

大纯滞后对象的 H_2 鲁棒控制*

张卫东 孙优贤

(浙江大学工业控制研究所·杭州, 310027)

摘要: 本文在 H_2 最优控制理论的框架下, 针对大纯滞后对象讨论了 Smith 预估器的解析设计问题. 新的设计方法在给定的框架下统一地解释了 Smith 控制器, Dahlin 控制器和 PID 控制器.

关键词: H_2 最优控制; 鲁棒控制; 过程控制

1 引言

众所周知, 控制对象中存在的大纯滞后对控制系统稳定性和控制质量有着决定性的影响. 早在 1953 年, Cohen 和 Coon^[1]就研究了利用一阶模型整定 PID 控制器的问题. Smith^[2]在 1957 年提出了一种有效的预估补偿方法, 称为 Smith 预估器, 但是它的鲁棒性较差, 其参数的整定也是个研究中的问题. Dahlin^[3]按另外一种思路提出一种针对大纯滞后对象的控制算法, 在实践中获得了较好的效果.

本文从 H_2 最优控制理论出发, 提出一种 Smith 预估器解析方法, 这种方法能够保证控制器具有较好的性能和鲁棒性. 按照本文方法设计的 Smith 预估器在本质上与 Dahlin 控制器相同. 进一步证明它们与 PID 控制器是等价的. 因此 Smith 预估器和 Dahlin 控制器就可以用 PID 控制器来实现了. 仿真结果表明控制效果令人非常满意.

2 Smith 预估器设计

Smith 预估器的基本结构如图 1 所示, 其中 R 是控制器, G 是实际控制对象, G_m 是模型, G_{mo} 是模型中不含纯滞后的部分. 在过程控制中一般假设

$$G_m(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}, \quad G_{mo} = \frac{K}{\tau s + 1}. \quad (1)$$

该结构与 Youla 参数化之间的关系可表示为^[4]

$$Q = \frac{R}{1 + G_{mo}R}. \quad (2)$$

式中的 Q 是稳定正则的实有理函数. 当模型精确时从干扰 d 到输出 y 的传递函数是 $S = 1 - G_m Q$. 根据 H_2 最优控制理论, 取控制系统性能的优化指标为 $\min \|WS\|_2$, 这里 W 是权函数, 应选择为使系统输入的 2 范数单位有界. 这个指标意味着使系统的积分平方误差最小化.

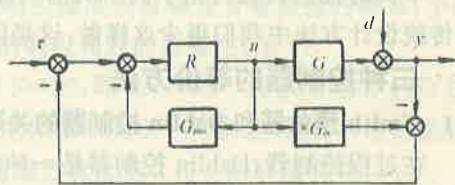


图 1 Smith 预估器的结构

式(1)中的 $e^{-\theta s}$ 是个难以解析处理的环节, 利用 1/1Pade 公式对它进行展开, 有 $G_m(s) = K(1 - \theta/2s)/[(\tau s + 1)(1 + \theta/2s)]$. 我们先利用近似模型 $G_{mo}(s)$ 求出控制器, 然后再用这个控

* 国家“八五”攻关资助项目.

本文于 1995 年 3 月 8 日收到, 1995 年 9 月 8 日收到修改稿.

制器去控制(1)式表示的对象.

设系统的输入为单位阶跃信号,选取 $W(s) = 1/s$. 因为 W 有一个极点在虚轴上,为了保证 WS 的 2 范数有界,要求有约束 $\lim_{s \rightarrow 0} S = 0$, 即 $Q(0) = 1/G'_m(0) = 1/K$. 满足上式的所有稳定的 Q 的集合是 $Q(s) = 1/K + sQ_1(s)$, Q_1 稳定. 所以

$$\begin{aligned} \|WS\|_2^2 &= \left\| W \left[1 - G_m \left(\frac{1}{K} + sQ_1(s) \right) \right] \right\|_2^2 \\ &= \left\| \frac{\frac{\theta\tau}{2}s + (\theta + \tau)}{(\tau s + 1)(\frac{\theta}{2}s + 1)} - \frac{K(1 - \frac{\theta}{2}s)}{(\tau s + 1)(1 + \frac{\theta}{2}s)} Q_1(s) \right\|_2^2. \end{aligned} \quad (3)$$

