

# 机器人机械手的离散时间学习控制\*

刘德满 刘宗富

(东北大学自动控制系·沈阳, 110006)

尹朝万

(中国科学院沈阳自动化研究所·沈阳, 110003)

**摘要:** 本文为机器人机械手提出了一种基于离散时间的重复学习控制法, 这种学习控制法利用机器人动力学模型的部分知识, 从它的特性和实用观点看, 这种控制法比现有的其它学习控制法更有吸引力。本文还给出了学习控制法的收敛性证明和计算机仿真结果。

**关键词:** 学习; 离散时间; 重复试验; 线性化; 仿真

## 1 引言

控制系统中学习的使用被看成是迎接新的挑战的控制法发展中自然的一步。现在, 对于控制不断增长的复杂动力学系统的需要要求发展新的更有效的方法。驱动一个工业机器人精确跟踪在没有约束和有约束的环境下特别是高速运行时给定的轨迹的高要求控制问题导致高级控制技术的应用。学习控制显示出十分适应完成重复运行的动力学系统, 因为它使机器人的重复运行假定为一个闭环特征。因此使用自动试验通过参考前一周期中的相应误差以减少当前周期中期望运动和实际运动之间的误差。

Uchiyama<sup>[1]</sup>也许是头一个提出应用重复法到机器人控制中的学者。后被 Arimoto 和他的同事<sup>[2]</sup>详细描述为一种正式的重复学习理论。他们的思想是重复地应用一种简单的算法到一个机器人, 直到完全跟踪目标为止。

大多数现存的学习控制法<sup>[3~8]</sup>由使用连续时间方法得到, 因为这些控制机器如果没有数字技术不可能在实际中实现, 所以离散时间学习法是更直接和更方便的控制方法。

本文提出了一种仿效传统的重复方法的运动控制法, 它取控制器学习控制的所有优点, 且避免了对十分麻烦的控制器增益值的选择和调节的需要, 因为其它学习控制法对控制器增益值的选择和调节带有很强的盲目性和试探性, 此方法中的时变增益矩阵很容易确定, 因为它们有与机械手本身相关的物理意义, 而不同于传统的方法。

## 2 机器人机械手动力学的线性化

一个由  $n$  个驱动器驱动的  $n$  关节机器人机械手的每个关节由移动或转动关节组成, 众所周知机器人的非线性动力学方程可表示为<sup>[6]</sup>

$$I(\theta) \dot{\theta} + f(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) = T. \quad (1)$$

其中  $\theta(t) \in \mathbb{R}^n$  表示关节角坐标,  $T \in \mathbb{R}^n$  表示广义力矢量,  $I(\theta) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  表示正定、对称的惯量矩阵,  $g(\theta) \in \mathbb{R}^n$  表示重力力矩矢量,  $f(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbb{R}^n$  由离心力和哥氏力及其它由摩擦力和扰动引起的非线性元素组成。

在计算力矩控制法中, 相应于期望轨迹的理想关节力矩  $T_d(t)$  由把期望关节角位置

\* 中国科学院机器人学开放研究实验室资助课题。

本文于 1994 年 5 月 23 日收到, 1994 年 11 月 21 日收到修改稿。

$\theta_d(t)$ , 关节角加速度  $\dot{\theta}_d(t)$ , 关节角加速度  $\ddot{\theta}_d(t)$  代入(1)中得到

$$I(\theta_d)\ddot{\theta}_d + f(\theta_d, \dot{\theta}_d) + g(\theta_d) = T_d(t). \quad (2)$$

但由于外界干扰和系统参数的变化, 仅使用前馈力矩控制常会导致不稳定的响应, 因此, 本文加入偏差控制部分。对于充分小的偏差  $\delta\theta$ , 所需的校正力矩  $\delta T$  可表示为

$$M(t)\delta\ddot{\theta}(t) + E(t)\delta\dot{\theta}(t) + F(t)\delta\theta(t) = \delta T(t). \quad (3)$$

