

# 工业过程稳态优化中的迭代学习控制

于乃润 万百五

(西安交通大学系统工程研究所·西安, 710049)

**摘要:** 本文提出应用迭代学习控制的思想方法, 对工业过程稳态优化中的动态施行控制, 给出基本的控制结构及学习算法. 论证算法收敛性并做了数字仿真.

**关键词:** 工业过程; 稳态优化; 迭代学习控制; 相对度

## 1 引言

迭代学习控制是一种智能化的(具有学习记忆功能)高级控制方法. 它基于前次迭代时的输入输出动态信息, 应用比较简单的学习算法, 获得本次迭代所需的输入, 以期达到高精度跟踪给定目标轨迹. 与各种传统的控制方法比较, 在对控制对象了解不多, 模型的结构和参数未知的情况下, 应用迭代学习控制可以取得良好的控制效果. 自从日本学者 S. Arimoto 等人于本世纪八十年代系统地提出该方法以来, 引起了控制界的较大关注, 研究成果显著<sup>[1~8]</sup>.

在迭代学习控制方法的研究中, 基本上都以机器人控制为背景, 能否将此方法应用于工业过程控制, 本文进行了初步的研究.

## 2 工业过程迭代学习控制背景和控制结构

众所周知, 工业过程都有其控制器(PID)并形成闭环, 构成一抗扰动的稳定系统. 由于运行环境及控制对象的慢变化, 必须进行稳态优化, 实现维持最优工况. 稳态优化一般采用递阶控制方式, 如图 1 所示. 在实际应用中, 为实现最优, 需进行多次迭代(至少十次), 调整设定点, 控制过程从一个稳态变化到另一稳态, 其间伴随着动态响应. 为了减少稳态优化时间, 减小由于设定点频繁变动对工业过程干扰, 本文应用迭代学习控制方法, 对稳态优化中的动态过程施行控制, 使工业过程从一个稳态按照事先给定的目标轨线运行到另一稳态. 要求目标轨线比原来的阶跃响应曲线快速而且甚少或没有超调.

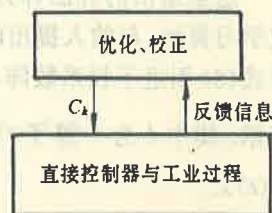


图 1 优化递阶结构

应用迭代学习控制要求系统能够重复运行, 在对工业过程进行稳态优化时, 由于迭代引起的设定点的改变具有周期性, 可以认为过程从一个稳态到达另一个稳态是周期进行的, 如图 2 所示. 基于这种周期运行, 拟对过程施行迭代学习控制. 本文提出如图 3 所示的基本控制结构, 其中, 迭代学习控制单元应用一定的学习算法, 通过计算机调节(闭环)工业过程输入.

## 3 迭代学习算法与收敛性分析

设一工业过程(闭环)自动控制系统的动态方程为:

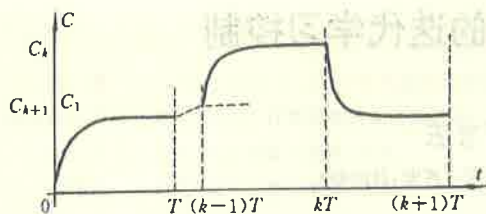


图 2 过渡过程示意图

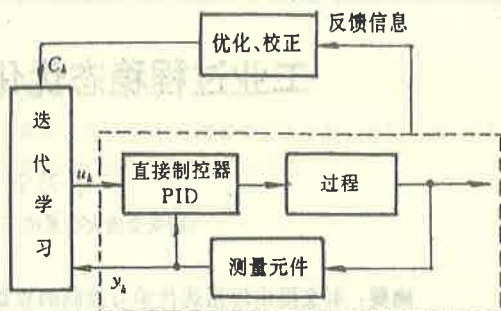


图 3 迭代学习控制结构

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中  $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^p, y(t) \in \mathbb{R}^p, A, B, C$  是具有相应维数的常数矩阵。

