

一种新的预测控制算法:模糊预测控制算法*

睢 刚 陈来九

(东南大学动力系·南京, 210018)

摘要: 将模糊控制与预测控制相结合, 提出了一种基于被控对象一般形式的时间离散模型的模糊预测控制算法, 并对控制算法的有效性进行了分析. 仿真研究结果表明, 该模糊预测控制算法既适用于线性对象, 也可用于对非线性对象的控制.

关键词: 预测控制; 模糊控制

1 引言

预测控制是七十年代末兴起的一类计算机控制算法^[1], 有着广泛的应用前景. 模糊控制是近几年发展起来的一种新型的控制技术. 本文将模糊控制与预测控制相结合, 提出了一种新的预测控制方法, 即模糊预测控制, 并给出了相应的控制算法. 与传统的预测控制不同, 模糊预测控制是基于被控对象一般形式的时间离散模型的, 它既适用于线性对象, 也可用于对非线性对象的控制. 仿真研究结果表明, 本文提出的模糊预测控制方法是有效的.

2 模糊预测控制

模糊预测控制是一种基于被控对象一般形式的时间离散模型的决策控制方法. 模糊预测控制器(FPC)由多步预测器, 性能测量和控制决策三个部分组成.

2.1 多步预测器

假定过程的输入输出特性由下述一般形式的时间离散方程描述:

$$y(t) = f(y(t-1), \dots, y(t-n), u(t-1), \dots, u(t-m)) + d(t). \quad (1)$$

其中 u 和 y 分别为控制输入和过程输出, d 为过程的扰动. $f(\cdot)$ 表示函数, m 和 n 分别为过程输入和输出的阶次. 过程在 $t+N$ 时刻的输出预测值 $\hat{y}(t+N)$ 可按如下的递推算法确定:

$$\begin{cases} \hat{y}(t+i) = f(\hat{y}(t+i-1), \dots, \hat{y}(t+i-n), u(t+i-1), \dots, u(t+i-m)) \\ \quad + \hat{d}(t+i), \quad i=1, 2, \dots, N, \\ \hat{d}(t+i) = \hat{d}(t) = y(t) - f(y(t-1), \dots, y(t-n), u(t-1), \dots, u(t-m)), \\ u(t+j) = u_c, \quad j=0, 1, \dots, N-1. \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\hat{y}$ 表示过程未来时刻的输出预测值, y 表示当前及过去时刻的过程输出, $u(t+j)$ 为未来的控制序列, $\hat{d}$ 表示各时刻的扰动预测值, N 为预测步数, u_c 为常数. 在上述算法中作了如下两个假定:

A1 过程未来的控制输入恒定不变, 控制量的大小为假定的值 u_c ;

A2 过程未来的扰动恒定不变, 其大小为时刻 t 过程的输出与模型的输出之差.

2.2 性能测量

性能测量的任务是评价所假定的控制输入量的控制效果. 设在控制量 u_c 的作用下, 过程 $t+N$ 时刻的输出预测值为 $\hat{y}(t+N)$. 定义 N 步预测偏差和偏差的变化分别为

$$\hat{e}(t+N) = r - \hat{y}(t+N), \quad (3)$$

* 国家自然科学基金资助项目(59406012).

本文于1995年6月7日收到. 1997年2月27日收到修改稿.

$$\hat{ce}(t+N) = \hat{e}(t+N) - \hat{e}(t+N-1). \quad (4)$$

其中 r 为过程输出的设定值, 则 u_e 的控制效果可根据 $\hat{e}(t+N)$ 和 $\hat{ce}(t+N)$ 来评判. 表 1 为用于评价控制效果的一组性能测量规则. e 和 ce 的论域划分为 5 个模糊集, 如图 1 所示. 表 1 的规则形式为

if e is A_i and ce is B_i then p is c_i , $i = 1, 2, \dots, 25$.

