

同步和自环连接 Petri 网的性能保持分析*

徐志斌 郑大钟

(清华大学自动化系·北京, 100084)

摘要: 本文通过将 Petri 网分解为多个子网, 在分析各子网性能的基础上简化总网的性能分析, 着重探讨在各子网间仅有自环和同步连接的情况下, 总网与子网性能间的关系. 当把总网分解为一类基本子网时, 相对于一般子网将性能保持的条件演化为充要条件.

关键词: Petri 网; 串行/并行结构; F/J 结构; 自环/同步连接; 活性; 有界性; 回复性

1 引言

由于现实世界中系统复杂性, 利用 Petri 网建立模型往往比较庞大, 若直接用可达图或关联矩阵方法分析系统性能易导致计算维数灾难. 为此, 文献中已提出一些减小 Petri 网计算复杂性的方法^[1]. 文献[2]针对大规模的 Petri 网提出了一种基于分解的方法, 即把一个大网分解为一些小网, 采用可达图或关联矩阵分析方法来分析小网的性能, 进而考虑各个小网间的连接关系来分析连接结构的特征以获得总网的性能. 通过将可达图方法和结构分析方法结合, 可大大减小网络的计算复杂性. 文[2]考虑仅有自环连接时, 得到性能保持的一些充分或必要条件. 本文针对自环连接和同步连接同时存在的情形, 对一类基本子网可得性能保持的充要条件.

2 基本概念

作为准备知识, 下面先来介绍典型的基本子网的结构、概念和性质.

定义 1 简单串行支路/结构. 一个简单串行支路由位置和变迁依次串联形成, 如图 1 所示, 记为 $SB(P, T, I, O)$, 其形式为 $[p_0][t_k p_k]^*$; $P = (p_0, p_1, \dots, p_n)$, $T = (t_1, t_2, \dots, t_n)$, 满足关系 $\forall i = 0, 1, \dots, n-1, I(p_i, t_{i+1}) = 1; \forall i = 1, 2, \dots, n, O(p_i, t_i) = 1$; 其余 $I(p_i, t_j) = 0, O(p_i, t_j) = 0$. 并且, 称 p_0/t_1 为其起始位置/变迁, p_n/t_n 为其终止位置/变迁. 一般地, 单独考虑该基本结构时, 称其为简单串行结构, 若其为另一结构的支路时, 称为简单串行支路. 定义 2 至定义 6 称呼同此.

定义 2 简单并行支路/结构. 一个简单并行支路由一些简单串行支路并联组成, 各串行支路的起始位置和终止位置相同, 如图 2 所示, 记为 $PB(P, T, I, O)$, 其形式为:

$$[p_{e1}][\bigcup_{k=1}^m \{t_{k,0} SB(P_k, T_k, I_k, O_k) t_{k,n_k}\}][p_{e2}];$$

称 p_{e1}/p_{e2} 为其起始/终止位置, 称 $t_{k,0}/t_{k,n_k}$ 为其第 k 条支路的起始/终止变迁.

定义 3 简单 F/J 支路/结构. 一个简单 F/J 支路由简单串行支路按 Fork-Join 结构形式组成, 每条串行支路的起始变迁相同, 但起始/终止变迁的后/前集位置不同, 如图 3 所示, 记为 $F/JB(P, T, I, O)$, 其形式为:

$$[p_{e1}][t_{e1}][\bigcup_{k=1}^m SB(P_k, T_k, I_k, O_k)][t_{e2}][p_{e2}];$$

称 p_{e1}/t_{e1} 为其起始位置/变迁, p_{e2}/t_{e2} 为其终止位置/变迁, $p_{k,0}/t_{k,1}$ 为其第 k 条支路的起始位置/变迁, $p_{k,n_k}/t_{k,n_k}$ 为第 k 条支路的终止位置/变迁.

* 国家自然科学基金(69684001)和教委博士点基金资助项目.
本文于 1996 年 1 月 15 日收到, 1997 年 3 月 21 日收到修改稿.

