第 13 卷第 1 期
1996 年 2 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 13, No. 1
Feb., 1996

位置互连受控 Petri 网的死锁与避免

尹朝庆

(武汉交通科技大学计算机与自动化系·武汉,430063)

摘要:本文在给出一种位置互连受控 Petri 网(PICPN)定义的基础上,推导出 PICPN 死锁和临界死锁的充分必要条件,并由此提出相应避免死锁的控制机制.

关键词:Petri 网;死锁

1 位置互连受控 Petri 网

工件并行的流水加工过程可按工序对资源的"占有-释放"分为若干子过程,并用 Petri 网描述. 如图 1 所示,子过程 i 的输入变迁 t_i 点火表示一个工件由空闲资源位置 f_i 获得一个资源进入过程位置 p_i. p_i 的托肯数 m_i 表示进入 p_i 的所有工件占用该类资源的数量,f_i 的托肯数 n_i 表示该类空闲资源数,输出变迁 t_{i+1} 点火表示一个工件释放占用的一个该类资源.

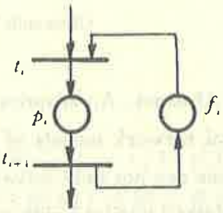

图 1 子过程 i 的 Petri 网网图

按加工过程将 L 个子过程同输入过程位置 p_0 及输出过程位置 p_{L+1} 串行联结,同时:① 将子过程 i 的输出变迁 t_{i+1} 同子过程 $i+1$ 的输入变迁 t_{i+1} 合并为一个变迁;② 不相邻的两个子过程可能描述对同一类资源的使用,若 f_i 和 f_j 中的资源是同一类,则用双向弧互连 f_i 和 f_j,显然应有 $n_i = n_j$,但是,一般而言,$m_i \neq m_j$.

遵守上述联结规则建立的 Petri 网称为位置互连受控 Petri 网(PICPN). 称数组 $m = (m_0, m_1, \cdots, m_{L+1})$ 为过程位置状态,数组 $n = (n_1, n_2, \cdots, n_L)$ 为空闲位置状态. 若 f_i 和 f_j 用双向弧互连,则称子过程 i 和子过程 j 等价,记为 $i \leftrightarrow j$. 称 $\delta_i = \{j \mid j \leftrightarrow i\}$ 为子过程 i 的等价类. 若 $\delta_i = \{i\}$,则称子过程 i 是独立的,并称 f_i 独立. 数组 (m,n) 称为 PICPN 的状态. 对于任意给定的状态 (m,n),称 $ET(m) = \{t_k \mid m_{k-1} > 0, \forall k \in N(1, L+1)\}$ 为过程使能变迁集;称 $ET(n) = \{t_k \mid n_k > 0, \forall k \in N(1,L)\} \cup t_{L+1}$ 为资源使能变迁集;称 $ET(m,n) = ET(m) \cap ET(n)$ 为完全使能变迁集,其中,$N(1,L)$ 表示 1 到 L 的整数集合[1,2].

根据 Petri 网的变迁点火规则和 PICPN 的结构,我们给出 PICPN 的变迁点火规则.

对给定状态 (m,n),PICPN 的变迁点火规则是:

1) 仅当 $t_q \in ET(m,n)$,t_q 才能点火;

2) 若 t_q 点火,状态 (m,n) 转移到后继状态 (m',n'),且有

$$m_k' = \begin{cases} m_k - 1, & \text{当 } k = q-1, \\ m_k + 1, & \text{当 } k = q, \\ m_k, & k \text{ 为其余}, \end{cases} \qquad n_k' = \begin{cases} n_k - 1, & \text{当 } k \in \delta_q, \\ n_k + 1, & \text{当 } k \in \delta_{q-1}, \\ n_k. & k \text{ 为其余}. \end{cases}$$

$R(m,n)$ 表示 (m,n) 的所有可达状态的集合.

本文于 1994 年 3 月 19 日收到. 1995 年 5 月 15 日收到修改稿.

