

# 声场分布参数系统控制的研究\*

钟 平 宋文忠 孙庆鸿

(东南大学自动化研究所·南京, 210096)

**摘要:** 本文基于分布参数系统控制理论, 清晰地表达了声场有源控制所涉及的控制对象、控制系统和性能指标间的关系, 导出了控制系统设计所要满足的稳定性条件和消声条件, 给出了目标消声处局部区域声场的干涉结果, 为研究有源消声的实际效果提出了依据.

**关键词:** 声场; 分布参数; 有源控制

## 1 引 言

声场有源控制(ANC)是对低频噪声进行控制的一种方法, 期望用简便的电子器件代替以往必须采用的笨重材料<sup>[1]</sup>, 提高经济性和有效性. 而能否进行控制系统的正确设计. 是ANC系统能否实现的关键.

## 2 声场输入输出关系

声场声压的霍尔姆斯方程<sup>[2]</sup>为:

$$\Delta^2 P_\omega + K^2 P_\omega = -F_\omega(r). \quad (1)$$

设  $g_\omega$  为格林函数, 则利用格林公式经推导有:

$$P_\omega(r) = \iiint F_\omega(r_0) g_\omega(r/r_0) dv_0 \\ + \iint [g_\omega(r/r_0) \frac{\partial}{\partial n_0} P_\omega(r_0) - P_\omega(r_0) \frac{\partial}{\partial n_0} g_\omega(r/r_0)] ds_0. \quad (2)$$

式中,  $n_0$  为源表面外法向,  $s_0, v_0$  为源表面和源体积. 选择适当的  $g_\omega$ , 使(2)式第二项为零, 得:

$$P_\omega(r) = \iiint F_\omega(r_0) g_\omega(r/r_0) dv_0. \quad (3)$$

$$p(r, t) = \iiint f(r_0, t) g(r, t/r_0, t_0) dt_0 dv_0. \quad (4)$$

考虑声场为线性声场, 对(4)式拉氏变换得:

$$p(r, t) = \iiint F(r_0, s) G(r, r_0, s) dv_0. \quad (5)$$

(5)式即为输入输出关系,  $G(r, r_0, s)$  为分布参数传递函数<sup>[3]</sup>.

对自由声场、半自由声场, 有(6)式和(7)式:

$$G(r, r_0, s) = \frac{1}{4\pi|r-r_0|} \exp\left(-\frac{|r-r_0|}{c}s\right), \quad (6)$$

\* 国家自然科学基金资助项目.

本文于1995年5月12日收到, 1995年12月27日收到修改稿.

$$G(r, r_0, s) = \frac{1}{4\pi|r - r_0|} \exp\left(-\frac{|r - r_0|}{c}s\right) + \frac{h}{4\pi|r - r_0^*|} \exp\left(-\frac{|r - r_0^*|}{c}s\right). \quad (7)$$

式中,  $c$  为音速,  $h$  表界面影响, 当其为刚性时,  $h = 1$ .  $r_0^*$  是  $r_0$  关于界面的像的位置.

对于封闭空间声场, 经推得:

$$G(r, r_0, s) = \sum_{n=1}^N A_n \exp\left(-\frac{\phi_n}{\omega_n}s\right) \frac{\omega_n}{(s + \gamma_n)^2 + \omega_n^2}. \quad (8)$$

$A_n, \phi_n$  是实数, 由满足一定边界条件的本征值和本征函数决定,  $\omega_n, \gamma_n$  是特征频率和阻尼比.

### 3 ANC 控制系统分析

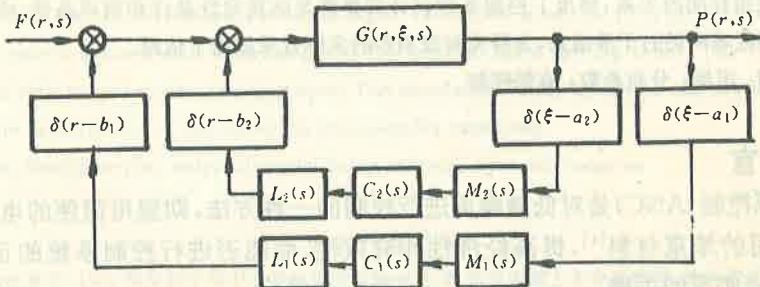


图 1 ANC 控制框图

图 1 是 ANC 控制框图,  $a_i, b_i$  是传声器、扬声器所在位置,  $M(s), L(s), C(s)$  是它们与控制器的传递函数. 根据波动方程右端输入项(源项)的物理意义,  $L(s)$  定义为: 扬声器振膜加速度与输入电压之比,  $M(s)$  定义为: 输出电压与接受的声压之比, 均由它们的结构所决定. 以往 ANC 研究, 由于方法的不同, 未有对  $L(s), M(s)$  的正确说明. 设初级声源为点源, 即源径长度小于半波长, 系统总传递函数为  $Q(r, \xi, s)$  并满足稳定性条件, 经推导, 消声前后声压振幅比为:

$$|P_B|/|P_A| = |G(r, r_0, s)|/|Q(r, r_0, s)|. \quad (9)$$

#### 3.1 单扬声器、单传声器系统(单极系统)

闭环总传递函数为:

$$Q(r, \xi, s) = G(r, \xi, s) + \frac{W(s)G(r, b, s)G(a, \xi, s)}{1 - W(s)G(a, b, s)}. \quad (10)$$

