第13卷第1期　　控制理论与应用　　Vol. 13, No. 1
1996年2月　　CONTROL THEORY AND APPLICATIONS　　Feb., 1996

多产品间歇生产过程离散事件的建模与分析

古天龙　高衿畅　周春晖
(浙江大学工业控制研究所·杭州,310027)

摘要：本文根据多产品间歇复杂生产过程离散事件活动的特点，建立了 FIS,NIS,UIS,ZW 及 MIS 情形在极大代数意义下的"线性"模型.基于所建立模型分析可以得到过程的生产时间和生产周期，以及求解过程的一些生产控制问题.

关键词：间歇过程；极大代数；建模；离散事件系统

1 引　言

许多生产过程含有间歇/半连续操作，诸如：生化过程、聚合反应过程以及精细化工过程等.特别地，近些年来随着产品要求的多样化，引起人们关注的能够灵活改变产品品种及产量的柔性化工过程亦为间歇/半连续的.这也就促使人们更加重视对这类过程的研究，其问题之一是：过程操作的调度与控制.目前的工作基本上概括为两大类：基于运筹学的优化调度(MILP 或 MINLP)以及基于运筹学和人工智能的启发式优化调度.这一问题的研究包括两方面内容：给定系统配置下的产品排序优化和给定产品排序下最优操作调度[1,2].这类过程的生产操作实质上可视为确定性离散事件系统.Cohen 利用极大代数建立了一类离散事件系统——串行制造系统的"线性"模型，进而研究了这类系统的一些分析与控制问题[3].但是，生产过程中的离散事件问题和制造系统中的离散事件问题尚有不同之处：制造系统中的物流是工件(离散的)，工件在加工机器间的传送时间可忽略不计或折算到某一机器的加工时间，而生产过程中物流的传送是连续的，传输过程中要同时占有多个单元设备，传送时间无法折算为某一单元的操作时间；操作单元间的联系——缓存器类型较为复杂(FIS,NIS,UIS,ZW 和 MIS)[2].这也就需要采用不同的处理方法.鉴于此，本文根据多产品间歇复杂生产过程批量任务生产的特点，建立了其在极大代数下的"线性"模型，基于该模型分析便可以较好地解决给定排序下的最优操作调度和一些其它生产控制问题.

2 "线性"状态方程模型

2.1 符号及标记

m：产品品种数目；n：间歇单元数目；b_i：单元 i 和 $(i+1)$ 间的缓存器数目；s_{ijl} 单元 i 操作产品 j 之后操作产品 l 所需的调整时间；t_{ij}：产品 j 在单元 i 上所需操作时间；τ_{ij}：产品 j 从单元 i 输出所需时间；u_j^k：第 k 批生产任务中第 j 种产品的投料时间；x_{ij}^k 第 k 批生产任务中第 j 种产品在单元 i 操作的最早开始活动时间；y_j^k 第 k 批生产任务中第 j 种产品的最早开始输出时间.

本文于1993年11月17日收到.1994年6月21日收到修改稿.

考虑生产 m 种产品，具有 n 个间歇单元的生产过程. 所有产品都要依次在每个单元内进行操作. 在极大代数 $(R \cup \{-\infty\}, \oplus, \cdot)$ 意义下[4]，可建立如下变量间"线性"关系方程.

2.2 FIS、UIS 情形

设单元 i 和单元 $(i+1)$ 间缓存器数目为 b_i. FIS 情形下，产品 j 开始在单元 i 操作需受到如下约束：单元 $(i-1)$ 操作完产品 j；单元 i 操作完产品 $(j-1)$ 且该产品进入缓存器. 变量间关系为