其中  $\delta\theta(t) = \theta(t) - \theta_d(t)$ ,  $\delta T(t) = T(t) - T_d(t)$ , 和

$$M(t) = I(\theta_d(t)), \quad E(t) = \left[ \frac{\partial f(\theta, \dot{\theta})}{\partial \theta} \right]_{(\theta_d, \dot{\theta}_d)}, \\ F(t) = \left[ \frac{\partial I(\theta)}{\partial \theta} \right]_{\theta_d} \ddot{\theta}_d + \left[ \frac{\partial f(\theta, \dot{\theta})}{\partial \theta} \right]_{(\theta_d, \dot{\theta}_d)} + \left[ \frac{\partial g(\theta)}{\partial \theta} \right]_{\theta_d}.$$

如果令  $x(t) = \theta(t) - \theta_d(t)$ ,  $\tau(t) = \delta T(t)$ , 则式(3)可变为

$$M(t)\ddot{x}(t) + E(t)\dot{x}(t) + F(t)x(t) = \tau(t). \quad (4)$$

定义一个综合函数为

$$\Phi_c(x, \dot{x}) = -M^{-1}(t)[E(t)\dot{x}(t) + F(t)x(t)]. \quad (5)$$

则式(4)可写

$$\ddot{x} = \Phi_c(x, \dot{x}) + M^{-1}(t)\tau(t). \quad (6)$$

惯量矩阵  $M$  总是正定、对称的, 因此  $M^{-1}$  也总是正定、对称的。

### 3 离散学习控制策略

机器人机械手运动控制的目标是解驱动机器人关节跟踪期望轨迹的关节力矩  $\tau(t)$ , 如果矩阵  $M$  可得, 函数  $\Phi_c$  是解析函数且已知, 那么关节校正力矩  $\tau(t)$  可按式(4)通过使用规定的  $x_d$ ,  $\dot{x}_d$  和  $\ddot{x}_d$  计算。因此实际上准确地和显式地给函数  $\Phi_c$  建模几乎不可能。因此, 当期望轨迹被给定时, 提出一种不使用整个模型的离散学习控制法, 以达到重复运动控制中的上述目标。

机器人运动控制中学习策略的目标是在第  $(k+1)$  个工作周期  $t \in [0, T]$ , 找到一个关节力矩矢量  $\tau_{k+1}(t)$ , 当  $k$  增加时

$$\|x_{k+1}(\cdot) - x_d(\cdot)\| \rightarrow 0 \quad \text{当 } k \rightarrow \infty. \quad (7)$$

其中  $x_d$  是期望值,  $x_{k+1}$  是在  $(k+1)$  个周期的测量轨迹,  $\|\cdot\|$  相应下述定义的欧氏范数

$$\|x(\cdot)\| = \left( \sum_{i=1}^n x_i^2(r\Delta t) \right)^{1/2}, \quad r = 1, \dots, N. \quad (8)$$

其中  $x_i$  是  $x$  的第  $i$  个元素,  $T$  是运行周期,  $N$  是一个周期中采样点数,  $n$  表示机械手的自由度数。

假定机械手在每个运行周期开始取相同的初始位置  $x(0)$ , 如果  $\tau_{k+1}(t)$  被连续修正以致机械手的速度轨迹  $\dot{x}_{k+1}$  对于  $t \in [0, T]$ , 当周期数  $k$  增加时, 越来越接近期望轨迹  $\dot{x}_d$ , 那么上述目标可以达到。

为了精确地得到离散时间表达式, 在时刻  $t + \Delta t$  的变量  $\dot{x}_{k+1}$  可在第  $(k+1)$  个周期通过使用一阶泰勒展开来近似为

$$\begin{aligned}\dot{x}_{k+1}(t + \Delta t) &= \dot{x}_{k+1}(t) + \ddot{x}_{k+1}(t)\Delta t \\ &= \dot{x}_{k+1}(t) + [\Phi_c(x_{k+1}, \dot{x}_{k+1}) + M^{-1}(t)\tau_{k+1}(t)]\Delta t.\end{aligned}\quad (9)$$

