

控制非线性动力系统的混沌现象

陈关荣

(休斯顿大学电机工程系·美国休斯顿)

摘要: 控制混沌是一个新的概念. 本文对混沌系统的控制、同步及反控制等问题给予综合介绍和评述, 指出混沌控制这一新的令人鼓舞而且颇有起色的研究方向无论在理论还是在应用方面都具有十分诱人的前景. 这一项新的科研和学术上的挑战正在向数学、物理、工程、以及多方面的交错学科中从事尖端研究的科学工作者们提出越来越多和越来越深刻的课题, 因而特别应该引起非线性动力系统和工程控制论专家们足够的重视.

关键词: 混沌; 非线性动力系统; 控制; 反控制; 同步化

根据英国的《不列颠百科全书》注释, 英文中的“chaos”一词原于希腊的“xaos”, 本意是在万物出现之前就存在的无限广阔的空虚宇宙^[1]. 这一名词翻译成中文时变为“混沌”, 其原因不甚清楚. 据说在《庄子》一书内篇卷七中有句云“中央之帝为混沌”^[2], 其意与上述解释似有不同. 但不管是希腊还是中国先有其词, 当代英文中的“chaos”一字意指“混乱无序”, 其涵义与科学和工程学非线性动力系统理论中所描述的“确定性的随机现象”比较贴切, 因而已被借用来说明这些异常现象.

“Chaos”一词在现代科学和工程中已被广泛接受和使用, 但尚未有一个非常严格的定义. 本文不旨在讨论 chaos (即“混沌”) 的定义问题; 如果读者有兴趣, 两个有代表性而又相近的定义可以在李天岩和 Yorke^[3] 及 Devaney^[4] 中找到, 其中前一个定义在罗定军和滕利邦的书^[5] 中亦有介绍.

一般而言, 混沌现象隶属于确定性系统然而难于预测 (基于其动力学性态对于初始条件的高度敏感性), 隐含于复杂系统但又不可分解 (基于其具有稠密轨道的拓扑特征), 以及呈现多种“混乱无序却又颇为规则”的图象 (如具有稠密的周期点等). 绝大多数 (或者说几乎所有) 的混沌现象仅限于非线性动力系统, 因而不少人认为这只不过是一种复杂、强烈而又多姿多彩的非线性现象而已. 有趣的是, 线性分布参数系统亦可以是混沌的^[6], 甚至从圆周映到圆周的简单函数 $f(\theta) = 2\theta$ 也可以是混沌的^[4]——完全依赖于混沌的定义——由此也可见严格定义混沌的困难.

由于混沌系统和混沌现象的奇异和复杂性至今尚未为人们所彻底了解, 这类系统和现象能否被人为地控制和诱导, 特别是能否用常规方法来控制, 长期以来一直是一个没有被深入探讨过的问题. 直观上说, 确定性系统可以由确定性控制器来操纵是毫不奇怪的, 但随机系统也可以由确定性控制器来操纵就不是那么理所当然了. 线性随机系统有一条重要的“分离定理”, 使得随机线性二次型最优控制可以通过确定性的反馈和 Kalman 滤波相结合而实现^[7~9]. 非线性随机系统是否可以类似地来控制就不甚明确——至少不是一件显而易见的事, 因为连确定性非线性系统控制都是一项相当困难的工作^[10]. 由此可知, 控制具有“确定性的随机性”同时又具备“非线性的复杂性”的系统——混沌系统——肯定是一件十分具有诱惑力而又富有挑

战性的事。

非线性动力系统的混沌现象是由某些关键的系统参数及其变化而引起的。因此,关于控制或诱导混沌的一种十分自然的想法是直接控制或调整这些参数。据说^[11],早在 1950 年左右, von Neumann 就指出:预先计划好而且小心选择的大气层内的微小扰动可以在一段时间之后造成人们想要的巨大的天气变化。从这种思想出发, Pettini^[12]在 1988 年用计算机模拟,通过观察极大 Lyapunov 指数的方式注意到:适当的参数扰动可以达到消除 Duffing 系统的混沌现象的目的。稍后, Ott, Grebogi 和 Yorke 提出了一种比较系统和严密的参数扰动方法^[13],旨在通过逐次局部线性化配合小参数调整的手段来实现控制混沌现象的目的。因为他们这种技巧的新颖,人们称之为 OGY 方法。由于在调整参数的过程中需要使用系统输出的信息,这种方法亦具有一定的传统反馈控制之特色(不过与工程上反馈控制的设计思想有很多本质上的差异)。这种参数调整控制方式后来获得相应的推广^[14]和不少实际应用(本文后面还要提到)。这种控制手段有两个突出的优点:它不要求知道严格的系统数学方程,并且能通过微小的控制信号而获得明显的控制效果。困难是人为的因素起主导作用,参数的调整非常机巧,并且没有固定的模式可以遵循。