引入符号 Φ 表示所有严格正则的稳定的传递函数, Φ_0 是 Φ 的子集, 在 $\text{Res} > 0$ 解析, Φ_0' 在 $\text{Res} \leq 0$ 解析, 且 $\Phi_0 + \Phi_0' = \Phi$. 则 Φ 里的每一个函数 F 都可以表示为

$$F = F_1 + F_2, F_1 \in \Phi_0, F_2 \in \Phi_0' \quad (4)$$

引理 1 如果 $F_1 \in \Phi_0, F_2 \in \Phi_0'$, 那么 $\|F_1 + F_2\|_2^2 = \|F_1\|_2^2 + \|F_2\|_2^2$. 因此有

$$\begin{aligned} \|WS\|_2^2 &= \left\| \frac{1 - \frac{\theta}{2}s}{1 + \frac{\theta}{2}s} \left[\frac{\frac{\theta\tau}{2}s + (\theta + \tau)}{(\tau s + 1)(1 - \frac{\theta}{2}s)} - \frac{K}{\tau s + 1} Q_1(s) \right] \right\|_2^2 \\ &= \left\| \frac{\theta}{1 - \frac{\theta}{2}s} + \frac{\tau}{\tau s + 1} - \frac{K}{\tau s + 1} Q_1(s) \right\|_2^2 \\ &= \left\| \frac{\theta}{1 - \frac{\theta}{2}s} \right\|_2^2 + \left\| \frac{\tau}{\tau s + 1} - \frac{K}{\tau s + 1} Q_1(s) \right\|_2^2. \end{aligned} \quad (5)$$

对 $\|WS\|_2$ 取极小, 唯一最优的 Q_1 为 $Q_{1m} = \tau/K$, 所以 $Q_m = (\tau s + 1)/K$. 根据 Youla 参数化, Q 应该是稳定正则的, 为此引入低通滤波器 $J = 1/(\lambda s + 1), \lambda > 0$, 对 Q_m 进行衰减, 得 $Q = Q_m J = (\tau s + 1)/(K\lambda s + K)$. 代入式(2)得

$$R = \frac{Q}{1 - G_m Q} = \frac{1}{K} \frac{\tau s + 1}{\lambda s}. \quad (6)$$

在后边的讨论中可以看到, 控制器 R 中的参数 λ 可以用来调整系统的鲁棒性.

本文的控制器也可用于高阶时滞对象, 只是控制器参数仍要从简化的一阶模型得到. 在传统设计方法中我们很少这样做, 这是因为传统方法设计的 Smith 预估器鲁棒性很差.

3 三种控制器的等价方法

3.1 Smith 预估器和 Dahlin 控制器的关系

在过程控制器, Dahlin 控制器是一种常见的控制器, 它有个可在线调整的参数, 给实际应用带来了很大的方便. Dahlin 控制器设计的出发点是选择一个具有纯滞后的一阶特性 $e^{-\theta s}/(\lambda s + 1)$ 作为所需的闭环特性, 然后据此来推导控制器. 为能直接得到算式, 推导是在离散域中进行的. 我们将证明, 本文提出的 Smith 预估器和 Dahlin 控制器在本质上是相同的.