$$
\begin{cases}
x_{11}^{k} = [(x_{1m}^{k-1} \cdot t_{1m} \oplus x_{2(m-b_1)}^{k-1}) \cdot \tau_{1m} \cdot s_{1m1} \oplus u_1^k] \cdot \tau_{01}, \\
x_{i1}^{k} = [x_{(i-1)1}^{k} \cdot t_{(i-1)1} \oplus (x_{im}^{k-1} \cdot t_{im} \oplus x_{(i+1)(m-b_i)}^{k-1}) \cdot \tau_{im} \cdot s_{im1}] \cdot \tau_{(i-1)1}, \\
\qquad\qquad i = 2,3,\cdots,n-1, \\
x_{n1}^{k} = (x_{(n-1)1}^{k} \cdot t_{(n-1)1} \oplus x_{nm}^{k-1} \cdot t_{nm} \cdot \tau_{nm} \cdot s_{nm1}) \cdot \tau_{(n-1)1}, \\
x_{nj}^{k} = (x_{(n-1)j}^{k} \cdot t_{(n-1)j} \oplus x_{n(j-1)}^{k} \cdot t_{n(j-1)} \cdot \tau_{n(j-1)} \cdot s_{n(j-1)j}) \cdot \tau_{(n-1)j}, \quad j = 2,\cdots,m, \\
x_{1(j+1)}^{k} = [(x_{1j}^{k} \cdot t_{1j} \oplus x_{2(m-b_1+j)}^{k-1}) \cdot \tau_{1j} \cdot s_{1j(j+1)} \oplus u_{(j+1)}^{k}] \cdot \tau_{0(j+1)}, \quad j = 1,2,\cdots,b_1, \\
x_{1(j+1)}^{k} = [(x_{1j}^{k} \cdot t_{1j} \oplus x_{2(j-b_1)}^{k}) \cdot \tau_{1j} \cdot s_{1j(j+1)} \oplus u_{(j+1)}^{k}] \cdot \tau_{0(j+1)}, \\
\qquad\qquad j = b_1+1, b_1+2, \cdots, m-1; \\
x_{i(j+1)}^{k} = [x_{(i-1)(j+1)}^{k} \cdot t_{(i-1)(j-1)} \oplus (x_{ij}^{k} \cdot t_{ij} \oplus x_{(i+1)(m-b_i+j)}^{k-1}) \cdot \tau_{ij} \cdot s_{ij(j+1)}] \cdot \tau_{(i-1)(j+1)}, \\
\qquad\qquad i = 2,3,\cdots,n-1; \quad j = 1,2,\cdots,b_i, \\
x_{i(j+1)}^{k} = [x_{(i-1)(j+1)}^{k} \cdot t_{(i-1)(j-1)} \oplus (x_{ij}^{k} \cdot t_{ij} \oplus x_{(i+1)(j-b_i)}^{k}) \cdot \tau_{ij} \cdot s_{ij(j+1)}] \cdot \tau_{(i-1)(j+1)}, \\
\qquad\qquad i = 2,3,\cdots,n-1; \quad j = b_i+1, b_i+2, \cdots, m-1, \\
y_j^k = x_{nj}^{k} \cdot t_{nj} \cdot \tau_{nj}, \quad j = 1,2,\cdots,m.
\end{cases}
\tag{1}
$$

UIS 情形相当于 $b_i = \infty$，故可令上述 FIS 情形下各变量间关系式中 $b_i = \infty$ 而得.

2.3 NIS 情形

NIS 情形下，产品 j 开始在单元 i 操作受到如下约束；单元 $(i-1)$ 操作完产品 j；单元 $(i+1)$ 开始操作产品 $(j-1)$. 变量间关系为

$$
\begin{cases}
x_{11}^{k} = (x_{2m}^{k-1} \cdot s_{1m1} \oplus u_1^k) \cdot \tau_{01}, \\
x_{i1}^{k} = (x_{(i-1)1}^{k} \cdot t_{(i-1)1} \oplus x_{(i+1)m}^{k-1} \cdot s_{im1}) \cdot \tau_{(i-1)1}, \quad i = 2,3,\cdots,n-1, \\
x_{n1}^{k} = (x_{(n-1)1}^{k} \cdot t_{(n-1)1} \oplus x_{nm}^{k-1} \cdot t_{nm} \cdot s_{nm1}) \cdot \tau_{(n-1)1}, \\
x_{1(j+1)}^{k} = (x_{2j}^{k} \cdot s_{1j(j+1)} \oplus u_{j+1}^{k}) \cdot \tau_{0(j+1)}, \quad j = 1,2,\cdots,m-1, \\
x_{nj}^{k} = (x_{((n-1)j}^{k} \cdot t_{(n-1)j} \oplus x_{n(j-1)}^{k} \cdot t_{n(j-1)} \cdot \tau_{n(j-1)} \cdot s_{n(j-1)j}) \cdot \tau_{(n-1)j}, \quad j = 2,\cdots,m, \\
x_{i(j+1)}^{k} = (x_{(i-1)(j+1)}^{k} \cdot t_{(i-1)(j+1)} \oplus x_{(i+1)j}^{k} \cdot s_{ij(j+1)}) \cdot \tau_{(i-1)(j+1)}, \\
\qquad\qquad j = 2,3,\cdots,m; \quad i = 2,3,\cdots,n-1, \\
y_j^k = x_{nj}^{k} \cdot t_{nj} \cdot \tau_{nj}, \quad j = 1,2,\cdots,m.
\end{cases}
\tag{2}
$$