从(9)可看出,给出力矩  $\tau_{k+1}(t)$  相应的速度轨迹  $\dot{x}_{k+1}(t + \Delta t)$  可被确定。反过来,使  $\dot{x}_{k+1}(t + \Delta t)$  趋近于  $\dot{x}_d(t + \Delta t)$  的力矩  $\tau_{k+1}(t)$  原则上可由将式(9)中  $\dot{x}_{k+1}(t + \Delta t)$  用  $\dot{x}_d(t + \Delta t)$  代替得到,假定函数  $\Phi_c(x_{k+1}, \dot{x}_{k+1})$  是已知的,那么

$$\tau_{k+1}(t) = \frac{1}{\Delta t} M(t) [\dot{x}_d(t + \Delta t) - \dot{x}_{k+1}(t)] - M(t) \Phi_c(x_{k+1}, \dot{x}_{k+1}). \quad (10)$$

实际上,非线性函数  $\Phi_c(x, \dot{x})$  的计算非常困难。因此,我们使用上一个周期中的数据得到使  $\dot{x}_{k+1}(t + \Delta t)$  尽可能趋近于  $\dot{x}_d(t + \Delta t)$  的力矩  $\tau_{k+1}(t)$ 。与(9)式相似,  $\dot{x}_k(t + \Delta t)$  可近似为

$$\dot{x}_k(t + \Delta t) = \dot{x}_k(t) + [\Phi_c(x_k, \dot{x}_k) + M^{-1}(t)\tau_k(t)]\Delta t. \quad (11)$$

为了实际控制和实际应用,我们将忽略两相继周期中非线性函数  $\Phi_c(x, \dot{x})$  的变化,即用  $\Phi_c(x, \dot{x}_k)$  替代  $\Phi_c(x_{k+1}, \dot{x}_{k+1})$ (将在后面的证明中看到,这种近似能使误差趋近于零),因此可得

$$\begin{aligned}\tau_{k+1}(t) &= \frac{M(t)}{\Delta t} [\dot{x}_d(t + \Delta t) - \dot{x}_{k+1}(t)] + \tau_k(t) - \frac{M(t)}{\Delta t} [\dot{x}_k(t + \Delta t) - \dot{x}_k(t)] \\ &= \tau_k(t) + \frac{M(t)}{\Delta t} \{[\dot{x}_d(t + \Delta t) - \dot{x}_k(t + \Delta t)] - [\dot{x}_{k+1}(t) - \dot{x}_k(t)]\}.\end{aligned}\quad (12)$$

基于(12)的离散学习控制框图如图1所示,

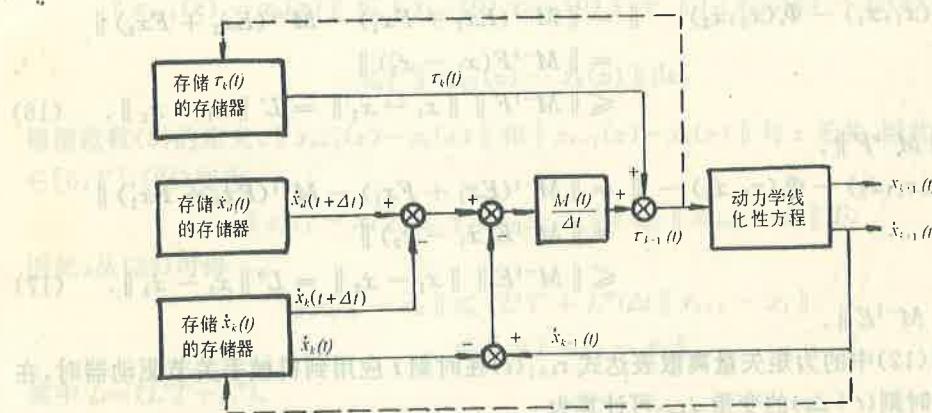


图1 离散时间学习控制框图

本文所提出的新的离散控制律基于学习以前的经验被设计以驱动机械手在运行周期  $t \in [0, T]$  中沿着期望速度轨迹  $\dot{x}_d$  运行,假定这个周期开始时刻机器人回到相同的初始位置。控制力矩项包括上个周期在相同采样时刻的力矩项,和基于速度矢量  $\dot{x}$  在当前周期和上个周期之间误差的校正项,及基于速度矢量  $\dot{x}$  在上一个周期的下一个采样时刻的误差校正项。两个校正项同时被相同的增益因子  $M/\Delta t$  加权。因此,在这种学习控制律中当前周期的数据  $\dot{x}_{k+1}(t)$  的获取相当重要。

