{cases} \tag{16}$$

选取状态反馈为

$$\dot{u} = (\Phi(q))^{-1}(\omega - \dot{\Phi}(q)\upsilon). \tag{17}$$

则有

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = \omega, \\ y = z_1. \end{cases} \tag{18}$$

因此实现了输入 - 输出线性化. 其次令 $z_1 = 0, z_2 = 0$，则知系统的零动力学为

$$\dot{z}_3 = 0. \tag{19}$$

显然它是 Lagrange 稳定但非渐近稳定的.

基于上述思想，文[42,53]等提出了仅使用位移反馈的镇定方法，并且证明了系统的平衡点是强可达及小时间局部可控的，尽管系统的线性化含有 k(k 为非完整约束数目)个在虚轴上的不可控极点. 对于一般系统(9)，文[23]利用类似非线性系统输出解耦的方法[57]，给出了实现输出跟踪的控制策略. 许多作者针对各种具体应用对象也给出了类似的镇定与控制方法[11,12,30,36,38,40]. 现有结果都试图将各种非线性系统的分析与综合方法推广到非完整控制系统，但正如上所述存在着相当大的困难，有关零动力学、中心流形理论以及 Lyapunov 直接法等在非完整系统镇定与控制中的推广应用尚需待进一步的研究.

4 规　划

非完整系统的运动规划问题可以归结为设计适当的控制输入使系统沿某一轨线从一初始位置移到另一目标位置，因此本质上是一两点边值问题. 虽然(12)可控，但其线性化系统却是不可控的，因而要得到边值问题的解是相当困难的. 目前已有的工作都是针对移动机器人或其它移动装置如汽车等具体对象，此类系统的动力学由(1)描述，而典型的约束为如下的滚动约束

$$\dot{y}\cos\theta - \dot{x}\sin\theta = 0. \tag{20}$$

其中 (x, y) 表示滚动剖面的位置；θ 表示滚动角度. 运动规划问题即为寻找三个函数 $x_d(t)$、$y_d(t)$ 及 $\theta_d(t)$ 使其满足

$$\dot{y}_d\cos\theta_d - \dot{x}_d\sin\theta_d = 0, \tag{21}$$

$$x_d(t_0) = x_{d0},\ y_d(t_0) = y_{d0},\ \theta_d(t_0) = \theta_{d0}, \tag{22}$$

$$x_d(t_f) = x_{df},\ y_d(t_f) = y_{df},\ \theta_d(t_f) = \theta_{df}. \tag{23}$$

其中 t_0 为初始时刻；t_f 为终止时刻；$(x_{d0},y_{d0},\theta_{d0})$ 为初值；$(x_{df},y_{df},\theta_{df})$ 为终值.

注意到(21)可改写为下列形式

$$\bar{A}(\xi)\dot{\xi}=0. \tag{24}$$

其中 $\bar{A}(\xi)=(-\sin\theta_d,\cos\theta_d,0),\quad \xi=(x_d,y_d,\theta_d)^{\mathrm{T}}.$

注意到 $\bar{A}(\xi)$ 的零空间为 $\mathrm{span}(g_1,g_2)$，这里 $g_1=(\cos\theta_d,\sin\theta_d,0)^{\mathrm{T}}$，$g_2=(0,0,1)^{\mathrm{T}}$. 于是上述规划问题归结为选取适当的 r_1 及 r_2 使得[21]

$$\dot{\xi}=g_1r_1+g_2r_2. \tag{25}$$

其中 r_1 表示弧长；r_2 表示移动装置的角速度.

显然，对上述规划问题，除了要寻找满足边值条件的解外，还有一个路径的优化问题，从直观上看一物体从一点移到另一点在距离最短意义下可以有多条路径存在，因此寻求最优规划问题的解也显得困难. 文[36,43]等采用向量场李代数的分析方法给出了规划问题的解；大多数工作采用积分方法将(25)转化为一积分方程，然后寻求满足(22)及(23)的解[10,16,19,27,29,34,37,50]. 文[14]及[34]分别利用变分法及 Green 公式得到了规划问题的解，从现有边值问题的研究成果看来这是值得进一步研究的方法.