在时间上比 Pettini 和 OGY 还要早一些, Hübler 在他 1987 年的博士论文中已经描述过一种控制混沌现象的方法。这种方法后来被 Hübler 本人、Jackson 以及他们的合作者们进一步推广和完善化,称为“纳入轨道”(俗称“坐火车”)和“强迫迁徙”方法^[15~17]。这种方法的基本思想很简单:假定目标轨道满足与给定动力系统相同的数学方程,然后把两个方程叠加起来,由此而迫使动力系统的混沌状态转移到目标轨道之中去。这种控制方式在工程上是一种开环控制:优点是设计和使用时都十分简单,缺点是无法确保控制过程的稳定性(如数值误差容易引起控制作用的失败)。

事实上,确定性和随机性系统的控制问题无论在数学上还是工程上都已经有很长的研究历史,并且建立起了很多行之有效的理论和方法。各种形式的反馈控制方法就是一种十分成熟而且应用广泛的工程设计技术。这种传统的控制手段是否同样地对混沌系统也卓有成效呢?起初人们不以为然^[15]。但是,随着越来越多的工程控制专家介入混沌系统的研究工作,五花八门的反馈控制技术就发展起来了,并且十分成功地被应用到各种各样的混沌系统中去^[18~24]。关于上述各种控制混沌的方法,特别是各种工程控制论方法,在综合评述性的文章^[21, 25~30]中可以获得相当具体的了解和比较。一般来说,反馈控制的优点包括:不需要使用除系统输出或状态以外的任何有关给定被控制系统的信息(如系统参数的变化等),不改变被控系统的结构,具有良好的轨道追踪能力和稳定性,以及设计、装配和使用简单并且可以实现完全自动化。缺点主要是要求具备一个比较精确的数学模型和输入目标函数(或轨道),因而在只存在观测数据而没有数学方程式的情况下不能直接应用。

混沌的控制问题具有许多与常规(确定性或随机性)控制问题不相同的特点。比如常规控制一般不去考虑系统输出对状态初值的敏感性,不会把一个系统的输出轨道引向不稳定的极限环或不动点,不会考虑通过改变系统状态稳定性的分支点(bifurcation)去达到某种控制目的,更不会试图去把一个稳定状态的系统引导到临界稳定或混沌状态(即所谓“反控制”^[31~33])。象这样不寻常的控制要求和目的会引起不寻常的控制手段就是很自然的事了。因而,近年来我们可以看到象通过控制分支点^[34]或控制 Lyapunov 指数^[35]而达到控制混沌现象的新颖思想和办法。

控制混沌系统和混沌现象是一个新的概念和尝试,它已引起了非常广泛的注意和兴趣。研

究这一题目的科研人员来自工程、数学、物理、化学、生物、医学、经济以至社会科学的多个领域. 至 1996 年底为止, 可以收集到的科研报告和学术论文(仅限于已发表的)就有六百多篇^[36]. 在笔者的一篇详尽的综合评述报告^[25]中, 我们介绍了一系列的控制混沌方法: 参数扰动方法, 特别是 OGY 方法及其推广与应用; 纳入轨道和强迫迁徙方法; 工程反馈控制方法, 以及多种其他方法, 诸如分布参数系统的人工智能控制(包括神经网络和随机控制方法的尝试以及一个经济管理应用问题). 在涉及到的混沌系统中, 除了熟知的 Logistic 映射^[17]、Lorenz 方程^[19, 20]、Duffing 振子^[23]和 Chua 电路^[24, 37]之外, 还有 Hénon, Ikeda, Lozi, Rössler 等典型的混沌模型. 在应用方面, 则主要介绍了混沌信号同步化(synchronization)及其在保密通讯中的应用^[27, 38~43]. 在胡岗等作者的另一篇同样详尽的综合评述^[28]中, 反馈控制方法在由偏微分方程描述的混沌系统中的应用有十分细致的讨论.