2　PICPN 死锁及死锁的充分必要条件

定义 1　对给定状态 (m,n)，如果 t_q 满足：

1) $t_q \in ET(m), t_q \notin ET(n)$；

2) $\forall (m',n') \in R(m,n), t_q \notin ET(n')$.

则称 t_q 为死锁变迁. 用 $DT(m,n)$ 表示给定状态 (m,n) 的所有死锁变迁的集合. 若 $DT(m,n) \neq \varnothing$，则称 (m,n) 是死锁状态，相应称 PICPN 出现死锁；若对 $\forall (m,n) \in \mathrm{R}$，有 $DT(m,n) = \varnothing$，则称 PICPN 是活的.

定义 1 指出，如果状态 (m,n) 有 $n_q = 0$，使 t_q 不能点火，且对 (m,n) 的可达状态集合 $R(m,n)$ 中的任何一个状态 (m',n')，也有 $n'_q = 0$，使 t_q 始终都不能点火，那么，称 t_q 为死锁变迁.

定义 2　设 $\mathrm{cpn}(i,j) = \{f_k, t_k, p_k, t_{j+1} \mid \forall k \in N(i,j)\}$ 是 PICPN 的一部分，且对 $\forall (m,n) \in \mathrm{R}$，有 $t_k \in ET(m), t_{j+1} \in ET(n)$，则称 $\mathrm{cpn}(i,j)$ 是一通路. 在通路 $\mathrm{cpn}(i,j)$ 中，对 $\forall k \in N(i,j)$，若子过程 k 独立，则称 $\mathrm{cpn}(i,j)$ 是开通路，记为 $\mathrm{ocpn}(i,j)$. 若对 $\forall k \in N(i+1, j-1)$，子过程 k 独立，且子过程 i 和子过程 j 等价，则称 $\mathrm{cpn}(i,j)$ 是闭通路，记为 $\mathrm{ccpn}(i,j)$.

定理 1　对 $\forall (m,n) \in R$，$\mathrm{ocpn}(i,j)$ 是活的.

证　由 $\mathrm{ocpn}(i,j)$ 满足通路定义可知，对 $\forall (m,n) \in \mathrm{R}$，$t_{j+1}$ 可以点火. 根据点火规则，并注意到子过程 j 是独立的，则 t_{j+1} 点火的后继状态 (m',n') 有 $n'_j = n_j + 1 > 0$. 对于状态 $(m',n') \in \mathrm{R}$，$\mathrm{ocpn}(i,j)$ 仍应满足通路条件，即有 $m'_{j-1} > 0$；又有 $n'_j > 0$，故 t_j 在 (m',n') 可以点火. 由此类推，$\mathrm{ocpn}(i,j)$ 中的任何一个变迁 $t_k, k \in N(i,j)$，至少存在一个可达状态 $(m',n') \in \mathrm{R}$，使 t_k 可以点火. 故而，对 $\forall (m,n) \in \mathrm{R}$，$\mathrm{ocpn}(i,j)$ 是活的.　证毕.

定理 2　对给定状态 (m,n)，若 $\mathrm{cpn}(i,j)$ 为一通路，如果 $t_q \in DT(m,n), q \in N(i,j)$，且 f_q 独立，则 $t_{q+1} \in DT(m,n)$.

证　若 $t_q \in DT(m,n)$，则由定义 1 可知，对 $\forall (m',n') \in R(m,n)$，都有 $n'_q = 0$.

假设 $t_{q+1} \in ET(m,n)$，即 t_{q+1} 在 (m,n) 可以点火. 注意到 f_q 独立，由点火规则得出 $n'_q = n_q + 1 > 0$，与条件 $n'_q = 0$ 矛盾，因此，$t_{q+1} \notin ET(m,n)$. 注意到 (m,n) 使 $\mathrm{cpn}(i,j)$ 满足通路定义，即有 $t_{q+1} \in ET(m)$，故只有 $t_{q+1} \notin ET(n)$，亦即 $n_{q+1} = 0$.