在规划问题中，一部分作者致力于非完整机器人系统规划算法的研究，目的是在非碰撞或接触非打滑条件下，寻求从构形空间中一点移到另一点的最优路径. 文[29]基于忽略运动约束的低级几何规划而产生的路径的递推分割，提出了一种快速而准确的规划算法，经优化所得轨线而给出了在同伦类中长度为次最短的路径. 与这类工作有关的还有文[16,19,43,45,50]等.

5 应 用

迄今为止，绝大多数关于非完整控制系统的研究都是结合某些具体控制问题进行的，这些受控对象往往与外部环境有滚动接触等非完整约束. 主要的应用有如下几个方面：

5.1 移动机器人

移动机器人是现有工作中研究最多的对象，机器人轮子与地面之间显然有滚动约束，因此它是典型的非完整控制系统之一. 关于镇定、控制及规划方面的结果基本上都以它为对象进行了具体验证或实验[2,4,6,9~12,19,27,29,40,42,45,50,58,59]. 由于地面几何形状的复杂性，目前尚停留在某些比较规则的约束面如平面等基础上，对一般的约束面还没有系统研究过.

5.2 其它移动装置如汽车等

汽车等移动装置同移动机器人一样，与地面之间存在滚动约束. 虽然原理上与移动机器人相似，但针对性的研究工作还很少[16,21,25].

5.3 机器人受限任务控制问题

除了移动机器人轮子与地面之间存在滚动约束外，机器人在执行某些任务如抓取及搬运物体等任务时，其终端与外部环境也存在着完整或非完整约束. 对于完整约束，已有大量研究[33]，但对非完整约束研究的还很少，主要是针对多机器人协调搬运等问题[26,51~53].

6 结束语

非完整系统有着广泛的物理背景，但受到控制界重视却是近几年的事. 有关研究尤其是在基本理论研究方面尚处在起步阶段，迫切需要开展进一步的研究.

在理论方面,利用微分几何工具及中心流形理论研究非完整系统的镇定问题,特别是采用非线性系统拟线性化及输出解耦方法实现某种意义下的线性化是很有理论与应用价值的;其次研究非光滑或时变状态反馈镇定非完整系统是值得进一步完善的;此外稳定性理论中的Lyapunov直接法及Lasalle不变性原理[56]有待于推广到非完整系统上来;还有利用变分法及Green公式等寻求规划问题的解也是值得进一步研究的;最后值得指出的是迄今为止尚未开展非完整系统鲁棒控制问题的研究,结合变结构控制或输出解耦等方法研究系统在未知干扰下的鲁棒控制问题是很有应用意义的.

在应用方面,对多轮移动机器人或其它移动装置的控制尚待开展;对更一般的接触面约束尚需开展系统的研究;此外鉴于柔性机器人受限运动控制问题已引起一定的重视[17,18],因此研究其在非完整约束下的控制问题也具有一定的意义.有兴趣的读者可进一步参阅[58,59,60]等文.

参 考 文 献

[1] Barraquand, J. and Latombe, J.. Nonholonomic Multibody Mobile Robots: Controllability and Motion Planning in the Presence of Obstacles. Proc. of 1991 International Conf. on Robot. and Automat., 1991, 2328—2335

[2] Barraquand, J. and Latombe, J.. On Nonholonomic Mobile Robots and Optimal Maneuvering, Revue d'Intelligence Artificielle, 1989, 3(2):77—103

[3] Bloch, A. M.. Stabilizability of Nonholonomic Control Systems. Automatica, 1992, 28(2):431—435

[4] Bloch, A. and McClamroch, N. H.. Control of Mechanical Systems with Classical Nonholonomic Constraints. Proc. of 28th IEEE Conf. on Decision and Contr., 1989, 201—205

[5] Bloch, A., Reyhanoglu, M. and McClamroch, N. H.. Control and Stabilization of Nonholonomic Dynamic Systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1992, AC-37(11):1747—1757

[6] Bloch, A., McClamroch, N. H. and Reyhanoglu, M.. Controllability and Stability Properties of a Nonholonomic Control System. Proc. of 29th IEEE Conf. on Decision and Control, 1990, 1312—1314

[7] Brocket, R. W.. Control Theory and Singular Riemannian Geometry. New Directions in Applied Mathematics. Hilton, P. J., and Young, K. S., Eds. New York, Springer-Verlag, 1982