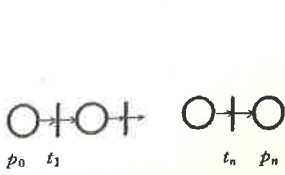


图1 简单串行结构

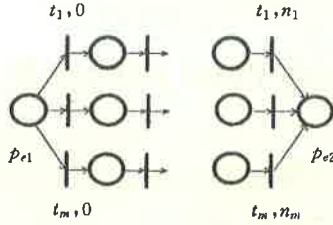


图2 简单并行结构

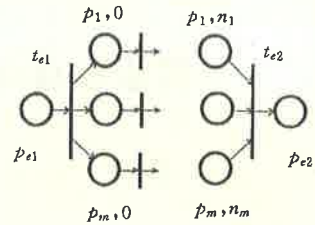


图3 简单 F/J 结构

定义 4 复杂串行支路/结构. 一个复杂串行结构由简单串行结构、简单并行结构和简单 F/J 结构递推定义而得, 记为 $SS(P, T, I, O)$. 其递推规则为:

- 1) 一个 SB, PB 或 F/JB 为一个 SS ;
- 2) 若结构 S 为一个 SS , 则用一个 SB, PB 或 F/JB 结构替换结构 S 中的一个位置所形成的结构 S' 仍然为一个 SS ;
- 3) 在一个 SS 结构上重复利用规则 2 所形成的结构都为一个 SS 结构.

并且, 定义复杂串行结构的起始变迁(位置)为它的第一个变迁(位置), 定义复杂串行结构的终止变迁(位置)为它的最后一个变迁(位置).

定义 5 复杂并行支路/结构. 一个复杂并行结构由多条复杂串行结构并联形成, 记为 $PS(P, T, I, O)$, 其形式为:

$$[p_{e1}][\bigcup_{s=1}^n \{t_{s,0}SS(P_s, T_s, I_s, O_s)t_{s,n_s}\}][p_{e2}];$$

称 p_{e1}/p_{e2} 为其起始/终止位置, 称 $t_{s,0}/t_{s,n_s}$ 为其第 s 条支路的起始/终止变迁.

定义 6 复杂 F/J 支路/结构. 一个复杂 F/J 结构由多条复杂串行结构按 F/J 结构并联形成, 记为 $FJS(P, T, I, O)$, 其形式为:

$$[p_{e1}][t_{e1}][\bigcup_{k=1}^n SS(P_k, T_k, I_k, O_k)][t_{e2}][p_{e2}];$$

称 p_{e1}/t_{e1} 为其起始位置/变迁, p_{e2}/t_{e2} 为其终止位置/变迁; 第 k 条支路的起始(终止)位置为第 k 条复杂串行结构支路的起始(终止)位置.

定义 7 基本子网. 一个基本子网是指由上述串行结构、并行结构和 F/J 结构通过共享起始或终止位置所组合形成的一个网结构. 它是一特殊的复杂串行结构, 具有两种形式: i) 支路形式, 特点是结构的起始位置与终止位置不同; ii) 回路形式, 特点是结构的起始位置与终止位置相同. 复杂并行结构和复杂 F/J 结构可看作复杂串行结构的退化形式.

定义 8 包含节点 x 和 y 的最小结构. Petri 网 $N = (P, T, I, O)$, 节点 $x \in P \cup T, y \in P \cup T$, 称满足如下条件的结构 S 为包含节点 x 和 y 的最小结构.

- 1) S 为上述六种基本结构之一; 2) $x \in P_s \cup T_s, y \in P_s \cup T_s$; 3) S^* 为一个基本结构, 若 $x \in P_{s^*} \cup T_{s^*}, y \in P_{s^*} \cup T_{s^*}$, 则 $P_s \subseteq P_{s^*}, T_s \subseteq T_{s^*}$.

定义 9 同步连接^[3]. 设子网 $N_1 = (P_1, T_1, I_1, O_1), N_2 = (P_2, T_2, I_2, O_2), P_1 \cap P_2 = \emptyset, T_1 \cap T_2 \neq \emptyset, I_1 \cap I_2 = \emptyset, O_1 \cap O_2 = \emptyset$, 若子网间连接关系满足: $\exists t_1^* \in T_1, t_2^* \in T_2, t_1^* = t_2^*$, 记为 t^* , 则称 N_1 与 N_2 间有一个同步连接, t^* 称为同步连接变迁.