值得指出的是: 尽管目前已存在相当大量的研究, 混沌系统和混沌现象的控制仍然是一个全新的科学前沿. 很多系统的理论和有效的方法尚待发展. 特别是, 如何发掘混沌系统特有的功能而造福人类, 是一个极其重大而又意义深远的课题.

谈到应用, 目前关于混沌的控制、引发和诱导等等, 我们能说些什么呢? 直观上, 既然混沌是“混乱无序”的东西, 它不会是有益的. 然而, 这仅仅是事情的一个侧面. 近代科学技术中的一些令人惊讶的发现表明: 混沌在许多情况下是有益的, 甚至是非常有用的. 加利福尼亚州立大学柏克来分校从事了三十多年大脑神经科学研究(特别是大脑神经活动的混沌现象)的 Freeman 教授指出^[44]: “大脑中被控制的混沌现象其实不仅仅是大脑复杂性的一种副产品”, 控制混沌现象的这种能力“可能是大脑区别于任何一种人工智能机器的主要特性”. Shinbrot, Grebogi, Ott 和 Yorke 在前面提到的一篇综合评述^[11]中提到另一个例子: 几年前, 美国宇航总署(NASA)的科学家们使用非常少量的残余氢液燃料把一个 ISEE-3/ICE 飞行装置送到五千万英里之外(跨越了太阳系)从而实现了第一次科学彗星的对接”. 他们指出, “这一项功绩归咎于天体力学中三体问题对于微小扰动的极度敏感性, 而这在非混沌系统中是不可能的, 因为那种系统需要巨大的控制量才能获得巨大的功效”. 在保密通讯应用中, 使用同步技术把复杂的混沌信号混合在有用的信号之中然后发射出去, 可以造成他们破译时极度的困难^[38~41]. 在医学方面, 人们已开始了控制心脏跳动韵律的尝试: 从混沌状态到规则的周期脉动^[45~47], 甚至控制人类大脑活动的行为^[48]. 此外, 控制混沌的技术还被应用到神经网络^[49~52], 激光^[53, 54], 化学反应过程^[55~58], 流体力学^[59~60], 非线性机械系统^[61~65]和非线性电路^[66~69], 以及具有分布参数的物理系统^[70~72]的研究工作中去. 其他许多的有关应用还可以在书和文献集^[21, 36]中找到.

美国工业和应用数学协会(SIAM)在 1988 年发表的一份题为《控制理论未来的发展方向》的指导性文献^[73]中, 特别条列了“混沌的控制”作为一个新的研究方向. 文献中指出: “一个生气勃勃的研究分支最近在非线形动力系统领域中发展起来了, 它正开始在控制理论科学中形成巨大的影响. ……在其中, 两个特别引人注意的方向是: 在分支点流域中的控制, 它提供了使用微小控制量而获得巨大效果的唯一可能性, 以及把动力系统诱导到混沌状态中去, 其目的是用复合起来的、不相协调然而又对系统危害较小的振荡频率去取代令人讨厌的噪声(例如在某些机械系统的处理上)”. 文献接着指出: “混沌的动力系统已被证明在描述和量化大批的复杂现象中非常有用, 其中包括化学反应和电路的动力性态等. 有时人们需要控制和强化混沌现象而不是试图去消除它. ……因而, i) 不同的控制思想(如反馈控制)应该被使用到混沌系统中, 从而动力系统的某些特征(如功率谱、Lyapunov 指数等)可能会获得控制; ii) 控制科学中的一般理论应当象确定性和随机性系统那样发展到混沌系统中去.”

