基于神经网络的一类非线性连续系统的稳定自适应控制*

刘延年
(南京航空航天大学飞行器系·南京,210016)
忻 欣 冯纯伯
(东南大学自动化研究所·南京,210018)

摘要:本文将神经网络作为非线性系统的模型,提出能够对一类非线性连续系统进行有效控制的自适应控制结构和算法,该控制方案不仅能解决此类非线性系统的跟踪控制问题,而且由于将变结构控制技术运用于其中,整个闭环控制系统还能克服许多神经网络控制系统中存在的稳定性问题.由稳定性理论可推证整个闭环控制系统渐近稳定和参数渐近收敛的特性.

关键词:自适应控制;神经网络;变结构控制;非线性系统

1 引 言

非线性系统的控制是控制工作者面临的一大难题,其难点之一就是由于非线性系统的多样性和复杂性使其缺乏通用性强的模型,而神经网络具有逼近非线性函数的能力,因而,它的出现引起了非线性系统控制领域工作者的极大兴趣.近年来,控制工作者提出了各种基于神经网络的控制方案来解决非线性系统的跟踪控制问题[1~3],其中大多数为自适应控制方案,但这些控制方案大都是通过采用动态BP算法、BP算法等梯度法调整控制器的参数,以达到减小跟踪误差的目的.

基于梯度法的神经网络控制方案的最大缺点在于难以保证闭环系统的稳定性,特别是在线调整控制器的参数时,问题尤为突出.对于线性系统的自适应控制,与此类似的问题在三十年前曾困扰过自适应控制领域的研究者,对此问题的研究导致了基于稳定性理论的自适应控制方案——现代自适应控制理论的产生和发展.

由此可见,为了提高神经网络控制系统的可靠性,使之更好地走向实际应用,开展基于稳定性理论的神经网络控制系统的研究很有必要.但由于其非线性特性,困难很大,目前这方面的研究仅处于起步阶段.对于离散系统,[4]运用稳定性理论证明了在一定条件下由采用BP算法的多层前向BP网络组成的自适应控制系统具有局部稳定性,为了减弱其稳定的条件,[5]又在BP算法中加入了死区;对于连续系统,[6]将RBF(radial basis function)网络作为非线性系统的模型,用于非线性连续系统的自适应控制中,并在控制方案中运用变结构技术.由于RBF网络的可调参数与网络的输出呈线性关系,因而,由现有的线性系统的自适应控制理论就可得到具有比较好的稳定性和参数收敛性的控制系统.由于多层前向BP网络具有比RBF更好的大范围逼近能力,因而研究基于此网络的非线性连续系统的自适应控制问题更引人注意,对此,[7]~[9]等进行了研究.[7]研究了对象为单入单出的非线性系统,讨论了用加死区的BP算法作为自适应律时,参数的收敛性和自适应控制系统的稳定性,

* 国家自然科学基金资助项目.
本文于1994年4月18日收到.1994年12月16日收到修改稿.

因其将两者分开讨论,而在讨论闭环系统的稳定性时又隐含了参数收敛的假设,因而所得结论不能让人信服.[8]研究的对象为一阶连续非线性仿射系统,由于其整个控制系统的稳定性依赖于控制器输出有界的假设,因而实际上并未找到使整个控制系统稳定性得到保证的自适应律.[9]则比较严格地证明了,对于满足一定条件的单入单出的相对阶为1的非线性系统,采用加死区的BP算法时,自适应控制系统具有跟踪误差有界,可调参数不发散的特性.为了获得更好的跟踪和收敛特性,对于满足一定条件的单入单出非线性系统,本文通过将变结构技术运用于控制律中,基于稳定性理论,获得使整个闭环控制系统具有渐近稳定和参数渐近收敛特性的自适应律和控制律,整个推论过程与[9]相比,简单明了.