定义 10 自环连接^[3]. 设有子网 $N_1 = (P_1, T_1, I_1, O_1), N_2 = (P_2, T_2, I_2, O_2), P_1 \cap P_2 = \emptyset, T_1 \cap T_2 = \emptyset, I_1 \cap I_2 = \emptyset, O_1 \cap O_2 = \emptyset$, 在子网间添加连接关系, 若该连接满足: $\exists p^* \in P_1, t^* \in T_2, I(p^*, t^*) = O(p^*, t^*) = 1$, 则称 N_1 至 N_2 有一个自环连接, p^*/t^* 为自环连接位置/变迁, N_1 为主动子网, N_2 为从动子网. 相应地, N_1 至 N_2 (N_2 至 N_1) 有一个主动

(从动) 自环连接.

定义 11 基本连接模块. 设子网 $N_1 = (P_1, T_1, I_1, O_1)$, 基本连接模块 K_1 的位置和变迁同 N_1 , 总网的有向图 G 中 K_1 仅有一个输入弧 AI 和一个输出弧 AO , 称 AI 为 K_1 的输入连接, AO 为 K_1 的输出连接, AI 对应的变迁 t^* 为 K_1 的条件变迁或输入变迁, AO 若为自环连接, 其对应的 p^* 为 K_1 的输出位置或等待位置, AO 若为同步连接, 其对应的 t^{**} 为 K_1 的输出变迁, $\forall p^{**} \in \text{Pre}(N_1, t^{**}), p^{**}$ 为 K_1 的等待位置, AO 为另一基本连接模块 K_2 的输入连接, 称 p^* 和 p^{**} 为 K_2 的使能位置.

关于 Petri 网的有界性、活性和回复性等概念参见[4]. 再之, 网 N 中 t 在 M 下使能记为 $t \in \text{EN}(N, M)$, 网 N 中 M 可达集记为 $R(N, M)$, x 的前 / 后集为 $\text{Pre}(x)/\text{Post}(x)$. 以下, 我们总是假定, 基本子网的 F/J 结构的各个支路具平衡关系, 即当一支路中的位置无托肯(token) 时其余支路的位置也无托肯. 下面说明基本子网的性质, 证明略.

引理 0 基本子网性质. 设 N 为一个基本子网, 则: i) N 是有界的. ii) N 活当且仅当 $\exists f, M[f > M^*, M^*(p_e) > 0, p_e$ 为最大复杂串行结构的起始位置. iii) N 具有回复性的充要条件是 N 活, 且 $\forall N$ 中 F/J 结构 S 具以下条件: 设 S 的终止变迁为 t_e , 其初始标识 M_i , 对 $M_i^* \in R(S, M_i)$, 若 $\forall t \in S, t \notin \text{EN}(S, M_i^*)$, 即仅有 t_e 前集 p 具有托肯, 则对 t_e 前集位置 p 的标识满足 $M_i^*(p) \leq M_i(p)$.

3 主要结果

下面分析时将每个子网看成一个节点(Node), 两子网间若有一个同步连接, 就用一条双向的有向弧(Arc)表示, 考虑弧组成有向回路时, 双向有向弧可参与两个方向的回路, 若有自环连接, 则用一条由主动网至从动网的有向弧表示, 则子网间连接关系可由一个有向图(Graph)来表示. 对于一般子网的性能保持条件, 可参见文献[2, 5]. 当子网为一类基本子网时, 则可得性能保持的充要条件. 对基本子网 N 中的并行或 F/J 结构 S , 若参与组成回路的同步变迁都不在 S 中, 将 S 简化为一个位置; 若参与组成回路的同步变迁都在 S 的某个支路 S_j 中, 将 S 简化为 S_j . 显然在 F/J 结构具平衡关系时, 简化不影响有界性、活性和回复性. 记简化后网为 N' . 下面考虑基本子网都为有界、活且回复.

定理 1 设基本子网 $N_1, N_2, \dots, N_n$ 通过自环和同步连接形成网 N , 其对应的图 G 中有一条回路, 不妨设 $N_1, N_2, \dots, N_n$ 组成回路, 对应的基本连接模块为 $K_1, K_2, \dots, K_n$, 则:

i) N 有界.

ii) N 为活当且仅当 $\exists i, K_i$ 的等待位置 p_i^* 和条件变迁 t_i^* 满足: $\forall M^* \in R(N, M)$, 若 t_i^* 使能, 即 $M^* \in \text{EN}(N, t_i^*)$, 则 $\exists f, t_i^* \notin f, M^*[f > M', M'(p_i^*) > 0$.

iii) N 回复的充要条件同 ii).