假设有任一变迁 t_k 在状态 (m,n) 可以点火，$k \in N(1,L)$，且 $k \neq q, q+1$，注意到 f_q 独立，由点火规则得出 $n'_{q+1} = n_{q+1}$，前已证明 $n_{q+1} = 0$，故 $n'_{q+1} = 0$. 因此，对 $\forall (m',n') \in R(m,n)$，$t_{q+1}$ 都不能点火，即 t_{q+1} 也是死锁变迁.　证毕.

定理 3　状态 (m,n) 对 $\mathrm{ccpn}(i,j)$ 是死锁状态的充分必要条件是：对 $\forall k \in N(i,j)$，有 $n_k = 0$，且 $m_j = 0$.

证　i) 充分性.　因为给定状态 (m,n) 满足条件：对 $\forall k \in N(i,j)$ 有 $n_k = 0$，因此，对 $\forall k \in N(i,j)$，t_k 在 (m,n) 不能点火；又有条件 $m_j = 0$，因此，t_{j+1} 在 (m,n) 也不能点火.

假设有任一变迁 $t_q, q \notin N(i,j+1)$，可以在 (m,n) 点火，转移到状态 $(m',n') \in R(m,n)$. 根据点火规则，并注意到 $\mathrm{ccpn}(i,j)$ 的闭通路条件，即 $\forall k \in N(i,j), q \notin \delta_k$，则得出 $n'_k = n_k$. 因有条件 $n_k = 0$，故 $n'_k = 0$. 即对 $\forall (m',n') \in R(m,n)$，有 $t_k \notin ET(n')$. 由定义 1 可知，(m,n) 对 $\mathrm{ccpn}(i,j)$ 是死锁状态.

ii) 必要性. 给定状态(m,n)是死锁状态，即$DT(m,n)\neq\varnothing$. 若变迁$t_q\in DT(m,n)$，$q\in N(i+1,j-1)$，注意到ccpn(i,j)的闭通路条件，即对$\forall\ q\in N(i+1,j-1)$，有f_q独立，那么，由定理2可得知$t_{q+1}\in DT(m,n)$. 由此类推，可得出：对$\forall\ k\in N(q,j)$，有$t_k\in DT(m,n)$. 由定义1给出的死锁变迁的条件，则有：对$\forall\ k\in N(q,j)$，有$n_k=0$，且对$\forall\ (m',n')\in R(m,n)$，有$n'_k=0$.

假设t_{q-1}在(m,n)可以点火，$q-1\neq i$，根据点火规则，并注意到f_{q-1}独立，则得出$n'_q=n_q+1>0$. 但前已证明有$n'_q=0$，故该假设不成立，即只能有$n_{q-1}=0$. 由此类推，可得出：对$\forall\ k\in N(i+1,q-1)$. 有$n_k=0$.

又因为$i\leftrightarrow j$，即有$n_i=n_j$. 前已证明$n_j=0$，故而有$n_i=0$.

综上所得可得出：对$\forall\ k\in N(i,j)$，有$n_k=0$.

再假设t_{j+1}在(m,n)可以点火，由点火规则得出$n'_j=n_j+1>0$. 但前已证明对$\forall\ (m',n')\in R(m,n)$，有$n'_j=0$. 故该假设不成立，即有$t_{j+1}\overline{\in} ET(m,n)$. 因为$t_{j+1}\in ET(n)$，故只有$t_{j+1}\overline{\in} ET(m)$，即有$m_j=0$. 证毕.

由定理3可直接给出下述推论1.

推论 1 ccpn(i,j)的死锁状态集是$C(i,j)=\{(m,n)\mid\forall\ k\in N(i,j),n_k=0,m_j=0\}$.

3 PICPN避免死锁的控制

PICPN避免死锁的控制将建立在对临界死锁状态的关键变迁的控制上. 由定理1和定理3可知，ocpn(i,j)总是活的，ccpn(i,j)则可能死锁，因此，只需对PICPN中的ccpn(i,j)讨论临界死锁状态问题.

定义 3 若状态(m,n)对于ccpn(i,j)有$(m,n)\overline{\in} C(i,j)$，但若存在一个变迁$t_k,k\in N(i,j)$，点火后使$(m,n)$转移到$(m',n')$，且$(m',n')\in C(i,j)$. 则称状态$(m,n)$为临界死锁状态. 称$t_k$为关键变迁，记$LC(i,j)$为ccpn$(i,j)$的临界死锁状态集.