考虑图 1 所示的 Smith 预估器. 如果模型是 G_m , 可求得系统的闭环传递函数为 $T =$

$G_m Q = (1 - \theta/2s) / [(1 + \theta/2s)(\lambda s + 1)]$. 而 $(1 - \theta/2s) / (1 + \theta/2s)$ 则是由 $e^{-\theta s}$ 经 Pade 近似得到的. 因此将本文的控制器进行离散化后就可得到 Dahlin 控制器. T 中的参数 λ 与 Dahlin 控制器中的可调参数是一致的. 当不存在模型误差时, λ 可用来调整系统闭环响应的形状和减小振铃; 当存在模型误差时, 增加 λ 可提高系统的鲁棒性. 这是因为增加 λ , T 减小而 S 增大, 根据鲁棒控制理论的基本结论可知, 这增加了系统的鲁棒性. λ 的取值范围通常在 $0.1\theta \sim 1.0\theta$ 之间, 一般可取 $\lambda = 0.7\theta$.

3.2 Smith 预估器和 PID 控制器的关系

在传统的观点中, Smith 预估器和 PID 控制器是两种截然不同的控制器, Smith 预估器可以很好地用于大纯滞后对象的控制, 而 PID 控制器则不能. 我们将证明, 适当地调节 PID 控制器也能达到 Smith 预估器具有的控制效果, 因为二者在本文给定条件下是等价的. 考虑一个单位反馈控制回路(图 2), 控制器为 C , 与图 1 比较有 $C = R / [1 + (G_{mo} - G_m)R]$. 将(6)式代入得

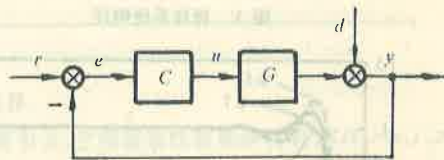


图 2 单位反馈回路

$$C = \frac{1}{K} \frac{(\tau s + 1)(1 + \frac{\theta}{2}s)}{\frac{\theta \lambda}{2}s^2 + (\lambda + \theta)s} \quad (7)$$

与传统的 PID 控制器 $C = K_c(1 + 1/T_I s)(T_D s + 1)/(T_F s + 1)$ 比较得到的参数是

$$T_F = \frac{\theta \lambda}{2(\lambda + \theta)}, \quad T_I = \tau (\text{或 } \theta/2), \quad T_D = \theta/2 (\text{或 } \tau), \quad K_c = \frac{T_I}{K(\lambda + \theta)}. \quad (8)$$

所以 Smith 预估器和 Dahlin 控制器都可以用 PID 控制器来实现.

4 仿真结果

[5]在研究 PID 控制器和 Smith 预估器时给出一个控制对象 $G_m(s) = Ke^{-\theta s} / (\tau s + 1)$, 式中 $K = 2, \tau = 4, \theta = 4$. 其整定的 PID 控制器的参数为 $K_c = 0.60, T_I = 6.0, T_D = 1.0$. 按本文方法设计的控制器的参数是 $K_c = 0.29, T_I = 4.0, T_D = 2.0, T_F = 0.82$. 两者的响应如图 3 所示, 本文控制器具有较好的标称响应.

现在假设模型的三个参数分别发生了 10% 的摄动, 即 $K \in [1.8, 2.2], \tau \in [3.6, 4.4], \theta \in [3.6, 4.4]$. 取较坏的一种情况, 两种控制器的响应如图 4 所示, 本文控制器具有更好的鲁棒性. 在本文的控制器中, 可调参数 λ 与系统的响应速度和鲁棒性有着直接的联系, 小的 λ 对应着快的响应和差的鲁棒性; 大的 λ 对应着慢的响应和好的鲁棒性(图 5).

现在假设模型是精确的, 但是纯滞后增加到 $\theta = 20$, 即 $\theta/\tau = 5$. 一般认为这时 PID 控制器已无法使用了, 按本文方法设计的控制器的响应如图 6 所示. 特别地, 选择对应的坐标比例, 响应曲线的形状与图 3 相同, 这是因为响应曲线形状仅与 λ 和 θ 的取值有关.