这种学习控制法的一个明显的优点是不需要整个机械手动力学模型计算所需力矩。仅惯量矩阵  $M$  用于计算。因为有惯量矩阵  $M$  出现在控制器中,在选择有效的增益因子的明确引导实际上简化了控制,因为  $M$  有明确的物理意义,很幸运的是  $M$  的建模和计算比机器人

动力学中摩擦力和其它项的建模和计算容易得多<sup>[16,17]</sup>.

## 4 收敛性证明

对于任何学习控制策略,收敛特性的研究与被控系统稳定性的分析一样重要.本节将进行离散学习控制算法(12)的收敛性证明.

如果范数  $\|\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_d\|$  对于  $t \in [0, T]$ , 当  $t \rightarrow \infty$  时, 趋近于零, 那么所提出的学习控制律是有效的. 假定在每个运动周期的初始时刻机器人取相同的初始位置  $x(0)$ .

**定理** 对于机器人动力学线性化方程(4), 假定对于所有  $k$  初始位置  $x_k(0) = x_d(0)$  已知, 且①惯量矩阵  $M$  是可得的; ②非线性函数  $\Phi_c(x, \dot{x})$  是未知的但假定满足 Lipschitz 连续性条件<sup>[15]</sup>, 即对于任何两对  $(\dot{x}_1, \dot{x}_2)$  和  $(x_1, x_2)$ , 有

$$\|\Phi_c(x_1, \dot{x}_2) - \Phi_c(x_2, \dot{x}_2)\| \leq L' \|x_1 - x_2\|, \quad (13)$$

$$\|\Phi_c(x_1, \dot{x}_1) - \Phi_c(x_1, \dot{x}_2)\| \leq L'' \|\dot{x}_1 - \dot{x}_2\|. \quad (14)$$

那么, 重复学习控制律(12)对于任何  $t \in [0, T]$  中给定的速度轨迹  $\dot{x}_d(t)$  保证

$$\|\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_d\| \rightarrow 0 \quad \text{当 } k \rightarrow \infty. \quad (15)$$

假定采样间隔  $\Delta t$  选择得足够小, 以保证  $\rho = L\Delta t / (1 - L\Delta t) < 1$ , 即  $\Delta t < 1/(2L)$ , 其中  $L = (L'T + L'')$ .

因为  $M$  是对称、正定的惯量矩阵,  $E$  和  $F$  是  $\theta(t), \dot{\theta}(t), \ddot{\theta}(t)$  的连续函数, 而关节角  $\theta(t)$ , 关节角速度  $\dot{\theta}(t)$  和关节角加速度  $\ddot{\theta}(t)$  是有界的, 于是从式(5)可得

$$\begin{aligned} \|\Phi_c(x_1, \dot{x}_2) - \Phi_c(x_2, \dot{x}_2)\| &= \|M^{-1}(E\dot{x}_2 + Fx_1) - M^{-1}(E\dot{x}_2 + Fx_2)\| \\ &= \|M^{-1}F(x_1 - x_2)\| \\ &\leq \|M^{-1}F\| \|x_1 - x_2\| = L' \|x_1 - x_2\|. \end{aligned} \quad (16)$$

其中  $L' = \|M^{-1}F\|$ .

且  $\|\Phi_c(x_1, \dot{x}_1) - \Phi_c(x_1, \dot{x}_2)\| = \|M^{-1}(E\dot{x}_1 + Fx_1) - M^{-1}(E\dot{x}_2 + Fx_1)\| = \|M^{-1}E(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)\| \leq \|M^{-1}E\| \|\dot{x}_1 - \dot{x}_2\| = L'' \|\dot{x}_1 - \dot{x}_2\|$ . (17)

其中  $L'' = \|M^{-1}E\|$ .