定理 4 状态(m,n)对ccpn(i,j)是临界死锁状态的充分必要条件是：对$\forall\ k\in N(i+1,j-1)$，有$n_k=0$，且$n_i=n_j=1$和$m_j=0$.

证 i) 充分性. 因为给定状态(m,n)满足条件：对$\forall\ k\in N(i+1,j-1)$，有$n_k=0$. 因此，对$\forall\ k\in N(i+1,j-1)$，t_k在(m,n)不能点火. 又有条件$m_j=0$，因此，t_{j+1}在(m,n)也不能点火.

因为有条件$n_i=1$，且注意到ccpn(i,j)满足通路条件，即应有$m_{i-1}>0$. 故t_i在(m,n)可以点火. 注意到ccpn(i,j)有$i\leftrightarrow j$，且对$\forall\ k\in N(i+1,j-1)$有f_k独立，则由点火规则可得出：对$\forall\ k\in N(i,j)$，有$n'_k=0$，且$m'_j=0$. 根据推论1可知$(m',n')\in C(i,j)$. 故而，(m,n)是临界死锁状态，t_i是关键变迁.

ii) 必要性. 给定状态$(m,n)\in LC(i,j)$，由定义3可知，至少存在一个关键变迁$t_q,q\in N(i,j)$，使后继状态$(m',n')\in C(i,j)$，且由推论1知(m',n')满足：对$\forall\ k\in N(i,j)$，有$n'_k=0$，且$m'_j=0$.

假设关键变迁是$t_q,q\in N(i+1,j-1)$. 由点火规则，并注意到f_q独立，则应有$n'_{q-1}=n_{q-1}+1>0$. 但有条件$n'_{q-1}=0$，故该 假设不能成立. 假设关键变迁是t_j，由点火规则则应有$n'_{j-1}=n_{j-1}+1>0$. 但有条件$n'_{j-1}=0$，故该假设也不能成立.

若关键变迁是 t_i，注意到有 $i \leftrightarrow j$，且对 $\forall k \in N(i+1, j-1)$，$f_k$ 独立，以及后继状态 (m', n') 应满足的条件：对 $\forall k \in N(i, j)$. 有 $n'_k = 0$，且 $m'_j = 0$，则由点火规则可得出：对 $\forall k \in N(i+1, j-1)$，有 $n_k = 0$，且 $n_i = n_j = 1$ 和 $m_j = 0$. 证毕.

可见，只要选择 PICPN 中的 ccpn(i,j) 的 t_i 为受控变迁，对其引入状态反馈控制函数 $y(t_i) = m_j + \sum_{k=i+1}^{j-1} n_k$，当受控变迁 t_i 有 $n_i \geqslant 1$ 且 $y(t_i) > 0$ 时，才允许 t_i 点火，那么，PICPN 就不会发生死锁.

参 考 文 献

[1] Holloway, L. E. and Krogh, B. H. Synthesis of Feedback Control Logic for a Class of Controlled Petri Nets. IEEE Trans., 1990, AC-35(5): 514—523

[2] Banaszak, Z. A. and Krogh, B. H.. Deadlock Avoidance in Flexible Manufacturing System with Concurrently Competing Process Flows. IEEE Trans. 1990, RA-6(6): 724—734

Deadlock and Deadlock-Avoiding in Place Interconnected and Controlled Petri Net

YIN Chaoqing

(Department of Computer and Automation, Wuhan Transportation University • Wuhan, 430063, PRC)

Abstract: By means of place interconnected and controlled Petri net (PICPN), this paper has deduced from the ample indispensable conditions of the deadlock and the critical deadlock in PICPN, and introduced the corresponding deadlock-avoiding control mechanism.

Key words: Petri net; deadlock

本文作者简介

尹朝庆 1946 年生. 1968 年毕业于武汉大学. 现任武汉交通科技大学计算机与自动化系副教授. 从事教学、科研和指导研究生工作. 研究兴趣为人工智能及其应用、智能控制.