5 结 论

传统观点认为, 频域方法是试凑法^[6]. 本文借助于 H_2 最优控制理论提出了一种解析设计方法, 并且在给定的框架下证明了 Smith 预估器、Dahlin 控制器和 PID 控制器三者之间的等价关系, 这使得控制器的实现更加简单有效. 文中介绍的调整系统鲁棒性的方法也具有很大的优越性, 它不需要预先知道系统的不确定性界, 非常适合工业生产过程的控制.

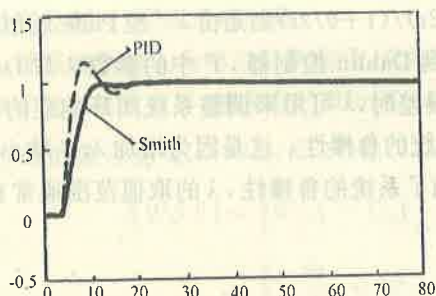


图3 标称系统响应

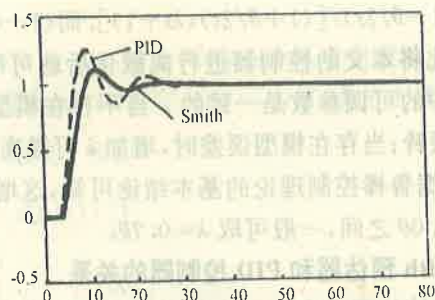


图4 扰动系统响应

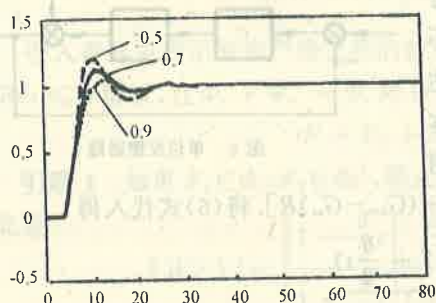
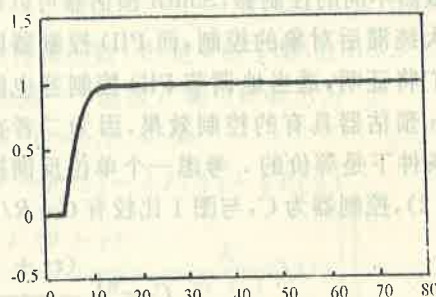
图5 不同 λ 的响应

图6 大纯滞后系统响应

参考文献

- [1] Cohen, G. H. and Coon, G. A.. Theoretical Considerations of Retarded Control. Trans. ASME, 1953, 75: 827-834.
- [2] Smith, O. J. M.. Close Control of Loops with Dead Time, Chem. Eng. Progr., 1957, 53: 217-219
- [3] Dahlin, E. B.. Designing and Tuning Digital Controllers, Instr. and Contr. Sysms, 1968, 41(6): 77-83
- [4] Laughlin, D. L. et al.. Smith Predictor Design for Robust Performance. Int. J. Control, 1987, 46: 477-504
- [5] 金以慧主编. 过程控制. 北京: 清华大学出版社, 1993, 137
- [6] 解学书, 钟宜生编著. H_∞ 控制理论. 北京: 清华大学出版社, 1994, 1

Analytical Predictor for Uncertain Time-delay System

ZHANG Weidong and SUN Youxian

(Institute of Industrial Process Control, Zhejiang University • Hangzhou, 310027, PRC)

Abstract: An analytical method is presented based on H_2 optimal control theory for the design of Smith predictor, which provides both good performance and robustness simultaneously. The Smith predictor is essentially the same as Dahlin controller. We also show that they are equivalent to a PID controller. An example is included to illustrate the approach.

Key words: H_2 optimal control; robust control; process control

本文作者简介

张卫东 1967 年生, 1990 年在浙大科学实验仪器工程学系获学士学位, 1992 年在浙大电机系获硕士学位, 1993 年至今在浙大工业控制研究所攻读博士学位. 作为第一作者发表论文 38 篇. 是 I&EC Research 评论员. 目前研究方向为鲁棒控制理论及其在工业过程控制中的应用.