假设在稳态优化中产生的设定值变化序列为  $C_1, \dots, C_n, \dots$ 。对应于每一  $C_k$ ，有动态响应，其方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_k(t) = Ax_k(t) + Bu_k(t), \\ y_k(t) = Cx_k(t). \end{cases} \quad (2)$$

应用第 2 节提出的控制方案，对动态过程施行迭代学习控制，使过程输出跟踪给定目标轨线。

本文给出迭代学习算法如下

$$u_{k+1}(t) = \alpha_{k+1}u_k(t) + \alpha_{k+1}Me_k(t). \quad (3)$$

其中  $e_k(t) = y_{d_k}(t) - y_k(t)$ ， $y_{d_k}$  为第  $k$  次迭代学习的目标轨线， $\alpha_{k+1} = (\alpha_{ij})_{p \times p}, \alpha_{ii} = c_i^{k+1}/c_i^{(k)}, M$  是学习增益阵。

这里给出的算法称为加权  $D$ （微分）型迭代学习算法。与前人提出的  $D$  型算法不同，算法式(3)引进了权系数阵  $\alpha_{k+1}$ ，算法框图如图 4 所示。其中  $l$  为一算子，代表  $M \frac{d}{dt}(y_{d_k}(t) - y_k(t))$ 。

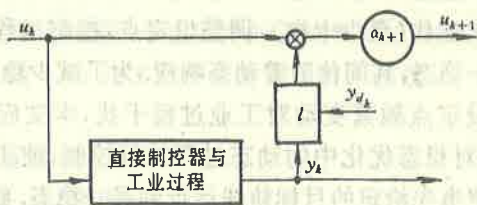


图 4 学习算法框图

用所给算法对动态系统进行迭代学习控制，只要适当选取学习增益阵  $M$ ，经过若干次迭代学习，就能使过程输出以较高精度跟踪目标轨线。下面将做出详细论证。

**定义 1** 1) 各次迭代目标轨线  $y_{d_k}(t)$  这样选取，若对应于设定点  $C_1$  的目标轨线选定为  $y_{d_1}(t)$ ，则对应于设定点  $C_k$  的目标轨线  $y_{d_k}(t) \triangleq (c_i^{(k)}/c_i^{(1)})y_{d_1}(t), k = 2, 3, \dots$ 。

2) 目标轨线可达是指存在输入  $u_k$  使得系统输出就是  $y_{d_k}(t)$ 。

**注**（阶跃响应）目标轨线的选取应充分体现迭代学习控制目的，既要响应快速甚少或无超调，又必须结合可达性及不同工业过程的特点，做适当折衷。

在工业过程稳态优化中，各次迭代设定值变化幅度不尽相同，目标轨线不固定，不同于

机器人控制场合.

**定义 2** 1) 给定向量  $g = (g_1 g_2 \cdots g_n)'$ ,  $\|g\| \triangleq \sum_{j=1}^m |g_j|$ .

2) 给定矩阵  $G = (g_{ij})_{m \times n}$ ,  $\|G\| \triangleq \max_{1 \leq j \leq n} \left\{ \sum_{i=1}^m |g_{ij}| \right\}$ .

3) 设有映射  $h[0, T] \rightarrow R^m$ , 称  $\sup_{t \in [0, T]} e^{-\lambda t} \|h(t)\|$  为  $h$  的  $\lambda$  范数, 记为  $\|h(\cdot)\|_\lambda$ . 其中  $\lambda > 0$ ,  $\|h(t)\|$  是向量范数.

**注** 映射  $h$  另一种熟知的范数  $\|h(t)\|_\infty \triangleq \sup_{t \in [0, T]} \|h(t)\|$ , 显见  $\|h(t)\|_\lambda \leq \|h(t)\|_\infty \leq e^{\lambda T} \|h(t)\|_\lambda$ , 二者等价.