[8] Campion, G., d'Andrea-Novel, B. and Bastin, G.. Controllability and State Feedback Stabilization of Nonholonomic Mechanical Systems. In Canudas de Wit, C., (Ed). Lecture Notes in Control and Information Science. New York, Springer-Verlag, 1990

[9] Canudas de Wit, C. and Sordalen, O. J.. Exponential Stabilization of Mobile Robots with Nonholonomic Constraints. Pro. of 30th IEEE Conf. on Decision and Control, 1991, 692—697

[10] Canudas de Wit, C. and Roskam, R.. Path following of a 2-DOF Wheeled Mobile Robot under Path and Input Torque Constraints. Proc. of 1991 IEEE International Conf. on Robot. and Automat., 1991, 1142—1147

[11] d'Andrea-Novel, B., Bastin, G. and Campion, G.. Dynamical Feedback Linearization of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots. Proc. of 1992 IEEE International Conf. on Robot. and Automat., 1992, 2527—2532

[12] d'Andrea-Novel, B. and Campion, G.. Modelling and Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots. Proc. of 1991 IEEE International Conf. on Robot. and Automat., 1991, 1130—1135

[13] De Luca, A. and Di Benedetto, M. D.. Some Structural Aspects in the Control of Nonholonomic Systems via Dynamical Compensation. 2nd IFAC Workshop on Systems, Structure, and Control, 1992, 210—213

[14] Fernandes, C., Gurvits, L. and Li, Z. X.. A Variational Approach to Optimal Nonholonomic Motion Planning. Proc. of 1991 IEEE International Conf. on Robot. and Automat., 1991, 680—685

[15] Fliess, M.. A Differential Algebraic Approach to Mechanics with Perfect Nonholonomic Constraints. Letter Math. Physics, 1987, 14:211—214

[16] Fraichard, T.. Smooth Trajectory Planning for a Car in a Structured World. Proc. of 1991 International Conf. on Robot. and Automat., 1991, 318—323

[17] Hu, F. L. and Ulsoy, A. G.. Dynamic Modelling of Constrained Flexible Robot Arms for Controller Design. ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1994, 116(3):56—65

[18] Hu, F. L. and Ulsoy, A. G.. Force and Motion Control of a Constrained Flexible Robot Arm. ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1994, 116(9):336—343

[19] Jacobs, P. and Canny, J.. Robust Motion Planning for Mobile Robots. Proc. 1990 IEEE International Conf. on Robot. and Automat., 1990

[20] Jacobs, P., Rege, A. and Laumond, J. P.. Nonholonomic Motion Planning for Hilare-like Robots. Proc. Int. Symp. Intelligient Robotics, Bangalore, India, 1991, 338—347

[21] Jagannathan, S., Zhou, S. Q. and Lewis, F. L.. Path Planning and Control of a Mobile Base with Nonholonomic Constraints. Robotica, 1994, 12:529—539

[22] Koren, Y. and Borenstein, J.. Potential Field Methods and Their Inherent Limitations for Mobile Robot Navigation. Proc of 1991 International Conf. on Robot. and Automat., 1991, 1398—1404

[23] Krishna, H. and McClamroch, N. H.. Tracking in Nonlinear Differential-Algebraic Control Systems with Applications to Constrained Robot Systems. Automatica, 1994, 30(2):1885—1897

[24] Kumar, V. and Waldron, K. J.. Actively Coordinated Mobility Systems. ASME J. Mech. Transmissions Automation Design, 1989, 111(2):223—231

[25] Kumar, V. and Waldron, K. J.. Force Distribution in Walking Vehicles on Uneven Terrain. ASME J. Mechanical Design, 1990, 112(1):90—99

[26] Kumar, V., Yun, X. and Sarkar, N.. Control of Contact Conditions for Manipulation with Multiple Robotic Systems. Proc. of 1991 International Conf. on Robot. and Automat., 1991, 170—175

[27] Laumond, J. P.. Finding Collision-Free Smooth Trajectories for a Nonholonomic Mobile Robot. Proc. 10th International Joint Conf. on Artificial Intelligence, Milano, Itally, 1987, 1120—1123

[28] Laumond, J. P.. Singularities and Topological Aspects in Nonholonomic Motion Planning. Nonholonomic Motion Planning. Li, Z. X., and Canny, J. F., Eds, 1992, New York:The Kluwer International Series in Engineering and Computer Science, 1992