**证** 当(12)中的力矩矢量离散表达式  $\tau_{k+1}(t)$  在时刻  $t$  应用到机械手关节驱动器时, 在下一个采样时刻  $(t + \Delta t)$  的变量  $\dot{x}_{k+1}$  可计算为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{k+1}(t + \Delta t) &= \dot{x}_{k+1}(t) + \int_t^{t+\Delta t} \ddot{x}_{k+1}(z) dz \\ &= \dot{x}_{k+1}(t) + \int_t^{t+\Delta t} [\Phi_c(x_{k+1}, \dot{x}_{k+1}) + M^{-1}\tau_{k+1}(t)] dz, \end{aligned} \quad (18)$$

上式应用了式(6).

将式(12)代入(18), 得到

$$\begin{aligned} \dot{x}_{k+1}(t + \Delta t) &= \dot{x}_{k+1}(t) + \int_t^{t+\Delta t} + \left[ \frac{\dot{x}_d(t + \Delta t) - \dot{x}_k(t + \Delta t) - \dot{x}_{k+1}(t) + \dot{x}_k(t)}{\Delta t} \right] dz \\ &\quad + \int_t^{t+\Delta t} [\Phi_c(x_{k+1}, \dot{x}_{k+1}) + M^{-1}\tau_k(t)] dz \\ &= \dot{x}_d(t + \Delta t) - [\dot{x}_k(t + \Delta t) - \dot{x}_k(t)] \end{aligned}$$

$$+ \int_t^{t+\Delta t} [\Phi_C(x_{k+1}, \dot{x}_{k+1}) + M^{-1}\tau_K(t)] dz. \quad (19)$$

与式(18)相似,对于第  $k$  个运行周期,存在下列关系

$$\dot{x}_k(t + \Delta t) = \dot{x}_d(t) + \int_t^{t+\Delta t} [\Phi_C(x_k, \dot{x}_k) + M^{-1}\tau_K(t)] dz. \quad (20)$$

综合式(19)和(20),可得

$$\dot{x}_{k+1}(t + \Delta t) - \dot{x}_d(t + \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} [\Phi_C(x_{k+1}, \dot{x}_{k+1}) - \Phi_C(x_k, \dot{x}_k)] dz. \quad (21)$$

对式(21)两边取范数,得

$$\begin{aligned} \|\dot{x}_{k+1}(t + \Delta t) - \dot{x}_d(t + \Delta t)\| &= \left\| \int_t^{t+\Delta t} [\Phi_C(x_{k+1}, \dot{x}_{k+1}) - \Phi_C(x_k, \dot{x}_k)] dz \right\| \\ &\leq \int_t^{t+\Delta t} \|\Phi_C(x_{k+1}, \dot{x}_{k+1}) - \Phi_C(x_k, \dot{x}_k)\| dz. \end{aligned} \quad (22)$$

使用 Lipschitz 连续性条件(16)和(17),得

$$\begin{aligned} \|\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_d\| &\leq \int_t^{t+\Delta t} \|\Phi_C(x_{k+1}, \dot{x}_{k+1}) - \Phi_C(x_k, \dot{x}_k)\| dz \\ &\leq \int_t^{t+\Delta t} [L' \|x_{k+1} - x_k\| + L'' \|\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_k\|] dz. \end{aligned} \quad (23)$$

因为初始位置  $x(0)$  对于所有  $k$  不变,于是

$$\begin{aligned} \|x_{k+1}(z) - x_k(z)\| &\leq \|x_{k+1}(0) - x_k(0)\| + \left\| \int_0^z [\dot{x}_{k+1}(z) - \dot{x}_k(z)] dz \right\| \\ &\leq \int_0^z \|\dot{x}_{k+1}(z) - \dot{x}_k(z)\| dz. \end{aligned} \quad (24)$$

根据范数(8)的定义,  $\|x_{k+1}(z) - x_k(z)\|$  和  $\|\dot{x}_{k+1}(z) - \dot{x}_k(z)\|$  与  $z$  无关,因此,对于任何  $z \in [0, T]$ , (24) 变为

$$\|x_{k+1} - x_k\| \leq \|\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_k\| z \leq \|\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_k\| T. \quad (25)$$