我们相信,混沌系统和混沌现象的制约、引发、诱导、强化及其控制无论在理论上还是在造福人类之应用中都具有十分重大而深远的意义,因而值得科学和工程各领域中的研究人员(特别是系统控制专业的科研工作者)予以足够的重视。

参 考 文 献

- 1 Schuster, H. G. . Deterministic chaos: an introduction. VCH Pub. , 1988
- 2 Hao, B. L. . Chaos. World Scientific Pub. , 1984
- 3 Li, T. Y. and Yorke, J. A. . Period three implies chaos. Amer. Math. Monthly, 1975, 82: 985—992
- 4 Devaney, R. L. . An introduction to chaotic dynamical systems. Addison-Wesley, 1987
- 5 罗定军, 滕利邦. 微分动力系统导引. 北京: 高等教育出版社, 1990
- 6 MacCluer, C. R. . Chaos in linear distributed systems. Trans. of ASME, 1992, 114: 322—324
- 7 Chui, C. K. and Chen, G. . Kalman filtering with real-time applications. Springer-Verlag, 1987, 1991
- 8 Chui, C. K. and Chen, G. . Linear systems and optimal control. Springer-Verlag, 1989
- 9 Chen, G. , Chen, G. and Hsu, S. H. . Linear stochastic control systems. CRC Press, 1995
- 10 De Figueiredo, R. J. P. and Chen, G. . Nonlinear feedback control systems. Academic Press, 1993
- 11 Shinbrot, T. , Grebogi, C. , Ott, E. and Jorke, J. A. . Using small perturbations to control chaos. Nature, 1993, 363: 411—417
- 12 Pettini, M. . Controlling chaos through parametric excitations. in Dynamics and Stochastic Processes (R. Lima et al. , ed.), Springer-Verlag, 1990, 242—250
- 13 Ott, E. , Grebogi, C. and Yorke, J. A. . Controlling chaos. Phys. Rev. Lett. A, 1990, 64: 1196—1199
- 14 Nitsche, G. and Dressler, U. . Controlling chaotic dynamical systems using time-delay coordinates. Physica D, 1992, 58: 153—164
- 15 Jackson, E. A. . On the control of complex dynamical systems. Physica D, 1991, 50: 341—266
- 16 Jackson, E. A. and Hübler, A. W. . Periodic entrainment of chaotic logistic map dynamics. Physica D, 1990, 44: 407—420
- 17 Jackson, E. A. and Kodogeorgiou, A. W. . Entrainment and migration control of two-dimensional maps. Physica D, 1991, 54: 253—265
- 18 Vincent, T. L. and Yu, J. . Control of a chaotic system. Dynamics and Control, 1991, 1: 35—52
- 19 Hartley, T. T. and Mossayebi, F. . A classical approach to controlling the Lorenz equation. Int. J. Bifur, Chaos, 1993, 2: 881—887
- 20 Pyragas, K. . Continuous control of chaos by self-controlling feedback. Phys. Lett. A, 1992, 170: 421—428
- 21 Chen, G. and Dong, X. . From chaos to order. World Scientific Pub. , 1997
- 22 Chen, G. and Dong, X. . On feedback control of chaotic nonlinear dynamical systems. Int. J. Bifur. Chaos, 1992, 3: 407—441
- 23 Chen, G. and Dong, X. . On feedback control of chaotic continuous-time systems. IEEE Trans. on Circ. Sys. , 1993, 40: 591—601
- 24 Chen, G. . Controlling Chua's global unfolding circuit family. IEEE Trans. on. Circ. Sys. , 1993, 40: 829—832
- 25 Chen, G. and Dong X. . From chaos to order: perspectives and methodologies in controlling chaotic nonlinear dynamical systems. Int. J. Bifur. Chaos, 1993, 3: 1363—1409
- 26 Chen, G. and Dong, X. . Control of chaos——A survey. Proc. of IEEE Contr. Decis. Conf. , 1993, 469—474
- 27 Ogorzalek, M. J. . Taming chaos: parts I and II. IEEE Trans. on Circ. Sys. , 1993, 40: 693—706
- 28 Hu, G. , Qu, Z. and He, K. . Feedback control of chaos in spatiotemporal systems. Int. J. of Bifur. Chaos, 1995, 5: 910—936
- 29 Abed, E. H. , Wang, H. O. and Tesi, A. . Control of bifurcation and chaos. in The Control Handbook, W. S. Levine ed. , CRC Press, Boca Raton, FL, 1995
- 30 Chen, G. and Moiola, J. . An overview of bifurcation, chaos and nonlinear dynamics in control systems. J. Franklin Institute, 1994, 331B: 819—854

