

一种新的鲁棒自适应控制器

季钦南

(上海市卢湾区业余大学, 200020)

摘要: 本文通过引入估计误差符号信息的反馈来建立一种新的鲁棒自适应控制器, 能确保存在有界外部干扰时 Lyapunov 函数对时间的导数的半负定性, 从而确保了系统的稳定性, 使系统具有较强的鲁棒性. 理论分析与仿真结果表明, 该鲁棒自适应控制器对有界外部干扰有较强的抑制能力, 并且可以加快自适应初始阶段的收敛速度.

关键词: 鲁棒控制; 模型参考自适应; 估计误差; 符号信息; 干扰抑制; 改善暂态性能

十多年前, Rohr's 等人的研究结果表明, 有界外部干扰和未建模动态在一定条件下会导致系统的不稳定. 这引起了对受控对象存在有界外部干扰和未建模动态情形下模型参考自适应控制(MRAC)的鲁棒自适应控制的研究的关注. 迄今为止, 对鲁棒自适应控制器的研究沿着两条途径进行. 其一是在自适应环中引入持续激励(PE)的信号来实现有外部干扰和未建模动态的系统的局部稳定性. 其二是对自适应控制律作适当的修正. 如死区法、 σ -修正法、 ϵ_1 -修正法、 $|\theta|$ -界限法、开关 σ -修正法等. 上述这些修正算法虽然能实现在外部干扰和未建模动态的存在时系统的稳定性. 但是在相当大的可调参数变动的区域内, 仍然有慢漂移现象发生^[1~3].

本文通过另一种途径来建立一种新的鲁棒自适应控制器, 在该方法中, 主要通过引入系统估计误差符号信息的反馈, 来确保存在有界外部干扰时 Lyapunov 函数对时间的导数的半负定性, 从而保证了系统在 Lyapunov 意义下的稳定性. 理论分析与仿真结果表明, 采用估计误差符号信息反馈的系统对外部有界干扰有较强的抑制作用, 而且可以改善自适应过程的暂态性能.

1 n 阶系统的鲁棒自适应控制

n 阶系统的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + b_p u + d v_1, \\ y_p = h_p^T x_p + v_2. \end{cases} \quad (1)$$

传递函数为
$$W_p(s) = h_p^T (sI - A_p)^{-1} b_p = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)}. \quad (2)$$

$Z_p(s), R_p(s)$ 分别为 m 与 n 阶首一互质多项式 ($m < n$), $Z_p(s)$ 为 Hurwitz 多项式, k_p 符号与 m, n 已知, 但 $Z_p(s), R_p(s)$ 的系数未知. 参考模型的传递函数为 $W_m(s) = \frac{k_m}{D_m(s)}$, $D_m(s)$ 为 $n^* = n - m$ 阶 Hurwitz 多项式. v_1 为有界外扰, v_2 为有界可微外部干扰. 自适应控制问题是要确定有界控制输入 $u(t)$, 使输出误差以及自适应环路内的其它信号保持有界.

采用如下结构的自适应控制器:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_1 = F\omega_1 + gu, \\ \dot{\omega}_2 = F\omega_2 + gy_p, \end{cases} \quad (3)$$

$$u(t) = \theta^T(t)\omega(t) + r(t). \quad (4)$$

其中, $\omega^T = [\omega_1^T, \omega_2^T]$ 为 $2n$ 维信号向量, $\theta^T = [\theta_1^T, \theta_2^T]$ 为 $2n$ 维可调参数向量. F 为任一渐近稳定矩阵, (F, g) 可控. 记 $x^T = [x_p^T, \omega^T]$, 则可调系统可表达成

$$\begin{cases} \dot{x} = A_x + b(\varphi^T \omega + r) + b\bar{v}(t), \\ y_p = h^T x. \end{cases} \quad (5)$$

其传递函数为

$$h^T(sI - A)^{-1}b = \omega_m(s). \quad (6)$$

$\varphi = \theta - \theta^*$ 是参数误差向量, θ^* 是受控对象与参考模型传递函数相匹配时的参数常向量. $\bar{v}$ 为与 v_1, v_2 等价的输入扰动. 于是模型的非最小实现可写成

$$\begin{cases} \dot{x}_{mc} = A\dot{x}_{mc} + br, \\ y_m = h^T x_{mc}. \end{cases} \quad (7)$$

x_{mc} 为模型的状态. 定义输出误差 $e_1 \triangleq y_p - y_m$, 状态误差 $e \triangleq x - x_{mc}$, 则状态误差 e 的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae + b\varphi^T \omega + b\bar{v}, \\ e_1 = h^T e. \end{cases} \quad (8)$$