[29] Laumond, J. P., Jacobs, P. E., Taix, M. and Murry, R. M.. A Motion Planner for Nonholonomic Mobile Robots, IEEE Trans. on Robot. and Automat., 1994, 10(5):577—593

[30] Li, Z. and Canny, J.. Motion of Two Rigid Bodies with Rolling Constraint. IEEE Trans. on Robot. and Automat., 1990, 6(1):62—71

[31] McClamroch, N. H.. Feedback Stabilization of Control Systems Described by a Class of Nonlinear Differential-Algebraic Equations. Systems and Control Letters, 1990, 5:53—60

[32] McClamroch, N. H. and Wang, D.. Feedback Stabilization and Tracking of Constrained Robots. IEEE Trans. on Auto. Contr., 1988, 33:419—426

[33] Mills, J. K. and Goldenberg, A. A.. Force and Position Control of Manipulators During Constrained Motion tasks. IEEE J. Robot. and Automat., 1989, 5:30—46

[34] Mukherjee, R. and Anderson, D. P.. A Surface Integral Approach to the Motion Planning of Nonholonomic Systems. ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1994, 116(9):315—325

[35] Murry, R. M.. Robotic Control and Nonholonomic Motion Planning. Ph. D. thesis, University of California, Berkeley, 1990

[36] Murray, R. and Sastry, S.. Steering Nonholonomic Systems Using Sinusoids. Proc. of 29th IEEE Conf. on Decision and Control, 1990, 2097—2101

[37] Nakamura, Y. and Mukherjee, R.. Nonholonomic Path Planning of Space Robots via Bidirectional Approach. Proc. of 1990 IEEE International Conf. on Robot. and Automat.. 1990, 1764—1769

[38] Nakamura, Y. and Mukherjee, R.. Nonlinear Control for the Nonholonomic Motion of Space Robot Systems. in Canudas de Wit, C., (Ed), Lecture Notes in Control and Information Science, New York, Springer verlag, 1990

[39] Samson, C.. Veclocity and Torque Feedback Control of a Nonholonomic Cart. Int. Workshop in Adaptive and Nonlinear Control: Issues in Robotics, Grenoble, France, 1990

[40] Samson, C.. Time-Varying Feedback Stabilization of Car-Like Wheeled Mobile Robots. Int. J. of Robotics Research, 1993, 12(1):55—64

[41] Samson, C. and Ait-Abderrahim, K.. Feedback Control of a Nonholonomic Wheeled Cart in Cartesian Space. Proc. of 1991 International Conf. on Robot. and Automat.. 1991, 1136—1141

[42] Sarkar, N., Yun, X. and Kumar, V.. Control of Mechanical Systems with Rolling Constraints: Application to Dynamic Control of Mobile Robots. The International J. of Robot. Research, 1994, 13(1):55—69

[43] Sastry, S. S. and Li, Z.. Robot Motion Planning with Nonholonomic Systems. AMS Translations of Mathematical Monographs, Vol. 33, A. M. S.

[44] Singh., S. and Keller, P.. Obstacle Detection for High Speed Autonomous Navigation. Proc. of 1991 International Conf. on Robot. and Automat., 1991, 2798—2805

[45] Skewis, T., Evans, J., Lumelsky, V., Krishnamurthy, B. and Barrows, B.. Motion Planning for a Hospital Transport Robot. Proc. of 1991 International Conf. on Robot. and Automat.. 1991, 58—63

[46] Van der schaft, A. J.. Equations of Motion for Hamiltonian Systems with Constraints. J. Phys., A, 1987, 20: 3271—3277

[47] Vershik, A. M. and Gershkovich, V. Ya.. Nonholonomic Problems and the Theory of Distributions. Acta Applicandae Mathematicae, 1988, 12:181—209

[48] Wallace, W., Stentz, A., Thorpe, C., Moravec, H., Whittaker, W. and Kanade, T.. First Results in Robot Road-Following. Proc. of International Joint Conf. on Artificial Intelligence, Los Angeles, 1985, 1089—1095

[49] Walsh, G., Tilbury, D., Sastry, S., Murry, R. and Laumond, J. P.. Stabilization of Trajectories for Systems with Nonholonomic Constraints. Proc. 1992 IEEE International Conf. on Robot. and Automat.. 1992, 1999—2004