- 31 In, V., Mahan, S. E., Ditto, W. L. and Spano, M. L.. Experimental maintenance of chaos. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, 74: 4420—4423
- 32 Yang, W., Ding, M., Mandell, A. J. and Ott, E.. Preserving chaos: control strategies to preserve complex dynamics with potential relevance to biological disorders. *Phys. Rev. E.*, 1995, 51: 102—110
- 33 Chen, G. and Lai, D.. Feedback control of Lyapunov exponents for discrete-time dynamical systems. *Int. J. of Bifur. Chaos*, 1996, 6: 1341—1349
- 34 Abed, E. H., Wang, H. O. and Chen, R. C.. Stabilization of period doubling bifurcations and implications for control of chaos. *Physica D*, 1994, 70: 154—164
- 35 Chen, G. and Lai, D.. Making a dynamical system chaotic; feedback control of Lyapunov exponents for discrete-time dynamical systems. *IEEE Trans. on Circ. Sys.* 1997, in Press
- 36 Chen, G.. Control and synchronization of chaotic dynamical systems (A bibliography). ECE Department, University of Houston, available from ftp: "ftp.egr.uh.edu/pub/TeX/chaos.tex" (login name: "anonymous" and password: your e-mail address)
- 37 Chen, G. and Dong, X.. Controlling Chua's circuits. *J. Circ. Sys. Comput.*, 1993, 3: 139—149
- 38 Pecora, L. M. and Carroll, T. L.. Synchronization in chaotic systems. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, 64: 821—824
- 39 Pecora, L. M. and Carroll, T. L.. Driving systems with chaotic signals. *Phys. Rev. A*, 1991, 44: 2374—2383
- 40 Cuomo, K. M. and Oppenheim, A. V.. Robustness and signal recovery in a synchronized chaotic system. *Int. J. Bifur. Chaos*, 1993, 3: 1629—1638
- 41 Hasler, M.. Synchronization principles and application, in *Circuits and Systems Tutorials*, C. Toumazou et al. ed., IEEE Press, 1994, 314—327
- 42 Wu, W. C. and Chua, L. O.. A unified framework for synchronization and control of dynamical systems. *Int. J. Bifur. Chaos*, 1994, 4: 979—998
- 43 Xie, Q. and Chen, G.. Synchronization stability analysis of the chaotic Rössler system. *Int. J. Bifur. Chaos*, 1996, in Press
- 44 Freeman, W. J.. The physiology of perception. *Scientific American*, Feb., 1991, 78—85
- 45 Garfinkel, A., Spano, M. L., Ditto, W. L. and Weiss, J. N.. Controlling cardiac chaos. *Science*, 1992, 257: 1230—1235
- 46 Brandt, M. E. and Chen, G.. Controlling the dynamical behavior of a circle map model of the human heart. *Biol. Cybern.*, Jan., 1996, 1—8
- 47 Brandt, M. E. and Chen, G.. Feedback control of a quadratic map model of cardiac chaos. *Int. J. Bifur. Chaos*, 1996, 6: 715—723
- 48 Schiff, S. J., Jerger, K., Duong, D. H., Chang, T., Spano, M. L. and Ditto, W. L.. Controlling chaos in the brain. *Nature*, Aug., 1994, 615—620
- 49 Chen, G. and Dong, X.. Identification and control of chaotic systems; an artificial neural network approach. *Proc. of IEEE Int. Symp. on Circ. Sys.*, 1995, 1177—1182
- 50 Frison, T. W.. Controlling chaos with a neural Network. *Proc. of Int. Conf. on Neural Networks*, 1992, 75—80
- 51 Cimagalli, V., Jankowski, S., Giona, M. and Calascibetta, T.. Neural networks reconstruction and predication of chaotic dynamics. *Proc. of Int. Symp. Circ. Sys.*, 1993, 2176—2179
- 52 Carrol, T. L.. Synchronization and complex dynamics in pulse-coupled circuit models of neurons. *Biol. Cybern.*, 1995, 73: 553—559
- 53 Roy, R., Murphy, T. W., Maier, T. D., Gills, Z. and Hunt, R. T.. Dynamical control of a chaotic laser; experimental stabilization of a globally coupled system. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, 68: 1259—1262
- 54 Roy, R., Gills, Z. and Thornburg, K. S.. Controlling chaotic laser. *Optics & Photonics News*, May, 1994, 8—15
- 55 Schwiters, C. D. and Rabitz, H.. Optimal control of nonlinear classical systems with applications to unimolecular dissociation reaction and chaotic potentials. *Phys. Rev. A*, 1991, 44: 5223—5228
- 56 Peng, B., Petrov, V. and Showalter, K.. Controlling chemical chaos. *J. Phys. Chem.*, 1991, 95: 4957—4959
- 57 Petrov, V., Gaspar, V., Masere, J. and Showalter, K.. Controlling chaos in the Belousov Zhabotinsky reaction. *Nature*, 1993, 361: 240—243
- 58 Keeler, J. D.. Prediction and control of chaotic chemical reactions via neural network models. *Proc. of 1993 Conf. on Ar-*