其中,  $W(s) = M(s)C(s)L(s)$ . 系统稳定性条件为方程:

$$1 - W(s)G(a, b, s) = 0 \quad (11)$$

的根在左半平面. 这仅与  $a, b$  位置有关. 当  $r = a$  时, 则有:

$$|P_B|/|P_A| = |1 - W(s)G(a, b, s)|. \quad (12)$$

对于自由声场、半自由声场, 如  $W(s) = K$ , 经分析, 分别有:

$$|P_B|/|P_A| \leq (|P_B|/|P_A|)_{\max} = 1 + K_{\max}/(4\pi|a - b|) = 2,$$

$$|P_B|/|P_A| \leq (|P_B|/|P_A|)_{\max} = 1 + K_{\max}\left(\frac{1}{4\pi|a - b|} + \frac{1}{4\pi|a - b^*|}\right) \leq 2. \quad (14)$$

对于封闭空间声场, 消声效果为:

$$\frac{|P_B|}{|P_A|} = \left| 1 - W(s) \sum_{n=0}^N A_n \exp\left(-\frac{\phi_n}{\omega_n}s\right) \frac{\omega_n}{(s + \gamma_n)^2 + \omega_n^2} \right|. \quad (15)$$

其中,  $N$  的选择与所要考虑的声场频率、室内几何条件、频带宽度等有关。根据(12)式可分析出, 当声场频率越低, 可能的消声效果越好, 反之, 效果将不明显。这与图 2 实验结果相符。

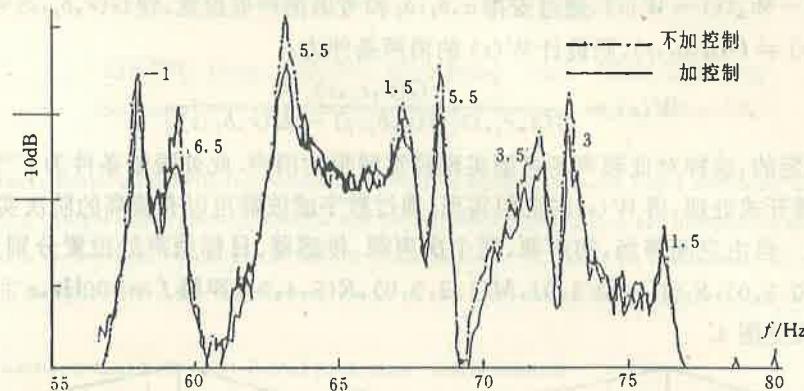


图 2 室内声场有源控制效果

因此, 在条件许可的情况下, 应对控制系统的位置作适当布置, 使声场主要成份的频率能较小于特征方程的临界频率, 并对  $W(s)$  作合适的设计, 则对低频声场能有较好的消声效果。

当目标消声处不在  $a$  处时, 消声条件为:

$$W(s) = \frac{G(r, r_0, s)}{G(r, r_0, s)G(a, b, s) - G(r, b, s)G(a, r_0, s)}. \quad (16)$$

由于稳定性条件和物理实现条件的限制,  $W(s)$  较难满足所有规定的条件。再从实际声场看, 许多情况是由个别主要频率成份决定大小的, 对于此, 可以通过传声器、扬声器的合理安排, 设计出  $W(s)$ , 在所需频率上满足稳定性和消声条件。

**仿真 1** 设半自由空间声场, 界面为刚性, 声场频率  $f=100\text{Hz}$ , 初声源、次声源、传感器、目标消声点位置分别为:  $P_0(0, 0, 1)$ ,  $S(2, 0, 0.8)$ ,  $M(1, 0, 1)$ ,  $R(3, 0, 1)$ , 经计算可取:

$$W(s) = -5.61 \frac{s - 1007}{s + 1007} \quad (17)$$

满足规定的条件 ( $W(s)$  形式非唯一), 仿真结果见图 3。

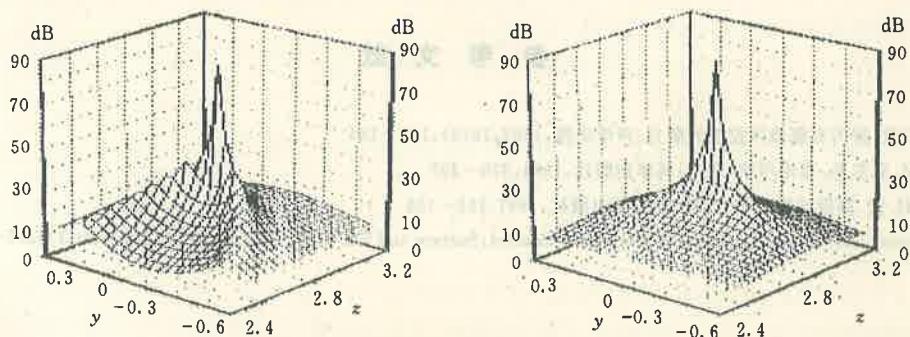


图 3 仿真 1 的  $xRy$ ,  $yRz$  平面的局部消声效果

### 3.2 双扬声器、单传声器系统(双极系统)

根据控制框图, 经推导, 总闭环传递函数为:

$$Q(r, \xi, s) = G(r, \xi, s) + \frac{G(a, \xi, s)[W_1(s)G(r, b_1, s) + W_2(s)G(r, b_2, s)]}{1 - W_1(s)G(r, b_1, s) - W_2(s)G(r, b_2, s)} \quad (18)$$