其传递函数

$$W_e(s) = h^T(sI - A)^{-1}b = W_m(s), \quad (9)$$

故有^[4]

$$e_1 = W_e(s)[\varphi^T \omega + \bar{v}] = W_m(s)[\varphi^T \omega + \bar{v}]. \quad (10)$$

1.1 $n^* = 1$ 时的鲁棒自适应控制器

当 $n^* = 1$ 时, 可取 $W_m(s)$ 为严格正实 (SPR) 的传递函数. 取自适应控制律 $\dot{\varphi} = -\Gamma e_1 \omega$, $\Gamma > 0$. 根据 Lyapunov 稳定性理论, 可取 Lyapunov 函数

$$V(e, \varphi) = \frac{1}{2}(e^T P e + \varphi^T \Gamma^{-1} \varphi), \quad P > 0, \quad \Gamma^{-1} > 0. \quad (11)$$

对 $V(e, \varphi)$ 沿 (7) 求导, 得

$$\dot{V}(e, \varphi) = -e^T Q e + e_1 \bar{v}. \quad (12)$$

其中 $Q > 0$, $A^T P + P A = -Q$, $P b = h$. 如果 $\bar{v} = 0$, 则有 $\dot{V}(e, \varphi) = -e^T Q e \leq 0$. 进一步可证 $e_1 \rightarrow 0$, 系统是渐近稳定的. 如果存在外部干扰, 则 $\bar{v} \neq 0$, 由 (11) $\dot{V}(e, \varphi)$ 不一定是半负定的. 很有可能, 在外部干扰作用下, 出现可调参数慢漂移现象, 最终可能导致系统失稳^[3,4].

本文中, 将输出误差的符号信息 $\text{sgn}(e_1)$ 反馈到受控对象的输入端作为控制信号的一部分, 则 e 的状态方程 (8) 可改写成

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae + b[\varphi^T \omega - k_e \text{sgn}(e_1) + \bar{v}], \\ e_1 = h^T e. \end{cases} \quad (13)$$

取 Lyapunov 函数如 (11), 则 $V(e, \varphi)$ 的导数为

$$\dot{V}(e, \varphi) = -e^T Q e + e_1 \dot{v} - k_e |e_1|. \quad (14)$$

设 $\bar{v}_0$ 为 $\bar{v}$ 的上界, 取 $k_e > \bar{v}_0$, 则

$$\dot{V}(e, \varphi) \leq -e^T Q e - k_e |e_1| + \bar{v}_0 |e_1| \leq 0. \quad (15)$$

可见系统在有界外扰的作用下, 仍保持了 $\dot{V}(e, \varphi)$ 的半负定性, 从而确保了系统的稳定性和较强的鲁棒性.

1.2 $n^* \geq 2$ 时的鲁棒自适应控制器

当 $n^* \geq 2$ 时由于参考模型的结构与受控对象相同, 其传递函数是非严格正实的. 为此可引入增广误差

$$\epsilon_1 = e_1 + \bar{W}(s)(e_2 - \epsilon_1 \zeta^T \zeta). \quad (16)$$

其中, $\bar{W}(s) = W_m(s)W^{-1}(s)$ 是严格正定的, $W(s)$ 是可实现的渐近稳定的传递函数, $\zeta = W(s)I\omega$, e_2 为辅助误差

$$e_2 = \theta^T \zeta - W(s)\theta^T \omega. \quad (17)$$

若存在外部有界干扰, $e_1 = W_m(s)\varphi^T \omega + v_0$, v_0 为等价输出端扰动, 则增广误差可表为

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= e_1 + \bar{W}(s)(e_2 - \epsilon_1 \zeta^T \zeta) \\ &= \bar{W}(s)(\varphi^T \zeta - \epsilon_1 \zeta^T \zeta + \tilde{v}_0) + \delta_2. \end{aligned} \quad (18)$$