2.4 ZW 情形

ZW 情形单元之间也无缓存器，但其操作方式不同于 NIS[1]. 该情形产品 j 在单元 i 完成操作后须立即进入下游单元 $(i+1)$ 操作. 故

$$
\left\{
\begin{aligned}
& x_{11}^k = (x_{1m}^{k-1} \cdot t_{1m} \cdot \tau_{1m} \cdot s_{1m1} \oplus u_1^k) \cdot \tau_{01} \oplus x_{21}^k \cdot (-t_{11}) \cdot (-\tau_{11}), \\
& x_{i1}^k = (x_{(i-1)1}^k \cdot t_{(i-1)1} \oplus x_{im}^{k-1} \cdot t_{im} \cdot \tau_{im} \cdot s_{im1}) \cdot \tau_{(i-1)1} \oplus x_{(i+1)1}^k \cdot (-t_{i1}) \cdot (-\tau_{i1}), \\
& \qquad\qquad i = 2,3,\cdots,n-1 \\
& x_{n1}^k = (x_{(n-1)1}^k \cdot t_{(n-1)1} \oplus x_{nm}^{k-1} \cdot t_{nm} \cdot \tau_{nm} \cdot s_{nm1}) \cdot \tau_{(n-1)1}, \\
& x_{nj}^k = (x_{(n-1)j}^k \cdot t_{(n-1)j} \oplus x_{n(j-1)}^k \cdot t_{n(j-1)} \cdot \tau_{n(j-1)} \cdot s_{n(j-1)1}) \cdot \tau_{(n-1)j}, \quad j = 2,\cdots,m, \\
& x_{1(j+1)}^k = (x_{1j}^k \cdot t_{1j} \cdot \tau_{1j} \cdot s_{1j(j+1)} \oplus u_{(j+1)}^k \cdot \tau_{0(j+1)} \oplus x_{2(j+1)}^k \cdot (-t_{1(j+1)}) \cdot (-\tau_{1(j+1)}), \\
& \qquad\qquad j = 1,2,\cdots,m-1, \\
& x_{i(j+1)}^k = (x_{(i-1)(j+1)}^k \cdot t_{(i-1)(j+1)} \oplus x_{ij}^k \cdot t_{ij} \cdot \tau_{ij} \cdot s_{ij(j+1)}) \cdot \tau_{(i-1)(j+1)} \oplus x_{(i+1)(j+1)}^k \\
& \qquad \cdot (-t_{i(j+1)}) \cdot (-\tau_{i(j+1)}), \quad j = 1,2,\cdots,m-1; i = 2,3,\cdots,n-1, \\
& y_j^k = x_{nj}^k \cdot t_{nj} \cdot \tau_{nj}, \quad j = 1,2,\cdots,m.
\end{aligned}
\right.
\tag{3}
$$

2.5 MIS 情形

从前述 FIS,NIS,UIS,ZW 情形下变量间关系知,产品 j 在单元 i 操作均要受到上游单元约束,而不同的缓存器情形与本单元 i 和下游单元 $(i+1)$ 的联系将不同. 这样对于 MIS 情形,变量之间关系式可分为两部分处理:与上游单元联系(不受缓存器类型影响);与本单元和下游单元的联系(取决于缓存器类型).