孙优贤 1940 年生, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士. 现任浙江大学工业控制研究所所长. 1984 年至 1987 年获德国洪堡奖学金, 长期从事过程控制, 鲁棒控制理论及应用, H_∞ 控制理论及应用, 容错控制理论及应用研究以及造纸过程模型化和计算机控制, 发表论文 260 多篇, 著作 10 本, 获各类科技进步奖 18 项.

(上接第 494 页)

小化(依一定的意义)这个差, $r^2 I - H^*(j\omega)H(j\omega)$ 等两种运算.

该书的第二章指出这个熵泛函的解析性质具有很强的吸引力, 它像范数性质那样具有 $I(H; r; s_0) \geq 0, I(H; r; s_0) = 0$ 充要条件为 $H = 0$, 以及它是 r 的单调递减函数, 此外它可作为 H_2 (LQG) 耗损函数的界, 即

$$\lim_{t_f \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{zt_f} \int_{-t_f}^{t_f} (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)u(t))dt \right\} \leq I(H; r; s_0).$$

第 3 章考虑极小熵 H_∞ 控制器综合问题, 根据控制器的参数化公式, 极小熵控制器所给出的漂亮结果实际上是对应于参数化公式中的参数 $\Phi = 0$ 的 H_∞ 控制器的中心解, 还给出了状态空间形式以及熵的极小值的计算公式. 第 4 章把上述结果拓广至极小熵 H_∞ 距离问题, 并得到相应的结论. 在第 5 章, 利用熵是 H_2 耗损的上界和引入辅助耗损函数, 证明下面关系式:

$$I(H; r; s_0) = \text{trace}[Q, C^T C].$$

其中 Q 是代数 Riccati 方程的稳定化解, 而辅助耗损实际上与 H_2 耗损有着密切的联系. 第 6 和 7 章讨论了与 LQG 问题的联系, 加深了对 LQG 与 H_∞ 问题的理解. 第 8 章讨论降阶控制器设计问题, 把 LQG 特征值推广至 H_∞ -特征值, 并作为 H_∞ -平衡截断的基, 然后给出截断控制器结果所表示的稳定性和性能的界. 第 9 章进一步刻画了 H_2 与 H_∞ 性能的特点.

总之, 《极小熵 H_∞ 控制》一书是 D. Mastafa 在英国剑桥大学的博士论文的基础上写成的. 这个“熵”的术语不仅在数学领域中进行了充分的讨论, 而且在热力学、信息论以及谱分析等学科都得到应用. 本书采用闭环传递函数的熵的极小化方法, 目的在于处理次优 H_∞ 控制器的非一性, 因为一般情况下, 次优 H_∞ 控制问题是存在一类控制器的. 这样的处理方法, 使得本书体现了在 Riccati 有界实理论发展中具有强烈的吸引力, 这是本书的主要贡献之所在.

全书结构严谨, 逻辑性强, 结果十分漂亮, 值得认真阅读和领会. 本书共九章, 加上附录 A—C, 篇幅为 144 页.

2) “Feedback Control Theory” by J. C. Doyle, et al., New York: Macmillan, 1992.

关于反馈控制理论的发展问题, D. Bernstein 在 1992 年指出: 反馈控制理论的发展有这么一个阶段性特点, 即廿世纪六十年代以前是同经典控制理论(强调 Laplace 变换和频率域技术)联系在一起; 六十年代以后是同现代控制理论(强调状态空间模型和最优化)联系在一起. 接着, K. L. Moore 在 1994 年指出, 拓广上述这个分类, 我们能够把八十年代作为控制理论的后现代时期(the post-modern period)或者“新-经典”时期(the “neo-classical” period), 这个时期的特征是:

1° 关于反馈的最重要的原因重新发现: 模型或量测的不确定性.

(下转第 531 页)