让  $W_1(s) = -W_2(s) = W(s)$ , 通过安排  $a, b_1, b_2$  和考虑消声处位置, 使  $G(r, b_1, s) = G(r, b_2, s)$ ,  $G(a, b_1, s) \neq G(a, b_2, s)$ , 则设计  $W(s)$  的消声条件为:

$$W(s) = \frac{G(r, r_0, s)}{G(a, r_0, s)[G(r, b_2, s) - G(r, b_1, s)]} \quad (19)$$

且系统是稳定的, 这样对低频声场可望实现较宽频带的消声。此处限制条件为  $e^{-rs}$  的可实现性, 可用其展开式处理, 得  $W(s)$  的近似实现。通过数字滤波器可以有较高的阶次实现。

**仿真 2** 自由空间声场, 初声源、两个次声源、传感器、目标消声处位置分别为:  $P_0(0, 0, 0), S_1(1, 0.5, 0), S_2(1, -0.5, 0), M(1.5, 0, 0), R(5, 4, 0)$ , 声频  $f = 100\text{Hz}$ ,  $e^{-rs}$  用四阶展开, 仿真结果见图 4。

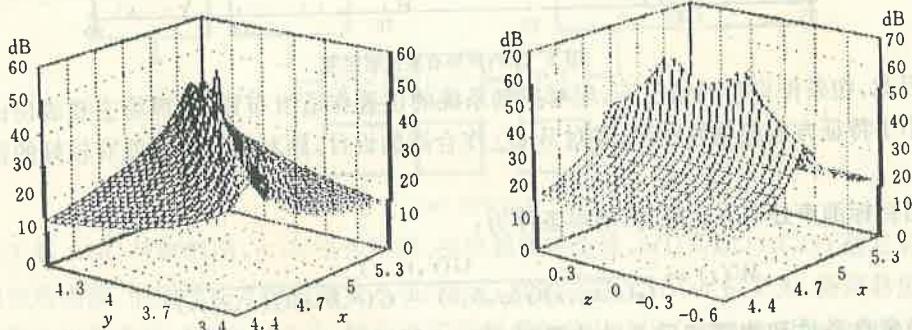


图 4 仿真 2 的  $xRy, xRz$  平面的局部消声效果

## 4 结 论

本文根据分布参数系统控制理论和声学理论, 指出了 ANC 的控制本质, 导出了 ANC 系统设计所需满足的稳定性条件和消声条件。文中对单极系统和双极系统给出了仿真结果, 控制结果清楚地表明了消声点及其周围声场干涉抵消的结果, 弥补了以往这方面的不足<sup>[4]</sup>。控制系统的位置布置, 影响目标点周围区域的消声效果, ANC 系统设计应兼顾多方面的条件。文中的结果也说明了 ANC 系统在低频及有限带宽声场中的有效性。

## 参 考 文 献

- [1] 马大猷. 室内有源噪声控制的潜力. 声学学报, 1993, 18(3): 178—185
- [2] P. M. 莫尔斯. 理论声学. 北京: 科学出版社, 1984, 376—397
- [3] W. H. 雷. 高级过程控制. 北京: 炼油加工出版社, 1987, 152—156
- [4] Kenneth, A. Global Optimum Active Noise Control; Surface and Far-Field Effects, JASA, 1991, 90(1): 365—375

## A Study on Sound Field Distributed Parameter System Control

ZHONG Ping, SONG Wenzhong and SUN Qinhong

(Southeast University Automation Research Institute • Nanjing, 210096, PRC)

**Abstract:** Based on distributed parameter system control theory, the paper distinctly expresses the relation among control object, control system and performance index which are involved in sound field active control, deduces the stability condition and the noise cancellation condition which must be met for the control system design, offers the interference result of the local sound field around target noise cancellation position.

**Key words:** sound field; distributed parameter; active control

### 本文作者简介

钟平 1965年生,1985年、1988年在华中理工大学船舶动力专业获学士学位、硕士学位,1993年2月至今,东南大学自动化所博士生,主要研究方向:分布参数系统控制、声场有源控制、声信号处理。

宋文忠 1936年生,教授,东南大学自动化所博士导师。多次荣获国家部委科技成果奖。现主要从事生产综合过程的控制、离散事件系统控制的研究。

孙庆鸿 1941年生,教授,东南大学机械工程系博士导师。发表过多篇论文和著作,曾获纺织部科技成果奖等。现从事振动、噪声控制的研究。