引入过程的状态向量 $X(k) = (x_{11}^k \ \cdots \ x_{n1}^k \ x_{12}^k \ \cdots \ x_{n2}^k \ \cdots \ x_{1m}^k \ \cdots \ x_{nm}^k)^{\mathrm{T}}$;输入向量 $U(k) = (u_1^k \ u_2^k \ \cdots \ u_m^k)^{\mathrm{T}}$;输出向量 $Y(k) = (y_1^k \ y_2^k \ \cdots \ y_m^k)^{\mathrm{T}}$. 根据前述变量间的关系,可得过程的“线性”状态方程模型

$$
\begin{aligned}
X(k) &= AX(k) \oplus DX(k-1) \oplus BU(k), \\
Y(k) &= CX(k).
\end{aligned}
\tag{4}
$$

式中,A,D 为 $mn \times mn$ 维系统矩阵,B 为 $mn \times m$ 维输入矩阵;C 为 $m \times mn$ 维输出矩阵. 矩阵表达式中,将有关联的变量所对应位置的矩阵元素填充其关联值,其余位置处元素均赋“$-\infty$”.

利用极大代数运算性质,上述模型可化为

$$
\begin{aligned}
X(k) &= A^* DX(k-1) \oplus A^* BU(k), \\
Y(k) &= CX(k).
\end{aligned}
\tag{5}
$$

其中
$$A^* = I \oplus A \oplus \cdots \oplus A^{mn-1}.$$

3 对偶“线性”模型

根据过程中变量间关系,在极小代数 $(R \cup (+\infty), \oplus', \cdot)$[4] 上可建立的对偶“线性”状态方程模型

$$
\begin{aligned}
X(k) &= (-A^{\mathrm{T}}) \cdot X(k) \oplus' (-D^{\mathrm{T}})X(k+1) \oplus' (-C^{\mathrm{T}})Y(k), \\
U(k) &= (-B^{\mathrm{T}})X(k).
\end{aligned}
\tag{6}
$$

利用极小代数运算性质,上述模型可化为

$$
\begin{aligned}
X(k) &= (-A^*)^{\mathrm{T}}(-D^{\mathrm{T}})X(k+1) \oplus' (-A^*)^{\mathrm{T}}(-C^{\mathrm{T}})Y(k), \\
U(k) &= (-B^{\mathrm{T}})X(k).
\end{aligned}
\tag{7}
$$

4 基于模型分析的过程研究

对于给定的产品操作排序可由模型进行如下分析研究

· 生产时间(makespan)：某生产任务(可能多批)开始操作到所有产品完成操作所需时间.这一指标可通过模型(6)计算 $Y(k)$ 得到.

· 稳态生产周期(cycle time)：多批生产任务中,生产过程经过一定批次的动态过渡,将进入稳态生产——批次产品间以一定的时间间隔输出,即

$$Y(k+h)=\lambda^h\cdot Y(k). \tag{8}$$

λ 为稳态生产周期.

· 单元操作切换时刻：状态向量 $X(k)$ 中包含了保证过程具有最小 makespan 下各单元操作的切换时刻.

· 能达性：对于给定的 $Y(N)$,若存在一个使系统获得该 $Y(N)$ 的 $U(1)$,则称系统对 $Y(N)$ 能达.能达性可通过对偶模型(7)分析判定.

5 范例应用

某生产过程[1]具有5个间歇单元,单元1,2间为FIS($b_1=1$)；单元2,3间为ZW；单元3,4间为NIS；单元4,5间为UIS(图1),用于生产4种产品.生产过程的操作时间、传输时间和调整时间(与单元无关)示于表1.要求分析该过程进行5批任务生产的makespan、最优单元操作切换时刻以及稳态运行周期?判定过程对于 $Y^T(6)=(350\quad 360\quad 380\quad 390)$ 和 $Y^T(6)=(350\quad 370\quad 290\quad 400)$ 的能达性.