**引理 (Bellman-Gronwall)**<sup>[9]</sup> 设  $f(t), g(t)$  为定义在区间  $[a, b]$  上的非负连续函数, 若存在  $\delta \geq 0, v \geq 0$ , 使得  $f(t)$  满足不等式  $f(t) \leq \delta + \int_a^t [v f(\tau) + g(\tau)] d\tau, t \in [a, b]$ , 则  $f(t) \leq \delta e^{v(t-a)} + \int_a^t e^{v(t-\tau)} g(\tau) d\tau$ .

**定理 1** 给定动态系统 (式 (1)), 在稳态优化中, 应用算法式 (3) 施行迭代学习控制. 假设目标轨线  $y_d(t)$  连续可导, 且可达. 如果学习增益阵  $M$  满足  $\rho = \|I - CBM\| < 1$ , 则, 随着迭代次数  $k$  的增加, 输出  $y_k(t)$  一致趋向目标轨线  $y_d(t)$ , 即  $\|y_k(t) - y_d(t)\|_\lambda \rightarrow 0, k \rightarrow \infty$ .

**证** 根据式 (2) 和算法式 (3) 可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_{k+1} &= \dot{y}_{d_{k+1}} - \dot{y}_{k+1} = \dot{y}_{d_{k+1}} - \dot{C}x_{k+1} = \dot{y}_{d_{k+1}} - C(Ax_{k+1} + Bu_{k+1}) \\ &= \dot{y}_{d_{k+1}} - CAx_{k+1} - CB(\alpha_{k+1}u_k + \alpha_{k+1}M\dot{e}_k) \\ &= \dot{y}_{d_{k+1}} - \alpha_{k+1}CBu_k - CAx_{k+1} - \alpha_{k+1}CBM\dot{e}_k \\ &= \dot{y}_{d_{k+1}} - \alpha_{k+1}(\dot{x}_k - Ax_k) - CAx_{k+1} - \alpha_{k+1}CBM\dot{e}_k \\ &= \dot{y}_{d_{k+1}} - \alpha_{k+1}\dot{y}_k - CA(x_{k+1} - \alpha_{k+1}x_k) - \alpha_{k+1}CBM\dot{e}_k \\ &= \alpha_{k+1}\dot{e}_k - \alpha_{k+1}CBM\dot{e}_k - CA(x_{k+1} - \alpha_{k+1}x_k) \\ &= \alpha_{k+1}(I - CBM)\dot{e}_k - CA(x_{k+1} - \alpha_{k+1}x_k). \end{aligned}$$

取范数得  $\|\dot{e}_{k+1}\| \leq |\alpha_{k+1}| \rho \|\dot{e}_k\| + \|cA\| \|x_{k+1} - \alpha_{k+1}x_k\|$ ,

根据式 (2)

$$x_{k+1} = \int_0^t [Ax_{k+1}(\tau) + Bu_{k+1}(\tau)] d\tau,$$

$$x_k = \int_0^t [Ax_k(\tau) + Bu_k(\tau)] d\tau,$$

$$\begin{aligned} x_{k+1} - \alpha_{k+1}x_k &= \int_0^t A(x_{k+1} - \alpha_{k+1}x_k) d\tau + \int_0^t B(u_{k+1} - \alpha_{k+1}u_k) d\tau \\ &= \int_0^t (Ax_{k+1} - \alpha_{k+1}x_k) d\tau + \alpha_{k+1} \int_0^t BM\dot{e}_k d\tau. \end{aligned}$$

取范数  $\|x_{k+1} - \alpha_{k+1}x_k\| \leq \int_0^t \|A\| \|x_{k+1} - \alpha_{k+1}x_k\| d\tau + |\alpha_{k+1}| \int_0^t \|BM\| \|\dot{e}_k\| d\tau$ , 应用

Bellman-Gronwall 引理有  $\|x_{k+1} - \alpha_{k+1}x_k\| \leq |\alpha_{k+1}| \|BM\| \int_0^t e^{\|A\| (t-\tau)} \|\dot{e}_k\| d\tau$ , 代入式