因此,从(23)可得

$$\begin{aligned} \|\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_d\| &\leq (L'T + L'')\Delta t \|\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_k\| \\ &\leq L\Delta t \|\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_k\|. \end{aligned} \quad (26)$$

其中  $L = (L'T + L'')$ .

$$\text{根据范数特性 } \|u - v\| \leq \|u\| + \|v\|. \quad (27)$$

从(26),可得

$$\begin{aligned} \|\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_d\| &\leq L\Delta t \|(\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_d) - (\dot{x}_k - \dot{x}_d)\| \\ &\leq L\Delta t [\|\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_d\| + \|\dot{x}_k - \dot{x}_d\|]. \end{aligned} \quad (28)$$

从(28)可得

$$\|\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_d\| \leq \rho \|\dot{x}_k - \dot{x}_d\|. \quad (29)$$

其中

$$\rho = \frac{L\Delta t}{1 - L\Delta t}.$$

假定  $\Delta t$  选择得足够小,以致  $\rho < 1$ ,则

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_d\| = 0. \quad (30)$$

于是,可作出结论:当  $k \rightarrow \infty$  时,  $\|x_{k+1} - x_d\| \rightarrow 0$ ,因为  $x_{k+1}(0) = x_d(0)$ .

在实现学习控制律(12)时,认识到采样间隔  $\Delta t$  受计算机硬件设备的限制,但从收敛性观点看,选择采样间隔  $\Delta t$  时应保证  $\rho < 1$ ,采样间隔  $\Delta t$  的值越小,收敛得越快.

## 5 仿真结果

所提出的学习策略通过一个仿真例子进行研究. 我们应用 PUMA560 的前三个关节进行仿真 PUMA560 机器人的动力学方程见文献[19]. 机械手期望的跟踪轨线给定为  $x-y$  平面中的一个圆.

$$\begin{cases} x_d(t) = 30 - 100\cos(2\pi/T)\text{cm}, \\ y_d(t) = 55 - 10\sin(2\pi t/T)\text{cm}. \end{cases} \quad (31)$$

期望关节角  $\theta_d^1(t), \theta_d^2(t), \theta_d^3(t)$ , 通过解运动学逆方程得到. 运行周期  $T$  选择为 2 秒, 通过估计得到  $L=11.2$ /毫秒, 因此采样间隔  $\Delta t=44.6$  毫秒是一个临界收敛值.

为了说明学习控制法的有效性和学习算法取决于  $\Delta t$ , 定义一个性能指标为

$$I^i = \left\{ \sum_{r=1}^N [\dot{\theta}_k^i(r\Delta t) - \dot{\theta}_d^i(r\Delta t)]^2 \right\}^{1/2}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (32)$$

误差收敛到零, 这意味着对于任意小的正数  $\epsilon$ , 总存在一个正整数  $p$ , 当  $k < p$  时, 保证  $\|\dot{\theta}_{k+1}^i - \dot{\theta}_d^i\| < \epsilon$ . 图 2 表示当采样间隔  $\Delta t=25$  毫秒时, 误差收敛到零; 图 3 表示当采样间隔  $\Delta t=40$  毫秒时, 误差收敛到零; 图 4 表明当采样间隔  $\Delta t=50$  毫秒时, 误差不收敛到零, 因此, 从仿真结果可看到收敛率随着  $\Delta t$  增大而降低, 当  $\Delta t$  大于或等于临界值 44.6 毫秒时, 这个系统将发散. 这与理论的证明相一致.