图1 间歇过程

表1 过程操作数据

单元＼产品	操作时间				传输时间				调整时间			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
0					2	4	5	1				
1	1	6	9	5	3	1	2	4	—	5	3	4
2	8	2	6	2	2	3	3	5	1	—	2	3
3	5	7	3	7	4	2	2	4	3	4	—	1
4	8	2	3	4	1	5	4	3	4	2	2	—
5	4	9	10	1	3	3	4	2				

该生产过程为MIS情形,各变量间关系为

单元1

$$x_{11}^k=10\cdot x_{23}^{k-1}\oplus 15\cdot x_{14}^{k-1}\oplus 2\cdot u_1^k,$$
$$x_{12}^k=13\cdot x_{11}^k\oplus 12\cdot x_{24}^{k-1}\oplus 4\cdot u_2^k,$$
$$x_{13}^k=8\cdot x_{21}^k\oplus 14\cdot x_{12}^k\oplus 5\cdot u_3^k,$$
$$x_{14}^k=4\cdot x_{22}^k\oplus 13\cdot x_{13}^k\oplus 1\cdot u_4^k.$$

单元2

$$x_{21}^k=4\cdot x_{11}^k\oplus(-10)\cdot x_{31}^k\oplus 14\cdot x_{24}^{k-1},$$

$$x_{22}^k = 16 \cdot x_{21}^k \oplus 7 \cdot x_{12}^k \oplus (-5) \cdot x_{32}^k,$$

$$x_{23}^k = 9 \cdot x_{22}^k \oplus 11 \cdot x_{13}^k \oplus (-9) \cdot x_{33}^k,$$

$$x_{24}^k = 14 \cdot x_{23}^k \oplus 9 \cdot x_{14}^k \oplus (-7) \cdot x_{34}^k.$$

单元 3

$$x_{31}^k = 10 \cdot x_{21}^k \oplus 6 \cdot x_{44}^{k-1}, \quad x_{32}^k = 5 \cdot x_{22}^k \oplus 8 \cdot x_{41}^k$$

$$x_{33}^k = 9 \cdot x_{23}^k \oplus 5 \cdot x_{42}^k, \quad x_{34}^k = 7 \cdot x_{24}^k \oplus 6 \cdot x_{43}^k.$$

单元 4

$$x_{41}^k = 9 \cdot x_{31}^k \oplus 15 \cdot x_{44}^{k-1}, \quad x_{42}^k = 16 \cdot x_{41}^k \oplus 9 \cdot x_{32}^k$$

$$x_{43}^k = 11 \cdot x_{42}^k \oplus 5 \cdot x_{33}^k, \quad x_{44}^k = 12 \cdot x_{43}^k \oplus 11 \cdot x_{34}^k.$$

单元 5

$$x_{51}^k = 9 \cdot x_{41}^k \oplus 8 \cdot x_{54}^{k-1}, \quad x_{52}^k = 17 \cdot x_{51}^k \oplus 7 \cdot x_{42}^k$$

$$x_{53}^k = 18 \cdot x_{52}^k \oplus 7 \cdot x_{43}^k, \quad x_{54}^k = 18 \cdot x_{53}^k \oplus 7 \cdot x_{44}^k.$$

将上述关系式列写成状态方程，可计算得

$$X^{\mathrm{T}}(1) = (2 \quad 6 \quad 16 \quad 25 \quad 34 \quad 15 \quad 28 \quad 33 \quad 42 \quad 51$$
$$29 \quad 40 \quad 49 \quad 54 \quad 69 \quad 42 \quad 54 \quad 61 \quad 72 \quad 87),$$

$$X^{\mathrm{T}}(2) = (57 \quad 68 \quad 78 \quad 87 \quad 96 \quad 70 \quad 90 \quad 95 \quad 104 \quad 113$$
$$84 \quad 100 \quad 109 \quad 115 \quad 131 \quad 100 \quad 114 \quad 121 \quad 133 \quad 149),$$

$$X^{\mathrm{T}}(3) = (115 \quad 129 \quad 139 \quad 148 \quad 157 \quad 128 \quad 151 \quad 156 \quad 165 \quad 174$$
$$142 \quad 162 \quad 171 \quad 176 \quad 192 \quad 161 \quad 176 \quad 183 \quad 194 \quad 210),$$

$$X^{\mathrm{T}}(4) = (176 \quad 190 \quad 200 \quad 209 \quad 218 \quad 189 \quad 212 \quad 217 \quad 226 \quad 235$$
$$203 \quad 222 \quad 231 \quad 237 \quad 253 \quad 222 \quad 236 \quad 243 \quad 254 \quad 271),$$