2 预备知识

非线性系统的种类很多,在非线性控制领域研究得较多的一类非线性系统为仿射系统,即

$$\begin{cases}\dot{x}=a(x)+b(x)u,\\ y=h(x).\end{cases}\tag{1}$$

其中,$a(x),b(x):\mathrm{R}^n\to\mathrm{R}^n,h(x):\mathrm{R}^n\to\mathrm{R}$ 均为状态变量的平滑函数,$x(t):\mathrm{R}^+\to\mathrm{R}^n,u(t),y(t):\mathrm{R}^+\to\mathrm{R}$. 这类系统在许多实际控制对象如机械手中颇为常见.当系统的非线性特性已知时,现在已有一套比较完整的输入输出线性化理论来解决其跟踪控制问题[10];这类系统的自适应跟踪控制方面,也有一些研究进展[11].下面介绍我们将用到的一些结论.

引理1[10] 若定义 $L_bh(x)$ 为沿向量 b 对 h 的(Lie)导数,$L_a^\gamma h(x):=L_a(L_a^{\gamma-1}h(x))$. 那么对于相对阶为 γ,即 $L_bh(x)=L_bL_ah(x)=\cdots=L_bL_a^{\gamma-2}h(x)=0$ 且 $L_bL_a^{\gamma-1}h(x)\neq0$ 的(1)式所示系统,必存在微分同胚映射 $z=D(x)$, 使得(1)式可化为如下的标准形式:

$$\begin{cases}\dot{z}_{11}=z_{12},\\ \quad\vdots\\ \dot{z}_{1\gamma-1}=z_{1\gamma},\\ \dot{z}_{1\gamma}=f(z)+g(z)u=f_1(x)+g_1(x)u,\\ \dot{z}_2=\Psi(z_1,z_2),\\ y=z_{11}.\end{cases}\tag{2}$$

其中 $z=[z_1^{\mathrm{T}}\quad z_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},z_1(t):\mathrm{R}^+\to\mathrm{R}^\gamma,z_2(t):\mathrm{R}^+\to\mathrm{R}^{n-\gamma}$;而 $f_1(x)=L_a^\gamma h(x):\mathrm{R}^n\to\mathrm{R},g_1(x)=L_bL_a^{\gamma-1}h(x):\mathrm{R}^n\to\mathrm{R}$.

显然,$z_1(t)$ 为 z 中可观部分,$z_2(t)$ 为不可观部分.

引理2[11] 对于(2)式所示系统,若 $\dot{z}_2=\Psi(0,z_2)$ 是全局渐近稳定的,$\Psi(z_1,z_2)$ 关于 z_1 和 z_2 有连续有界的偏导数且 z_1 有界,那么 z_2 和 x 必有界.

在神经网络方面,对于含隐层的前向BP网络,[12]证明了它具有逼近任意连续函数到任意精度的能力,即有如下结论成立.

引理3 对于连续函数 $\Phi(x):\Omega\to\mathrm{R}(\Omega\subset\mathrm{R}^n)$,任取 $\varepsilon>0$,那么必存在参数值 θ_φ,当含隐层的前向BP网络的可调参数空间取值为 θ_φ,其输出 $\Phi(x,\theta_\varphi)$ 与 $\Phi(x)$ 满足

$$\max_{x\in\Omega}|\Phi(x,\theta_\varphi)-\Phi(x)|<\varepsilon.$$

3 基于神经网络的自适应控制

对于单入单出的非线性被控对象

$$\begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + g_0(x)u, \\ y = h(x). \end{cases} \tag{3}$$

其中 $x \in \mathrm{R}^n, h(x) \in \mathrm{R}; f_0(x) \in \mathrm{R}^n$ 和 $g_0(x) \in \mathrm{R}^n$ 可微. 我们假设它满足如下条件:

条件 1 $|g_0(x)| \geqslant b > 0$ 且 $h(x)$ 沿 $g_0(x)$ 的 Lie 导数 $L_{g_0}(x)$ 不为零.