(4) 得

$$\|\dot{e}_{k+1}\| \leq |\alpha_{k+1}| \rho \|\dot{e}_k\| + |\alpha_{k+1}| \|CA\| \|BM\| \int_0^t e^{\|A\|(t-\tau)} \|\dot{e}_k\| d\tau. \quad (5)$$

式(5)两边同乘  $e^{-\lambda t}$ , 令  $\lambda > \|A\|$ ,  $\eta = \|CA\| \|BM\|$ ,  $e^{-\lambda t} \|\dot{e}_{k+1}\| \leq |\alpha_{k+1}| \rho e^{-\lambda t} \|\dot{e}_k\| + |\alpha_{k+1}| \eta \int_0^t e^{-\lambda \tau} \|\dot{e}_k(\tau)\| e^{(\|A\|-\lambda)(t-\tau)} d\tau$ , 取  $\lambda$  范数得

$$\begin{aligned} \|\dot{e}_{k+1}\|_\lambda &\leq |\alpha_{k+1}| \rho \|\dot{e}_k\|_\lambda + |\alpha_{k+1}| \eta \|\dot{e}_k\|_\lambda \int_0^T e^{(\|A\|-\lambda)(t-\tau)} d\tau \\ &\leq |\alpha_{k+1}| \rho \|\dot{e}_k\|_\lambda + \frac{|\alpha_{k+1}| \eta}{\lambda - \|A\|} (1 - e^{(\|A\|-\lambda)T}) \|\dot{e}_k\|_\lambda \\ &= |\alpha_{k+1}| \tilde{\rho} \|\dot{e}_k\|_\lambda. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\tilde{\rho} = \rho + \frac{\eta}{\lambda - \|A\|} (1 - e^{(\|A\|-\lambda)T}),$$

从而有

$$\|\dot{e}_{k+1}\|_\lambda \leq \tilde{\rho}^k |\alpha_{k+1}| |\alpha_k| \cdots |\alpha_2| \|\dot{e}_1\|_\lambda \leq |c_{k+1}/c_1| \tilde{\rho}^k \|\dot{e}_1\|_\lambda. \quad (7)$$

不妨设  $|c_{k+1}/c_1| \leq \alpha$ ,  $\alpha > 0$ . 由于实际工业过程设定点变化有一定范围, 这里假设合理.

取足够大  $\lambda$  使  $\tilde{\rho} < 1$ . 由式(7)可得

$$\|\dot{e}_k\|_\lambda \rightarrow 0 \quad (k \rightarrow +\infty). \quad (8)$$

$$e_k(t) = e_k(0) + \int_0^t \dot{e}_k(\tau) d\tau, \text{ 令 } e_k(0) = 0,$$

在实际中这一假设可以满足. 两边同乘  $e^{-\lambda t}$ , 取  $\lambda$  范数得

$$\|\dot{e}_k\|_\lambda \leq \|\dot{e}_k\|_\lambda \int_0^T e^{\lambda(\tau-t)} d\tau \leq \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda} \|\dot{e}_k\|_\lambda,$$

由式(8)可知

$$\|e_k\|_\lambda \rightarrow 0 \quad (k \rightarrow +\infty).$$

证毕.

在定理1的算法收敛条件中, 要求  $CB \neq 0$ , 否则, 不能保证收敛. 然而, 工业过程常存在  $CB = 0$  的情形. 针对这一问题, 有两种途径可循. 第一, 寻求结构全然不同的学习算法. 第二, 对上文所给算法改进, 现应用系统相对度概念, 给出改进算法.

**定义3<sup>[10]</sup>** 给定线性系统  $\sum(A, B, C)$ , 若  $CA^k B = 0$ ,  $0 \leq k < r-1$ ,  $CA^{r-1} B \neq 0$ , 则称该系统相对度为  $r$ .