$$X^{\mathrm{T}}(5) = (237 \quad 250 \quad 260 \quad 269 \quad 279 \quad 250 \quad 272 \quad 277 \quad 286 \quad 296$$
$$264 \quad 282 \quad 291 \quad 297 \quad 314 \quad 282 \quad 296 \quad 303 \quad 314 \quad 332),$$

$$Y^{\mathrm{T}}(1) = (41 \quad 63 \quad 83 \quad 90), \quad Y^{\mathrm{T}}(2) = (103 \quad 125 \quad 145 \quad 152),$$

$$Y^{\mathrm{T}}(3) = (164 \quad 186 \quad 206 \quad 213), \quad Y^{\mathrm{T}}(4) = (225 \quad 247 \quad 267 \quad 274),$$

$$Y^{\mathrm{T}}(5) = (286 \quad 308 \quad 328 \quad 335).$$

由上述分析结果知，5 批任务生产的 makespan 为 335，且 $k \geqslant 2$ 时，$Y(k+1) = 61 \cdot Y(k)$，故该过程的稳态生产周期为 $\lambda = 61$. 同时，$X(k)$ 给出了过程具有最小 makespan 下的操作切换时刻.

将两组 $Y^{\mathrm{T}}(6)$ 分别代入对偶系统模型(7)，可分别分析计算得 $U^{\mathrm{T}}(1) = (-10 \quad 1 \quad 14 \quad 34\ )$ 和 $U^{\mathrm{T}}(1) = (1 \quad 12 \quad 25 \quad 45)$. $U^{\mathrm{T}}(1)$ 为对应于 $Y^{\mathrm{T}}(6)$ 过程的最迟投料时刻. 显然，过程对于 $Y^{\mathrm{T}}(6) = (350 \quad 360 \quad 380 \quad 390)$ 不能达，对于 $Y^{\mathrm{T}} = (350 \quad 370 \quad 390 \quad 400)$ 能达.

参 考 文 献

[1] Rajagopalan, D. and Karimi, I. A., Completion Times in Serial Mixed-Storage Multiproduct Process with Transfer

and Set-Up Times. Computers Chem. Engng, 1989, 13: (1): 175—186

[2] Wiede, W., Kuriyan, K. and Reklaitis, G. V.. Determination of Completion Times for Serial Multiproduct Processes. Computers Chem. Engng, 1987, 11(3): 337—368

[3] Cohen, G., Dubois, D. and Quadrat, J. P.. Linear-System Theoretic View of Discrete Event Processes and Its Use for Performance Evaluation in Manufacturing. IEEE Trans. Automat. Contr.. 1985, AC-30(3): 210—220

[4] Cunighame, R. A.. Minimax Algebra. Springer-Verlag, New York, 1979

Modeling and Analysis of Discrete Events in Multiproduct Batch Processes

GU Tianlong, GAO Jinchang and ZHOU Chunhui

(Institute of Industrial Control, Zhejiang University • Hangzhou, 310027, PRC)

Abstract: In this paper, linear state-equations for serial multiproduct batch/semi-continuous plants (FIS, UIS, NIS, ZW, MIS) are developed in minimax-algebra. Then some control problems of the batch processes are solved by the model.

Key words: batch processes; max-algebra; modeling; discrete event systems

本文作者简介

古天龙 1964 年生. 1984 年毕业于太原工业大学机械系, 1987 年于西安电子科技大学获工学硕士学位. 现为桂林电子工业学院计算机系副教授, 并在浙江大学工业控制研究所攻读博士学位. 主要研究兴趣有离散事件系统理论及应用, 复杂工业过程智能集成自动化, 正交函数及其在系统分析、辨识和控制中的应用等.

高衿畅 1936 年生. 1961 年毕业于浙江大学化工系. 现为浙江大学工业控制研究所教授. 长期从事工业过程模型化与计算机优化控制. 主要学术方向是建模、计算机优化系统的理论与实践.

周春晖 1922 年生. 1947 年在美国麻省理工大学毕业并获学士学位, 1954 年在美国密西根大学获博士学位. 1958 年至今为浙江大学教授, 博士生导师. 主要研究方向是工业过程的建模, 控制与优化.