由引理 1 知,对于满足条件 1 的(3) 式所示系统必存在微分同胚映射 T,使得若令 $z = [z_1^{\mathrm{T}} \quad z_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} := T(x)$,其中 $z_1(t): \mathrm{R}^+ \to \mathrm{R}^{\gamma}, z_2(t): \mathrm{R}^+ \to \mathrm{R}^{n-\gamma}$, 则(3)式可化为标准形式

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = f_1(z) + g_1(z)u = f(x) + g(x)u, \\ \dot{z}_2 = \Psi(z_1, z_2), \\ y = z_1. \end{cases} \tag{4}$$

其中

$$f_1(x): \mathrm{R}^n \to \mathrm{R}, f_1(z) = f(x) = L_{f_0}h(x),$$

$$g_1(x): \mathrm{R}^n \to \mathrm{R}, g_1(z) = g(x) = L_h L_{g_0}^{\gamma-1}h(x).$$

由于满足条件 1 的(3)式所示被控对象总可以改用(4)式表示,因此我们本文的目的就可描述为,在 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 未知的情况下,设计出状态保持稳定,并且使其输出跟踪参考轨线 y_d 的控制方案. 对于(4) 式我们还假设它满足如下条件:

条件 2 $\dot{z}_2 = \Psi(0, z_2)$ 是全局渐近稳定的.

条件 3 $\Psi(z_1, z_2)$ 关于 z_1 和 z_2 有连续有界的偏导数.

由引理 2 知,对于满足条件 2 和条件 3 的(4) 式所示系统,若 z_1 有界,则 z_2 和 x 都有界,即当它的输出跟踪误差趋于零时,系统的状态必有界,故当对它采用在线辨识的自适应控制方案时,只需证明参数的自适应算法收敛、跟踪误差趋于零即可.

由于 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 均未知,我们分别用两个多层前向 BP 网络作为其模型. 由引理 3 知,任取 $\varepsilon > 0$,必存在函数值 θ_f 和 θ_g,当网络的可调参数空间赋值 θ_f 和 θ_g 时,网络的输出 $f(x, \theta_f)$ 和 $g(x, \theta_g)$ 分别与 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在 x 的定义域 R^n 的闭包 Ω 中,满足如下关系

$$\max_{x \in \Omega} |f(x, \theta_f) - f(x)| < \varepsilon, \tag{5}$$

$$\max_{x \in \Omega} |g(x, \theta_g) - g(x)| < \varepsilon. \tag{6}$$

这里我们假设分别满足(5)式和(6)式的两个多层前向 BP 网络的结构已知,而权空间的取值 θ_f 和 θ_g 未知. 这样,(4)式所示系统的神经网络输出模型就可表示为

$$\dot{y} = f(z, \theta_f) + g(x, \theta_g)u. \tag{7}$$

设 $\hat{\theta}_f$ 和 $\hat{\theta}_g$ 分别为 θ_f 和 θ_g 的估计值. 为了讨论方便,以下简记 $f(x, \hat{\theta}_f)$ 和 $g(x, \hat{\theta}_g)$ 分别为 $\hat{f}$ 和 $\hat{g}$. 再记

$$e := y - y_d, \quad \tilde{\theta}_f := \theta - \hat{\theta}_f, \quad \tilde{\theta}_g := \theta - \hat{\theta}_g,$$

$$\eta := \left.\frac{\partial g(x, \theta_g)}{\partial \theta_g}\right|_{\theta_g = \hat{\theta}_g}, \quad \xi := \left.\frac{\partial f(x, \theta_f)}{\partial \theta_f}\right|_{\theta_f = \hat{\theta}_f}.$$

因此

$$\tilde{g}(x;\theta_g):=g(x,\theta_g)-\hat{g}(x,\hat{\theta}_g)=\eta^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_g+g_e, \tag{8}$$

$$\tilde{f}(x,\theta_f):=f(x,\theta_f)-\hat{f}(x,\hat{\theta}_f)=\xi^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_f+f_e. \tag{9}$$