其中 δ_2 为由初始条件引起的指数衰减项, $\tilde{v}_0 = \bar{W}^{-1}(s)v_0 = W_m^{-1}(s)W(s)v_0$. 对应的增广状态误差 ϵ 的状态方程可写成

$$\begin{cases} \dot{\epsilon} = \bar{A}\epsilon + \bar{b}(\varphi^T \zeta - \epsilon_1 \zeta^T \zeta + \tilde{v}_0), \\ \epsilon_1 = \bar{h}^T \epsilon. \end{cases} \quad (19)$$

其传递函数为^[2]

$$\bar{W}(s) = \bar{h}^T (sI - \bar{A})^{-1} \bar{b}. \quad (20)$$

取自适应控制律

$$\dot{\varphi} = -\bar{\Gamma} \epsilon_1 \zeta, \quad \bar{\Gamma} > 0. \quad (21)$$

引入增广误差 ϵ_1 的符号信息 $k_e \operatorname{sgn}(\epsilon_1)$ 作为反馈, 则

$$\epsilon_1 = \bar{W}(s)[\varphi^T \zeta - \epsilon_1 \zeta^T \zeta + \tilde{v}_0 - k_e \operatorname{sgn}(\epsilon_1)] + \delta_2. \quad (22)$$

取 Lyapunov 函数

$$V(\epsilon, \varphi) = \frac{1}{2}(\epsilon^T \bar{P} \epsilon + \varphi^T P^{-1} \varphi), \quad P > 0, \quad \bar{P}^{-1} > 0. \quad (23)$$

由于 $\bar{W}(s)$ 是严格正定的, 因而

$$\dot{V}(\epsilon, \varphi) = -\epsilon^T \bar{Q} \epsilon - 2\epsilon_1^2 \zeta^T \zeta + \epsilon_1 \tilde{v}_0 - \epsilon_1 k_e \operatorname{sgn}(\epsilon_1). \quad (24)$$

其中 $\bar{P} \bar{A} + \bar{A}^T \bar{P} = -\bar{Q}$, $\bar{Q} > 0$, $\bar{P} \bar{b} = \bar{h}$. 取 $k_e \geq \sup |\tilde{v}_0|$, 则

$$\dot{V}(\epsilon, \varphi) \leq -\epsilon^T \bar{Q} \epsilon - 2\epsilon_1^2 \zeta^T \zeta - k_e |\epsilon_1| + \epsilon_1 \tilde{v}_0 \leq 0.$$

由于 $\dot{V}(\epsilon, \varphi)$ 是半负定的, 故而 ϵ_1, φ 与自适应回路内的其它信号都是有界的. 系统在外部干扰的影响下保持了系统的稳定.

2 几点讨论

1) 采用估计误差符号信息反馈的自适应控制系统在存在有界外部干扰的条件下保持了 $V(e, \varphi)$ 的半负定性, 系统是稳定的, 具有很强的鲁棒性. 但是当 e_1 很小而 k_e 又较大时, $k_e \operatorname{sgn}(e_1)$ 项可能会频繁切换, 导致控制信号反复跳变, 不能满足要求控制作用平稳的场合的需要. 为此可采用“动区”法^[5]. 当 $|e_1| \leq \delta_e$ 时 ($\delta_e > 0$), 设立动区 $[\theta_1^-, \theta_1^+]$ 将各参数 θ_i 的变动限制在动区之内. 同时可以 $\bar{k}_e e_1$ ($\bar{k}_e > 0$) 代替 $k_e \operatorname{sgn}(e_1)$ 作反馈信号, 以消除引起控制信号过零跳变的因素. 此时 e_1 要穿越一个 $(-\delta_e, \delta_e)$ 区间才可能导致信号 $k_e \operatorname{sgn}(e_1)$ 的反向跳变, 而不是过零即跳变, 因而可有效地减小 $k_e \operatorname{sgn}(e_1)$ 的切换频度.

采用动区法之后, 若 $|e_1| > \delta_e$, 则由于误差符号信息反馈的作用, $\dot{V} \leq 0$, 系统是稳定的. 而当 $|e_1| \leq \delta_e$ 时, 虽然 $\dot{V}$ 可能不再保持半负定, 但是, 由于 e_1, θ, φ 都是有界的, 所以自适应回路之内的信号也都是有界的, 系统仍然是稳定的.