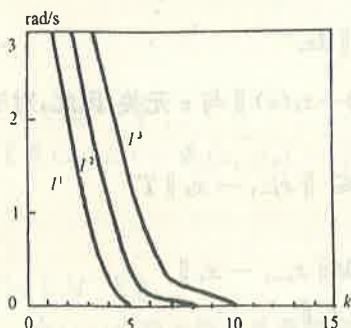


图 2(a)  $I^i = \left\{ \sum_{r=1}^N [\dot{\theta}_k^i(r\Delta t) - \dot{\theta}_d^i(r\Delta t)]^2 \right\}^{1/2}$

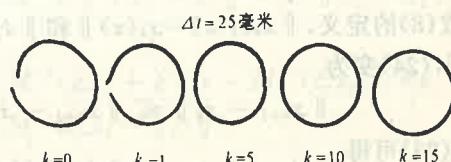


图 2(b) 机械手末端器的跟踪曲线

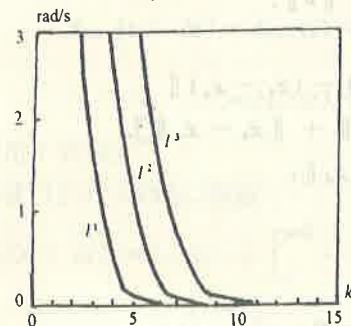


图 3(a)  $I^i = \left\{ \sum_{r=1}^N [\dot{\theta}_k^i(r\Delta t) - \dot{\theta}_d^i(r\Delta t)]^2 \right\}^{1/2}$

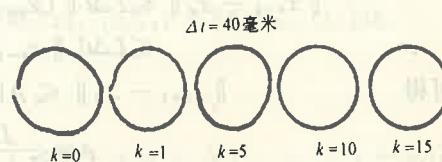
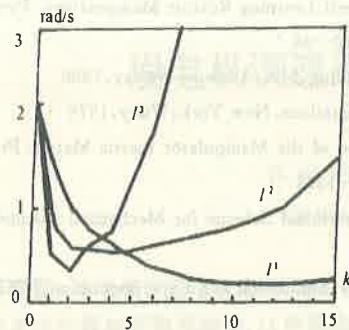


图 3(b) 机械手末端器的跟踪曲线



$$\text{图 4(a)} \quad I^l = \left\{ \sum_{r=1}^N [\dot{\theta}_k^i(r\Delta t) - \dot{\theta}_d^i(r\Delta t)]^2 \right\}^{1/2}$$

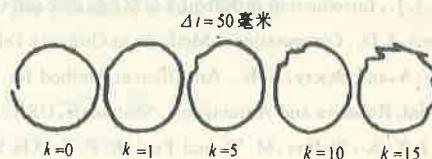


图 4(b) 机械手末端器的跟踪曲线

## 6 结束语

本文为机器人机械手的轨线跟踪提出了一种离散时间学习控制策略。这种策略只需要机器人动力学的部分知识和当前运行周期与上个运行周期的存储数据。与整个动力学模型相比较，所需的部分动力知识( $M$ )在实际中很容易得到<sup>[16,17]</sup>。由于所提出的学习策略的收敛性，稳定的和有效的学习不必伴随着大量控制参数的选择。唯一需要估计的参数是采样间隔 $\Delta t$ ，因为 $\Delta t$ 与学习的稳定性相关。