其中 g_e 和 f_e 是误差的高次项.我们假设存在函数 $\bar{f}(x)$ 和 $\bar{g}(x)$ 满足

$$|g_e(x)|<\bar{g}(x)<|\hat{g}(x)|,\quad |f_e(x)|<\bar{f}(x), \tag{10}$$

那么我们所提出的自适应控制律就可表述为

$$\dot{\tilde{\theta}}_g=-\eta eu, \tag{11}$$

$$\dot{\tilde{\theta}}_f=-\xi e, \tag{12}$$

$$u=u_1+\frac{u_2}{\hat{g}}. \tag{13}$$

其中

$$u_1:=\frac{\dot{y}_d-\hat{f}}{\hat{g}},\quad k_0:=\frac{|\hat{g}|(\bar{f}+\bar{g}|u_1|)}{|\hat{g}|-\bar{g}},\quad u_2:=-k_1\,\mathrm{sgn}(e),\quad k_1>k_0.$$

对于(4)式所示系统,当取(11)～(13)式所示的自适应控制律时,其参数的收敛性和闭环系统的稳定性,根据稳定性理论可推得如下定理.

定理 1　对于输出模型为(7)式的满足条件 2 和条件 3 的(4)式所示系统,当采用(11)～(13)式所示的自适应控制律时,其闭环系统渐近稳定,且有

$$\lim_{t\to\infty}e(t)=0$$

成立,$\lim\limits_{t\to\infty}\tilde{\theta}_g(t)$ 和$\lim\limits_{t\to\infty}\tilde{\theta}_f(t)$ 存在且有界.

证　取 Lyapunov 函数为

$$V=\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{2}\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_g+\frac{1}{2}\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_f. \tag{14}$$

我们有

$$\dot{V}=e\dot{e}+\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\theta}}_g+\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\theta}}_f. \tag{15}$$

由(7)～(9),和(13)知

$$\begin{aligned}\dot{e}&=\dot{y}-\dot{y}_d\\&=f+\hat{g}u+\tilde{g}u-\dot{y}_d\\&=f+\hat{g}u_1+u_2+\tilde{g}u-\dot{y}_d=\tilde{f}+\tilde{g}u+u_2,\end{aligned}$$

故有

$$\begin{aligned}\dot{V}&=e(\tilde{f}+\tilde{g}u+u_2)+\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\theta}}_g+\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\theta}}_f\\&=e[\xi^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_f+f_e+(\eta^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_g+g_e)u+u_2]\,\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\theta}}_g+\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\theta}}_f\\&=\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}(\eta eu+\dot{\tilde{\theta}}_g)+\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}(\xi e+\dot{\tilde{\theta}}_f)+eu_2+eug_e+ef_e.\end{aligned}$$

将(11)～(13)式代入上式,可得

$$\dot{V}=e\left[\left(1+\frac{g_e}{\hat{g}}\right)u_2+f_2+g_eu_1\right].$$

由(10)得

$$-\bar{g}|u_1|-\bar{f}<-(g_eu_1+f_e)<\bar{g}|u_1|+\bar{f}. \tag{16}$$

这样,当 $e>0$ 时,

$$\left(1-\frac{\bar{g}}{|\hat{g}|}\right)u_2<-(\bar{f}+\bar{g}|u_1|).$$

因此,由(16)得

$$\left(1+\frac{g_e}{|\hat{g}|}\right)u_2<-(f_e+g_e|u_1|),$$

所以 $\dot{V}<0$. 相似地,当 $e<0$ 时, 可推得

$$\left(1-\frac{\bar{g}}{|\hat{g}|}\right)u_2>\bar{f}+\bar{g}|u_1|.$$

再由(16)得

$$\left(1+\frac{g_e}{|\hat{g}|}\right)u_2>-(f_e+g_e|u_1|),$$

故 $\dot{V}<0$. 因此,$\dot{V}\leqslant 0$ 且等号当且仅当 $e=0$ 时成立. 综上所述,当采用(11)~(13)式所示的自适应控制方案时,对于输出模型为(7)式的满足条件2和条件3的(4)式所示系统有 $\lim\limits_{t\to\infty}e(t)=0$. 由于 $\dot{V}\leqslant 0$,故 V 是有界的,由(11),(13)~(15)式知 $\lim\limits_{t\to\infty}\dot{V}=0$,因此 $\lim\limits_{t\to\infty}\tilde{\theta}_f(t)$ 和 $\lim\limits_{t\to\infty}\tilde{\theta}_g(t)$ 存在且有界.