由定义3,  $CB \neq 0$  说明系统相对度是1. 设系统(式(1))的相对度是  $r > 1$ , 类似于算法(式(3)), 给出改进学习算法为

$$u_{k+1}(t) = \alpha_{k+1} u_k(t) + \alpha_{k+1} M e_k^{(r)}(t). \quad (9)$$

其中  $e_k^{(r)} = \frac{d^r}{dt^r} e_k(t)$ ,  $M$  学习增益阵.

**定理2** 设动态系统(式(1))的相对度  $r > 1$ , 在稳态优化中, 应用算法(式(9))施行迭代学习控制. 假设目标轨线  $r$  次连续可导, 且可达. 如果学习增益阵满足  $\rho = \|I - CA^{r-1} BM\| < 1$ , 则, 随着迭代次数  $k$  的增加, 输出  $y_k(t)$  一致趋向目标轨线  $y_d(t)$ , 即  $\|y_k(t) - y_d(t)\|_\lambda \rightarrow 0 \quad (k \rightarrow +\infty)$ .

证 根据式(2)及相对度定义,



$$y_{k+1} = Cx_{k+1}, \dot{y}_{k+1} = C\dot{x}_{k+1} = C(Ax_{k+1} + Bu_{k+1}) = CAx_{k+1} (CAB = 0), \dots,$$

$$y_{k+1}^{(r)} = CA^r \dot{x}_{k+1} = CA^r (Ax_{k+1} + Bu_{k+1}) = CA^r x_{k+1} + CA^{r-1} Bu_{k+1}.$$

从而有

$$\begin{aligned} e_{k+1}^{(r)} &= y_{d_{k+1}}^{(r)} - y_{k+1}^{(r)} = y_{d_{k+1}}^{(r)} - CA^r x_{k+1} - CA^{r-1} Bu_{k+1} \\ &= y_{d_{k+1}}^{(r)} - CA^r x_{k+1} - CA^{r-1} B(\alpha_{k+1} u_k + \alpha_{k+1} M e_k^{(r)}) \\ &= y_{d_{k+1}}^{(r)} - \alpha_{k+1} CA^{r-1} B M e_k^{(r)} - \alpha_{k+1} y_k^{(r)} - CA^r (x_{k+1} - \alpha_{k+1} x_k) \\ &= \alpha_{k+1} (I - CA^{r-1} B M) e_k^{(r)} - CA^r (x_{k+1} - \alpha_{k+1} x_k), \quad (y_{d_{k+1}}^{(r)} = \alpha_{k+1} y_{d_k}^{(r)}) \end{aligned}$$

接下来的推导类似定理 1 证明的后半部分, 从略. 证毕.

注 根据收敛定理, 学习增益阵  $M$  的选取必须满足收敛条件. 理论分析表明, 使  $\rho = 0$  时  $M$  最佳, 学习速度快. 在实际应用中, 由于给定目标轨线可达性不能精确满足, 存在着偏差, 选取  $M$  时应做一些折衷.

#### 4 数字仿真

例 一工业过程闭环自动控制系统如图 5 所示.

该系统的状态方程如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.8 \\ -0.04 \end{bmatrix} u,$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

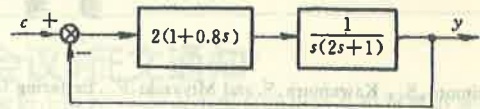


图 5 控制系统框图

设在稳态优化过程中, 设定点的一组取值分别是  $c_1 = 1.0, c_2 = 0.9, c_3 = 0.8, c_4 = 0.7, c_5 = 0.6, c_6 = 0.5$ . 对系统施行迭代学习控制, 应用学习算法(式(3)). 目标轨线取为  $y_{d_k}(t) = c_k(1 - \frac{1}{(1+t)^3}), t \in [0, 1]$ ,