[50] Wang, Y., Linnett, J. A. and Roberts, J.. Kinematics, Kinematic Constraints and Path Planning for Wheeled Mobile Robots. Robotica, 1994, 12:391—400

[51] Yoshikawa, T.. Dynamic Hybrid Position/Force Control of Robot Manipulators-Description of Hand Costraints and Calculation of Joint Driving Force. IEEE Trans. on Robot. Automation, 1987, 3(5):386—392

[52] Yun, X.. Dynamic State Feedback Control of Constrained Robot Manipulators. Proc. of 27th IEEE Conf. on Decision and Control, 1988, 622—626

[53] Yun, X., Kumar, V., Sarkar, N. and Paljug, E.. Control of Multiple Arms with Rolling Constraints. Proc. of 1992 IEEE International Conf. on Robot. and Automat., 1992, 2193—2198

[54] 王朝珠,戴立意.广义动态系统.控制理论与应用,1986,3(1):2-12

[55] 周衍柏.理论力学教程.北京:人民教育出版社,1979

[56] 拉萨尔,J.P著,廖晓听等译.动力系统的稳定性.武汉:华中工学院出版社,1983

[57] 高为炳.非线性控制系统导论.北京:科学出版社,1988

[58] Murray, R. N., Li, Z. and Sastry, S. S.. A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation. CRC Press, London, 1994

[59] Li, Z. Canny, J. F.. Nonholonomic Motion Planning. Kluwer, 1993

[60] Kolmanovsky, I. and McClamroch, N. H.. Developments in Nonholonomic Control Problems. Control Systems Magazine, Dec., 1995

Nonholonomic Control Systems Theory and Applications: A Survey

HU Yueming, ZHOU Qijie and PEI Hailong

(Department of Automation, South China University of Technology · Guangzhou, 510641, PRC)

Abstract: This paper surveys the recent development of nonholonomic control systems (i. e, control systems with non-integrable constraints). The main concepts, methods and results concerning the stabilization, control and motion planning are summarized for nonholonomic control systems. Some applications especially in mobile robots are also discussed. Finally, the research trends are pointed out.

Key words: Nonholonomic systems; non-integrable constraints; stabilization; control; motion planning

本文作者简介

胡跃明 1960年生. 副教授. 1991年毕业于华南理工大学自动化系并获工学博士学位,现留校任教. 曾赴香港理工大学作访问研究,著有《分布参数变结构控制系统》一书并在国内外学术刊物上发表论文四十余篇. 目前研究兴趣为柔性机器人控制、非完整系统及非线性控制系统理论.

周其节 1930年生. 1955年哈尔滨工业大学研究生毕业,现为华南理工大学自动化系教授,博士生导师. 主要研究领域为非线性系统理论、自适应控制,变结构控制系统及机器人控制. 近年来发表有关论文六十余篇.

裴海龙 1965年生. 博士. 1992年毕业于华南理工大学自动化系. 现留校任教. 主要研究兴趣为神经网络与机器人控制等.

全国电气工程及自动化学术会议

征文通知

为促进我国"电气工程及自动化"学科的发展及其相关技术的研究、发展和应用,拟定于1996年10月在广东省广州市召开"全国电气工程及自动化学术会议". 会议由中国自动化学会主办, 由广东工业大学电气工程系承办. 由中国自动化学会中南六省(区)自动化学会、中南地区电力电子学会、广东省自动化学会、广州市自动化学会、华南理工大学、中山大学、机械工业部广州电器科学研究所、广东省科学院自动化工程研制中心、广州市华南自动化联合工程公司协助举办.

现将有关事宜通知如下:

一、征文范围

1. 自动控制理论及应用 2. 自动控制系统、装置及应用. 3. 电机驱动及运动控制. 4. 整流器/逆变器/变频器及高频开关变换器. 5. 模式识别及智能控制. 6. 自动化仪器仪表及智能化技术. 7. 传感器与检测技术. 8. 机器人控制技术. 9. 专家系统及计算机控制技术. 10. 电力系统及其自动化. 11. 信息工程. 12. CAD 及 CAM 技术. 13. PLC 技术. 14. 声像技术. 15. 国内外电气工程及自动化学科及技术的有关动态综述. 16. 应用经验报告. 17. 其它.

二、征文要求

1. 论文应反映国内外先进水平或有一定的实用价值.

(下转第17页)