证 i) 易证, ii), iii) 关键在于证明子网中输入连接的变迁发生等待输出连接的使能不会产生循环等待而导致死锁. 必要性可用反证法证明. 限于篇幅, 证明略.

定理 2 定理 1 中 N 活的充要条件具体化为: a) $\exists i, K_i$ 的等待位置 p_i^* 和条件变迁 t_i^* 具有关系: $p_i^* \in \text{Pre}(N_i, t_i^*)$, 或 b) $\exists i, K_i$ 中 t_i^* 为某并行支路 L_i 的起始变迁, $p_i^* \notin L_i$, 或 c) $\exists i, K_i$ 中 t_i^* 为某 F/J 结构 S_i 支路 L_i 中变迁, 输出连接为自环连接, $p_i^* \in \text{Pre}(p \setminus -e(L_j)), p_e(L_j)$ 为 S_i 的支路 L_j 的终止变迁, 且 $p_i^* \notin L_i$.

证 充分性由引理 0 结合基本子网的构成结构证明, 必要性采用反证法, 分为三种结构证明, 限于篇幅, 证明略.

仅有自环连接或同步连接的情形可作为定理 1 和定理 2 特例, 见下述推论. 证明略.

推论 1 设基本子网 N_1 至 N_2, N_2 至 $N_3, \dots, N_{n-1}$ 至 N_n, N_n 至 N_1 有出弧自环连接, 总网 N 对应的有向图 G 中有一条回路, 则:

i) N 有界.

ii) N 为活当且仅当 $\exists i (i = 1, \dots, n), a) p_i^* \in \text{Pre}(t_i^*)$; 或 b) 若 t_i^* 为并行结构支路 L_i 起始变迁, 则 $p_i^* \in L_i$; 或 c) t_i^* 为 F/J 结构 S_i 中一支路 L_i 的变迁, 则 p_i^* 为该结构终止变迁前集, 且 $p_i^* \in L_i$.

iii) 若 N_i 为活, 则 N 具回复性的充要条件同 ii).

推论 2 设基本子网 N_1 和 N_2, N_2 和 $N_3, \dots, N_{n-1}$ 和 N_n, N_n 和 N_1 有同步连接, 总网 N 对应的有向图 G 中有一条回路, 设 N_i 中含同步连接变迁 t_i^* 和 t_{i+1}^* 的最小结构为 S_i , 则:

i) N 有界.

ii) N 为活当且仅当 a) 若 $\forall i, N_i'$ 中无并行结构, 则 $\exists i, \exists M^* \in R(N, M), t_i^* \in \text{EN}(N, M^*)$; 或 b) $\exists i, N_i'$ 中 t_i^* 和 t_{i+1}^* 都为某并行支路的起始变迁; 或 c) $\exists i, t_i^*$ 同时为 N_{i-1}' 和 N_i' 中某并行结构支路的起始变迁, 且在 N_{i-1}' 和 N_i' 中, t_j^* 不在 t_i^* 所在并行结构支路上.

iii) N 回复的充要条件同 ii).

4 例 子

例 1 传送带模型^[3].

系统的 Petri 网模型如图 4, 将网分解为 $EC1, EC2, EC3$ 和 $EC4$. $EC1$ 到 $EC2$ 有两个主动自环连接, 未构成回路, $EC3$ 到 $EC4$ 有一个主动自环连接和一个从动自环连接, 构成一条回路. $EC2$ 和 $EC3$ 间还有一个禁止弧连接, 这暂不考虑其影响. 我们将图 4 简化为图 5 所示的有向图. 由各子网构成可知 EC_i 有界, 活且回复. 在模型中仅有自环连接, 据推论 1 可得总网有界, 对于活性只要考虑 $EC3$ 和 $EC4$ 组成的回路活性, 由于 $EC3$ 中自环连接的位置 11 是对应变迁的前集, 由定理 2 的推论 1 知回路活, 则总网活. 且对于这类串联型的子网, 亦满足回复性. 所以, 可得出该控制器可保证运行时不出现溢出和死锁, 并可循环工作.