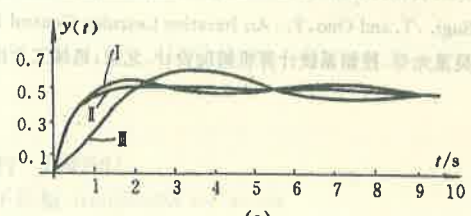
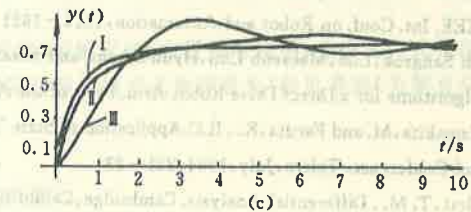
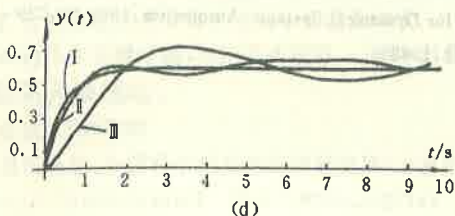
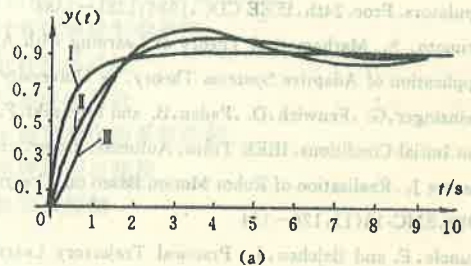
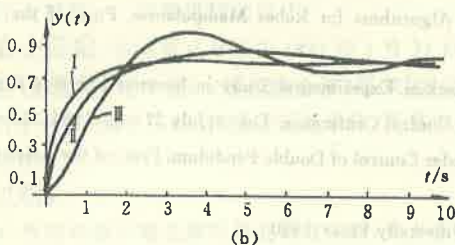


图 6 仿真结果曲线

$k = 1, 6, CB = 0.8 \neq 0$ , 由收敛条件  $\rho = |1 - 0.8m| < 1$ , 选取学习增益  $m = 0.5$ . 仿真结

果如图 6 所示,曲线 I 为目标轨线,曲线 II 为施行迭代学习控制的输出曲线,曲线 III 为不施行迭代学习控制的输出曲线.经过对比,可以看出,施行迭代学习控制后,输出曲线超调明显减小,响应时间缩短.输出曲线跟踪目标轨线效果也较好.这对稳态优化控制而言,缩短了计算时间,因为响应时间缩短;同时改善了工业过程在设定点变动时的稳定性.

必须指出,在机器人控制场合,迭代时常取初始控制  $u_1 = 0$ ,对工业过程,应取  $u_1 = c_1$ ,在本例中,取  $u_1 = 1.0$ .

## 5 结束语

1) 本文对迭代学习控制方法应用于工业过程进行初步探讨,给出了基本的控制结构.作者认为,对于类似于存在周期性扰动的一般工业过程控制系统或其它动态系统,亦可按照本文给出的控制方案施行迭代学习控制,改善系统的动态性能.

2) 对于存在纯滞后、非线性模型结构情形,学习算法形式及收敛性分析有待深入研究.

3) 作者在仿真时发现,对于不同的目标轨线,跟踪快慢、效果有差别.因此,如何结合工业过程特点,给出理想的目标轨线,也值得研究.