## 参 考 文 献

- [1] Uchiyama, M.. Formation of High Speed Motion Pattern of Mechanical Arm by Trial. Trans. Soc. Instr. Contr. Eng Japan, 1987,19:706—712
- [2] Arimoto, S., Kawamura, S. and Miyazaki, F.. Bettering Operation of Robots by Learning. J. Robotic System, 1984, 1:123—140
- [3] Arimoto, S., Kawamura, S., Miyazaki, F. and Tamaki, S.. Learning Control Theory for Dynamic Systems. Proc. IEEE Conf. Decision and Contr., Ft Lauderdale, USA, 1985,1375—1380
- [4] Arimoto, S., Miyazaki, F. and Kawamura, S.. Motion Control of Robotic Manipulator Based on Motor Program Learning. Proc. IFAC Robot Control, Karlsruhe, Germany , 1988,169—176
- [5] Kawamura, S., Miyazaki, F. and Arimoto, S.. Application of Learning Methods for Dynamic Controls of Robot Manipulators. Proc. IEEE Conf. Decision and Contr., Ft Lauderdale, USA, 1985,1381—1386
- [6] Konishi, Y., Aoyama, T. and Inasaki, I.. Learning Control of a Parallel-Link Direct-Drive Robot Manipulator. J. Robotics and Autonomous Systems, 1989,5:127—134
- [7] Arimoto, S.. Mathematical Theory of Learing with Applications to Robot Control, Adaptive and Learning Systems. Theory and Applications, K. S. Narendra Ed. New York:Plenum,1986
- [8] Togai, M., and Yamano, O.. Analysis and Design of an Optimal Learning Control Scheme for Industrial Robots: A Discrete System Approach. Proc IEEE Conf. Decision and Control, Ft Lauderdale, USA, 1985,1399—1404
- [9] Craig, J. J.. Adaptive Control of Manipulators. New York: Addison-Wesley,1988
- [10] Oh, S. R., Bien, Z. and Suh, I. H.. An Iterative Learning Control Method with Application for Robot Manipulator. IEEE J. Robot. Automat., 1988;508—514
- [11] An, C. H., Atkeson, C. G. and Hollerbach, J. M.. Model-Based Control of a Robot Manipulator. Cambridge. MA: MIT Press,1988
- [12] Bien, Z., and Huh, K. M.. Higher-Order Iterative Learning Control Algorithm. IEE Proc. Pt. D, 1989,105—112

- [13] Tso, S. K. and Ma, Y. X.. Iterative Motion Control Algorithm for Self-Learning Robotic Manipulators. Proc. IASTED Int. Symp. Robotics and Manufacturing , Santa Barbara, 1990, 42—45
- [14] Craig, J. J. . Introduction to Robotics ; Mechanics and Control. Reading, MA : Addison-Wesley, 1986
- [15] Lambert, J. D. . Computational Methods in Ordinary Differential Equations. New York: Wiley, 1976
- [16] Fijany, A, and Bejczy, A. K. . An Efficient Method for Computation of the Manipulator Inertia Matrix. Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation . Scottsdale, USA, 1989, 1366—1373
- [17] Luh, J. Y. S. , Walker, M. W, and Paul, R. P. C. . On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulator. J. Dyn. Syst. Meas. Contr. , 1980, 69—76
- [18] Seraji, H. . Decentralized Adaptive Control of Manipulators: Theory, Simulation and Experimentation. IEEE Trans. Robotics Automat. , 1989, 2: 183—201
- [19] Armstrong, B. , Khatib, O. and Burdick, J.. The Explicit Dynamic Model and Inertia Parameters of the PUMA 560 Arm. Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, San Francisco, USA, 1986, 510—518

## Learning Control for Robotic Manipulators in Discrete-Time Formulation

LIU Deman and LIU Zongfu

(Department of Automatic Control, Northeastern University • Shenyang, 110006, PRC)

YIN Chaowan

(Robotics Laboratory, Shenyang Institute of Automation • Shenyang, 110003, PRC)

**Abstract:** A new discrete-time formulation of iterative learning control is developed in which partial knowledge of the robot dynamic model is utilized. From the characteristics and implementation points of view, it appears to be more attractive than existing learning control schemes. The convergence issue is particularly addressed.

**Key words:** learning; discrete-time; iterative trial; linearized; simulation

### 本文作者简介

**刘德满** 1963年生. 副教授. 1984年在武汉钢铁学院电气化系获工学学士学位. 后分别于1986年和1991年在东北大学自动控制系获工学硕士、博士学位. 主要研究工作兴趣是非线性控制, 自适应控制, 机器人控制. 目前研究领域是机器人智能控制.

**刘宗富** 1925年生. 教授. 1950年毕业于同济大学电机工程系, 1950年到东北大学任教, 1956年晋升为讲师, 1958年获苏联副博士学位. 1978年晋升为副教授, 现为中国自动化学会电气自动化专业委员会委员.

**尹朝万** 1940年生. 研究员. 1962年毕业于华中理工大学自动控制系, 1962年开始在北京中科院自动化研究所工作. 1965年到中国科学院沈阳自动化研究所工作, 现任机器人学开放研究实验室副主任. 主要研究兴趣是数据库技术和智能控制等. 现在的研究领域为机器智能控制和CIMS信息集成.