4 小 结

本文提出了一种神经网络自适应控制方案,该方案能对一类非线性系统进行稳定的跟踪控制,这只是我们所做的初步工作,有待于将其推广到更广的一类非线性系统.

参 考 文 献

[1] Li, W. and Shotine, J. J. E.. Neural Network Control of Unknown Nonliear Systems. Proc. American Control Conference, 1989, 1136—1141

[2] Miller, W. T., Sutton, R. S. and Werbos, P. J.. Neural Networks for Control. MIT Press, Cambridge, MA, 1990

[3] Chen, F. C.. Back-Propagation Neural Networks for Nonlinear Self-Tuning Adaptive Control. IEEE Control Systems Magazine, 1990, 10: 44—48

[4] Chen, F. C. and Khalilic, H. K.. Adaptive Control of Nonlinear Systems Using Neural Networks. International Journal of Control, 1992, 55: 1299—1317

[5] Chen, F. C. and Khalilic, H. K.. Adaptive Control of Nonlinear Systems Using Neural Networks—A Dead-Zone Aproach. Proc. of American Control Conference, 1991, 667—672

[6] Sanner, R. M. and Slotine, J. J.. Stable Adaptive Control and Recursive Identification Using Radial Gaussian Networks. Proc. of IEEE Conf. on Decision and Control, 1991, 238—243

[7] Jin, L., Nikiforuk, P. N. and Gupta, M. M.. Adaptive Tracking of SISO Nonlinear Systems Using Multilayered Neural Networks. Proc. of American Control Conference, 1992, 56—60

[8] Polycarpou, M. M. and Ioannou, P. A.. Modelling, Identification and Stable Adaptive Control of Continuous-Time

Nonlinear Dynamical Systems Using Neural Networks. Proc. American Control Confererce, 1992, 36—40

[9] Chen, F. C. and Liu, C. C.. Adaptively Controlling of Nonlinear Continuous-Time Systems Using Neural Networks. Proc. of the American Control Conference, 1992, 46—50

[10] Isidori, A.. Nonlinear Control Systems. 2nd ed, Springer-Verlag, Berlin, 1989

[11] Sastry, S. S. and Isidori, A.. Adaptive Control of Linearizable Systems. IEEE Trans. on Automatic Control. 1989, AC-34: 1123—1131

[12] Funahashi, K. I.. On the Approximate Realization of Continuous Mapping by Neural Networks. Neural Network, 2: 183—192.

A Stablizing Adaptive Control Scheme for Nonlinear Continuous Systems Based on Neural Networks

LIU Yannian, XIN Xin and FENG Chubo

(Research Institute of Automation, Southeast University • Nanjing, 210018, PRC)

Abstract: An adaptive control scheme is proposed for a class of nonlinear continuous systems based on neural network models of the systems. Due to the use of the variable structure control techniques, the scheme can not only solve the tracking problem of the nonlinear systems but also overcome the stability problems associated with many neural network control systems. It is shown that the closed-loop system is asymptotic stable and the parameters are asymptotic convergent.

Key words: Adaptive control; variable structure control; neural network; nonlinear systems

本文作者简介

刘延年　女. 1967 年生. 1988 年毕业于四川大学无线电系, 1991 年在东南大学自动化所获硕士学位, 1994 年获博士学位, 现在南京航空航天大学做博士后研究. 目前主要从事神经网络及其在控制中的应用方面的研究工作.

忻　欣　1965 年生. 副教授. 1987 年毕业于中国科技大学系统科学和管理科学系, 1993 年获东南大学博士学位. 1991 年至 1993 年作为中日联合培养博士生在日本大阪大学从事研究工作. 1993 年至 1995 年在东南大学作博士后研究. 目前主要研究领域为 H_∞ 控制和鲁棒控制.

冯纯伯　见本刊 1996 年第 1 期第 17 页.