## 参 考 文 献

- [1] Arimoto, S., Kawamura, S. and Miyazaki, F.. Bettering Operation of Robot Learning. J. of Robotic Systems, 1984; 5 (2):123-140
- [2] Kawamura, S., Miyazaki, F. and Arimoto, S.. Application of Learning Method for Dynamical Control of Robot Manipulators. Proc. 24th, IEEE CDC, 1985; 1381-1386
- [3] Arimoto, S.. Mathematical Theory of Learning with Application to Robot Control. Proc. of 4th Yale Workshop on Application of Adaptive Systems Theory, Yale University, New Haven, Connecticut, 1985; 379-388
- [4] Heinzinger, G., Fenwich, D., Paden, B. and Miyazaki, F.. Stability of Learning Control with Disturbances and Uncertain Initial Conditions. IEEE Trans. Automat. Contr., 1992, AC-37(1):110-114
- [5] Hauser J.. Realization of Robot Motion Based on a Learning Method. IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, 1988, SMC-18(1):126-134
- [6] Luncl, E. and Balchen, J.. Practical Trajectory Learning Algorithms for Robot Manipulators. Proc. of the 1990 IEEE. Int. Conf. on Robot and Automation, 1516-1621
- [7] Oh Sangrok, Lim, Meeseub Lim, Hyun Sikahn and Kwang Baekim. Experimental Study on Iterative Learning Control Algorithms for a Direct Drive Robot Arm. Proc. of the Asian Control Conference. Tokyo, July 27-30, 1994, 553-556
- [8] Yamakita, M. and Faruta, K.. ILC Application to State Transfer Control of Double Pendulum. Proc. of the Asian Control Conference. Tokyo, July, 1994, 231-234
- [9] Flett, T. M.. Differential Analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1980
- [10] Sugi, T. and Ono, T.. An Iterative Learning Control Law for Dynamical Systems. Automatica, 1991, 27: 729-732
- [11] 吴重光等. 控制系统计算机辅助设计. 北京: 机械工业出版社, 1986

# Iterative Learning Control Method in Steady State Optimization of Industrial Process

YU Nairun and WAN Baiwu

(Institute of Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University • Xi'an, 710049, PRC)

**Abstract:** Iterative learning control for the dynamics in steady state optimization of industrial processes is investigated in this paper. A basic control scheme is presented. A learning algorithm is given, and its convergence is studied. A numerical simulation shows the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** industrial process; steady state optimization; iterative learning control; relative degree

## 本文作者简介

**于乃润** 1984年毕业于陕西师范大学数学系, 1989年获西安交通大学数学系应用数学专业硕士学位, 现为西安交通大学系统工程研究所博士生。目前涉足的学科专业有: 迭代学习控制理论及应用, 分布参数系统控制理论及应用, 预测控制, 神经网络与控制。

万百五 见本刊 1996 年第 1 期第 23 页。

## '97《中国控制会议》征文通知

'97《中国控制会议》拟定于一九九七年九月在江西庐山举行。会议由中国自动化学会控制理论专业委员会主办, IEEE 北京分部及中国自动化学会旅英分会协办。具体事宜如下:

**一、征文范围:** 控制理论及其应用未发表的论文, 内容包括下列领域的理论与应用:

|      |                   |        |            |
|------|-------------------|--------|------------|
| 线性系统 | 非线性系统             | 随机控制系统 | 计算机集成制造系统  |
| 专家系统 | 分布参数系统            | 离散事件系统 | 社会经济系统     |
| 大系统  | H <sub>∞</sub> 控制 | 适应控制   | 生态环境系统     |
| 鲁棒控制 | 预测控制              | 智能控制   | 生命科学中的系统控制 |
| 模糊控制 | 神经网络              | 容错控制   | 系统辨识与建模    |
| 模型降阶 | 稳定性分析             | 最优估计   | 机器人控制      |
| 工业控制 | 计算机辅助设计           |        |            |

**二、截止日期:** 收稿截止日期为 1997 年 1 月 31 日。

**三、会议请奖:** 凡申请《中国控制会议》第四届《关肇直奖》的论文, 需在投稿时注明, 交论文一式九份, 并附工作证(或学生证)和身份证复印件, 及至少一份同行教授级专家推荐意见(参见背面《关肇直奖》条例)。

**四、说明:**

1. 投稿时请注明文章所属的研究方面(见上述征文范围)。
2. 会议录取的文章将于 3 月中旬通知作者。
3. 请作者自留底稿, 无论是否录取, 一律不退稿。

**五、联系人及地址:**

联系人: 刘智敏

通讯地址: 中国科学院系统科学研究所(北京中关村 100080)

电话: (010)62532161 传真: (010)62587343 电子信箱: lzm@iss03.iss.ac.cn

中国自动化学会控制理论专业委员会

一九九六年九月