- tificial Intelligence in Petroleum Exploration and Production, May 1993, 19—22
- 59 Singer, J., Wang, Y. and Bau, H. . Controlling a chaotic system. Phys. Rev. Lett. ,1991,66:1123—1125
 - 60 Dörning, J. J., Decker, W. J. and Holloway, J. P. . Controlling the dynamics of chaotic convective flows. in Applied Chaos, J. H. Kim and J. Stringer ed. ,189—206
 - 61 Ditto, W. L. ,Rauseo, S. N. and Spano, M. L. . Experimental control of chaos. Phys. Rev. Lett. ,1990,65:3211—3214
 - 62 Frononi, L. and Giocondo, M. . Experimental evidence of suppression of chaos by resonant parametric perturbation . Phys. Rev. A,1991,43:6483—6487
 - 63 Shinbrot, T. ,Ditto, W. ,Grebogi, C. ,Ott, E. ,Spano, M. and Yorke, J. . A. . Using the sensitive dependence of chaos (the “butterfly effect”) to direct trajectories in an experimental chaotic system. Phys. Rev. Lett. ,1992,68:2863—2866
 - 64 Ditto, W. L. and Pecora, L. M. . Mastering chaos. Scientific American, Aug. ,1993,78—84
 - 65 Starratt, J. and Tagg, R. . Control of a chaotic parameterically driven pendulum. Phys. Rev. Lett. ,1995,74:1974—1977
 - 66 Hunt, E. R. . Stabilizing high-period orbits in a chaotic system—the chaotic resonator. Phys. Rev. Lett. ,1991,67:1953—1955
 - 67 Hunt, E. R. and Johnson, G. . Keeping chaos at bay. IEEE Spectrum, Nov. 1993, 32—36
 - 68 Gauthier, D. J. ,Sukow, D. W. ,Concannon, H. M. and Socolar, J. E. S. . Stabilizing unstable periodic orbits in a fast diode resonator using continuous time-delay autosynchronization. Phys. Rev. E,1994,50:2343—2346
 - 69 Madan, R. N. , (ed). Chua's circuits; a paradigm for chaos. World Scientific Pub. ,1993
 - 70 Hu, G. and He, K. . Controlling chaos in systems described by partial differential equations. Phys. Rev. Lett. ,1993,71: , 3794—3797
 - 71 Hu, G. and Qu, Z. . Controlling spatiotemporal chaos in coupled map lattice systems. Phys. Rev. Lett. ,1994,72:68—71
 - 72 Rubio, D. . Boundary control for the chaotic flow of a thermal convection loop. Proc. of Conf. on Decis. Contr. ,1995, 3734—3737
 - 73 Future directions in control theory; a mathematical perspective. Report of the Panel, Chaired by W. H. Fleming, SIAM Pub. ,1988,50—51

Controlling Chaos in Nonlinear Dynamical Systems

CHEN Guanrong

(Department of Electrical Engineering, University of Houston • Houston, USA)

Abstract: Controlling chaos is a new concept. In this article, we survey and comment on the recent rapid development in control, synchronization and anti-control of chaotic dynamical systems. We believe that the stimulating and promising research direction of chaos control has an attractive future in both theory and application. This new scientific challenge calls for further effort and endeavor from communities of mathematics, physics, engineering, and many other interdisciplinary areas.

Key words: anti-control; chaos; control; nonlinear dynamics; synchronization

本文作者简介

陈关荣 1948年生,教授,博士,IEEE高级会员,曾任IEEE Transactions on Circuits and Systems 编辑委员,现任《控制理论与应用》杂志编辑委员。出版线性、非线性和随机控制理论方面学术著作7本,发表国际学术杂志论文70余篇以及学术会议论文50篇。主要研究方向是现代非线性控制理论、方法及其工程应用,并广泛涉足相关研究领域。