已往采用“死区”法时, δ_e 的选择要受到诸多因素的制约, 往往取得较大, 系统有较大的跟踪误差^[2,3]. 在本文采用的方法中, 除了考虑减小 $k_e \operatorname{sgn}(e_1)$ 的切换频度, δ_e 的选择并不受到其它限制, 一般可取得相当小, 从而有可能使跟踪误差大为减小, 即使存在较大幅度的外部干扰也能获得良好的跟踪精度.

2) 当系统存在未建模动态时, 误差模型可表示成

$$\epsilon_1 = \varphi^T \zeta + \mu \eta. \quad (25)$$

其中 $\eta = \Delta(s)u$ 可看作对象非建模部分在输入 u 作用下的输出. 如果采取适当的措施, 例如引一归一化信号 $m(t)$, η/m 的有界性便可得到保证^[1,3]. 此时, 只要令输出误差符号信息反馈的增益 $k_e \geq \eta_{\max}$, $\eta_{\max}$ 为 $\dot{V}(e, \varphi)$ 中出现的有关 η 的项的绝对值的上界, 则系统便是鲁棒稳定的.

3) 一旦外部干扰的上界 $\bar{v}_0 > k_e$, 则引入估计误差符号信息反馈系统的稳定性可能被破坏. 例如 $n^* = 1$ 时, 输出端小幅度高频测量噪声便可能使 v_0 远大于输入信号的幅度. 此时可采用其它鲁棒自适应控制方法, 如开头提及的 σ -修正算法来保证系统大范围的稳定性.

4) 在无外部干扰的理想条件下, 引入估计误差符号信息反馈后

$$\dot{V}(e, \varphi) = -e^T Q e - k_e |e_1| \leq -e^T Q e \leq 0. \quad (26)$$

这说明 $\dot{V}(e, \varphi)$ 的负定程度加深了, 即 $V(e, \varphi)$ 随时间衰减的速度加快了. 因此在自适应过程的初始阶段适当增大 k_e , 可加快自适应过程的收敛速度和改善自适应过程初始阶段的动态品质, 而这一问题正引起研究人员的关注^[7].

3 仿真结果与分析

考虑一阶对象

$$\dot{x}_p = -x_p + u + v,$$

参考模型为

$$\dot{x}_m = -3x_m + r.$$

令 $e_1 = x_m - x_p$, $u = \theta x_p + r$, 则误差系统方程为

$$\dot{e}_1 = -3e_1 + \varphi x_p + v.$$

其中 φ 为参数误差.

例 1 $r = 6\cos t, v = 2\cos(0.5t)$. 仿真结果如图 1 所示. 其中曲线 a 为采用通常的自适应控制器时的仿真结果. 曲线 b 为引入输出误差符号信息反馈后的结果. 图 2 中的曲线 a, b 分别为两种情形下输入 u 的仿真结果.

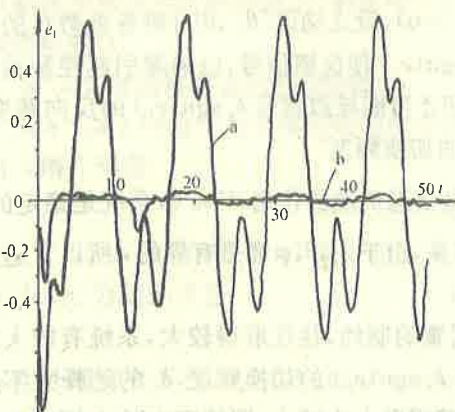


图 1 例 1 仿真曲线 $e_1(t)$

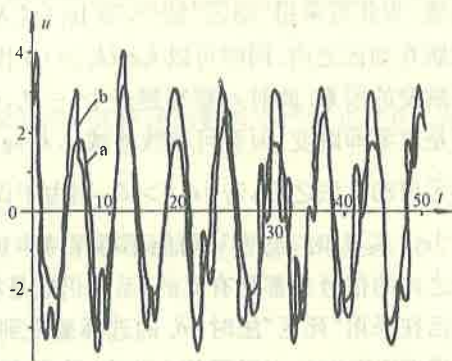


图 2 例 1 仿真曲线 $u(t)$

例 2 $r = 6\cos t, v = 2\text{RND}(1)$ 时 e_1 的仿真结果如图 3 所示. a 为未引入输出误差符号信息反馈时的仿真结果. b 为采用本文提出的鲁棒自适应控制器时的 e_1 曲线.