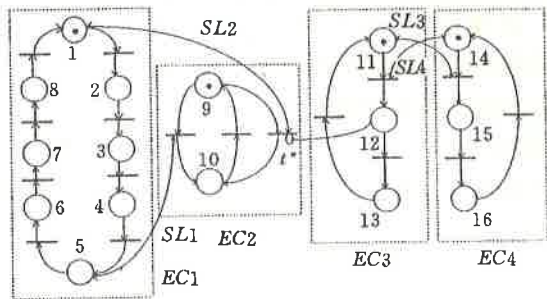


图 4 传送带的节点控制器(SCU)

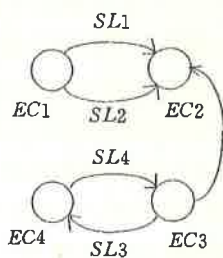


图 5 SCU 对应的有向图

例 2 一个简单的同步控制系统.

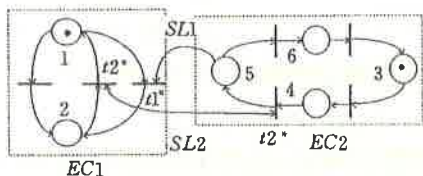


图 6 一个简单的例子

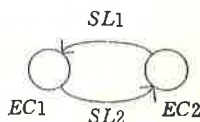


图 7 图 6 对应的有向图

系统的 Petri 网模型如图 6, 网分为 $EC1$ 和 $EC2$, 二者之间存在自环连接和同步连接, 且形成一条回路, 对应有向图 7. 由定理 2 知: $EC1$ 输入变迁 t_1^* 为支路起始变迁, 输出变迁 $t_2^* \in t_1^*$ 支路, 则由子网具有活性和回复性, 知总网保持活性和回复性.

5 结 论

本文针对大规模网性能分析问题, 对子网间的连接采用结构分析, 对分解后小网采用状态分析, 以降低分析的复杂性. 对于仅有自环和同步连接的一类基本子网, 得到性能保持的充要条件. 实际系统中往往还有禁止弧等连接且回路为多回路, 对此有待作进一步的研究.

参 考 文 献

- 1 Zhou, M. C., Dicesare, F. and Desrochers, A. A. . A hybrid methodology for synthesis of Petri net models for manufacturing systems. IEEE Trans. Robotics & Automation, 1992, 8(3): 356—361
- 2 徐志斌, 郑大钟. 一类 Petri 网连接性能的分析. 1995 年中国控制会议论文集, 北京: 中国科学技术出版社, 1995, 919—923
- 3 Ferrarini, L., Narduzzi, M. and Tassan-Solet, M. . A new approach to modular liveness analysis conceived for large logic controllers' design. IEEE Trans. Robotics & Automation, 1994, 10(2): 169—184
- 4 Reisig, W. . Petri Nets: An Introduction. New York: Springer Verlag, 1982
- 5 徐志斌, 郑大钟. 同步连接 Petri 网的性能保持分析. 1996 年中国控制会议论文集, 山东青岛, 1996, 599—603

Performance Analysis with Synchronize Links and Self-Loop Links between Large Net and Decomposed Subnets

XU Zhibin and ZHENG Dazhong

(Department of Automation, Tsinghua University • Beijing, 100084, PRC)

Abstract: By decomposing the global net to be studied and analyzing the performance of the subnets, the performance analysis of the global net can be quite simplified. In this paper, the performance relations between the global net and its subnets with synchronized links and self-loop links are established. Some necessary and/or sufficient conditions are given for the case of a global net being decomposed as basically subnets, which are of extensions of the results for the case of a global net being decomposed as general subnets.

Key words: Petri net; sequential/parallel structure; F/J structure; self-loop/synchronize links; liveness; boundness; reversibility

本文作者简介

徐志斌 1970 年生. 1993 年于清华大学自动化系本科毕业后直读本系控制理论及应用专业博士学位. 研究方向为 DEDS 的分析和控制, Petri 网的应用.

郑大钟 1935 年生. 现为清华大学自动化系教授, 博士生导师. 研究领域包括线性系统理论, 最优控制, 大系统分散控制, DEDS, 混合动态系统等.