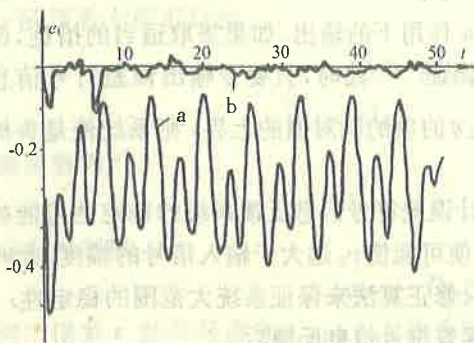


图 3 例 2 仿真曲线 $e_1(t)$

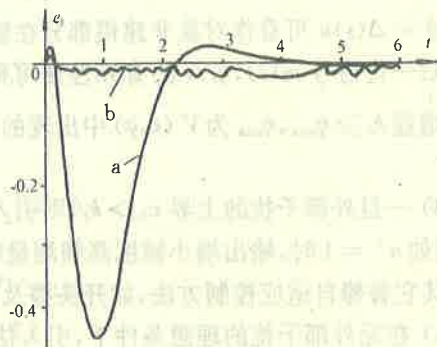


图 4 例 3 仿真曲线 $e_1(t)$

例 3 图 4 显示了 $r = 6, v = 0$ 时的仿真结果. a 为未引入任何有关 e_1 的反馈信号时的 e_1 曲线. b 为引入 $k_e \text{sgn}(e_1) (|e_1| > 0.01)$ 与 $\bar{k}_e e_1 (|e_1| \leq 0.01)$ 时的 e_1 曲线.

从以上仿真结果可以看出:

1) 采用本文提出的鲁棒自适应控制器的系统在一定条件下对确定性和随机外部干扰都有很强的抑制能力.

2) 引入输出误差符号信息反馈后, 自适应过程在初始阶段的收敛速度大大提高. 由仿真例 3 可看出, 输出误差从自适应过程开始起就被控制在一个很小的范围之内.

参 考 文 献

- [1] Ioannou, P. A. and Sun, J.. Theory and Design of Robust Direct and Indirect Adaptive Control Scheme. Int. J. Con-

tr., 1988, 47(3): 775—813

- [2] Narendra, K. S. and Annaswamy, A. M.. Stable Adaptive Systems. Englewood Cliffs, NJ; Prentice-Hall 1989
- [3] 李清泉. 自适应控制系统理论, 设计与应用. 北京: 科学出版社, 1990
- [4] Narendra, K. S. and Annaswamy, A. M.. A New Adaptive Law for Robust Adaptation without Persistent Excitation. IEEE Trans. Automat. Contr. 1987, AC-32(2): 134—145
- [5] 季钦南. 一种鲁棒自适应控制律. 1994 年中国控制与决策学术年会论文集. 沈阳: 东北大学出版社, 1994, 241—245
- [6] Sun, J.. A Modified Model Reference Adaptive Control Scheme for Improved Transient Performance. IEEE Trans. Automat. Contr. 1993, AC-38(8): 1255—1259
- [7] Datta, A. and Ioannou, P. A.. Performance Analysis and Improvement in Model Reference Adaptive Control. IEEE Trans. Automat. Contr., 1994, AC-39(12): 2370—2387

A New Robust Adaptive Control Scheme

Ji Qinnan

(Shanghai Sparetime University; Luwan District • Shanghai, 200020, PRC)

Abstract: This paper proposes a new robust adaptive control scheme through introducing feedback signal of the sign information of the estimate error. This scheme guarantees negative semidefinite of the time derivative of Lyapunov function with respect to bounded external disturbances, so it can assure stability and robustness in the presence of disturbances. Simulations show that the new scheme has strong ability to reject external disturbances and can improve the transient performance substantially.

Key words: robust control; model reference adaptive; estimate error sign information; disturbance rejection; transient performance

本文作者简介

季钦南 1948 年生. 1982 年毕业于上海交通大学电工及计算机科学系, 获学士学位. 多年来从事电气自动化方面的教学工作, 现为讲师. 主要研究兴趣为自适应控制与辨识.