其中 $A_i, B_i \in \{PB, PS, ZE, NS, NB\}$ 为模糊集, p 为性能测量变量, c_i 为实数, 表示性能测量值的大小. $|p_i|$ 越小, 表明 u_e 的控制效果越好; 反之, 则 u_e 的控制效果越差, 利用表 1 的规则, 可按如下的推理算法计算出控制量的性能测量值 p :

表 1 性能测量规则

$e \setminus p$	NB	NS	ZE	PS	PB
NB	-1.0	-0.8	-0.6	-0.3	0.0
NS	-0.8	-0.6	-0.3	0.0	0.3
ZE	-0.6	-0.3	0.0	0.3	0.6
PS	-0.3	0.0	0.3	0.6	0.8
PB	0.0	0.3	0.6	0.8	1.0

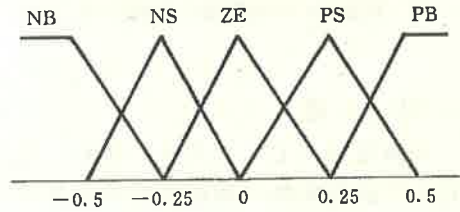


图 1 e 和 ce 的模糊集

$$p = \sum_{i=1}^{25} w_i \cdot c_i / \sum_{i=1}^{25} w_i, \quad (5)$$

$$w_i = A_i(\hat{e}(t+N)) \cdot B_i(\hat{ce}(t+N)) / \sum_{i=1}^{25} A_i(\hat{e}(t+N)) \cdot B_i(\hat{ce}(t+N)). \quad (6)$$

2.3 控制决策

首先, 将控制量论域分成若干子域, 并将分界点作为参考控制量. 设 $u_i (i = 1, 2, \dots, l)$ 为控制量论域中的 l 个参考控制量, 并且, $u_i < u_{i+1}$. 控制决策的任务是, 根据对 l 个参考控制量的控制效果的预测结果, 确定当前时刻的控制输入.

先确定当前时刻的最佳控制 $u_{op}(t)$. 显然 u_{op} 的性能测量值 p_{op} 应满足 $p_{op} = 0$. 假定已求得 u_i 的性能测量值 p_i , 并且

$$P_M = \min_{i=1}^L |p_i|, \quad M \in \{1, 2, \dots, l\}, \quad (7)$$

则 u_{op} 一定在参考控制量 u_M 的附近. 由表 1 可知, 如果 p_M 与 p_{M-1} 异号而与 p_{M+1} 同号, 则 u_{op} 在 $[u_{M-1}, u_M]$ 内. 当 $[u_{M-1}, u_M]$ 区间很小时, 有

$$\left. \frac{\partial p}{\partial u} \right|_{u=u_{op}} \approx \frac{|p_M - p_{op}|}{|u_M - u_{op}|} \approx \frac{|p_{op} - p_{M-1}|}{|u_{op} - u_{M-1}|}.$$

由此可推得

$$u_{op}(t) = u_M - (u_M - u_{M-1}) \cdot |p_M| / (|p_M| + |p_{M-1}|). \quad (8)$$

如果 p_M 与 p_{M+1} 异号而与 p_{M-1} 同号, 则 u_{op} 在 $[u_M, u_{M+1}]$ 内. 当 $[u_M, u_{M+1}]$ 区间很小时, $u_{op}(t)$ 由下式求得

$$u_{op}(t) = u_M + (u_{M+1} - u_M) \cdot |p_M| / (|p_M| + |p_{M+1}|). \quad (9)$$

如果 p_{M-1} 与 p_{M+1} 同号, 则取

$$u_{op}(t) = u_M. \quad (10)$$

当前时刻的控制输入可直接采用 $u_{op}(t)$. 但 $u_{op}(t)$ 的变化幅度可能会比较大. 因此, 在实际

应用中,控制输入 $u(t)$ 可按下式确定:

$$u(t) = u(t-1) + \lambda \cdot (u_{op}(t) - u(t-1)). \quad (11)$$

其中 $\lambda \in [0, 1]$ 为常数,用于调整控制输入的变化速度.

下面给出模糊预测控制算法步骤:

- 1) 确定参考控制量;
- 2) 按式(2)计算 t 时刻在各参考控制量作用下过程未来输出的预测值;
- 3) 根据表1的性能测量规则及式(5)和(6)的推理算法计算各参考控制量的性能测量值;
- 4) 由式(7)~(11)确定当前时刻 t 过程的控制输入 $u(t)$;
- 5) 将 $u(t)$ 作用于过程, $t \leftarrow t+1$, 转至2).

3 模糊预测控制算法的有效性

设被控过程的动态方程式(1)可用线性差分方程表示为

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + d(t). \quad (12)$$

其中

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}, \quad B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m+1},$$

q^{-1} 为后移算子. 此时,多步预测递推算式(2)可表示成

$$\hat{y}(t+N) = (1 - A(q^{-1}))\hat{y}(t+N) + B(q^{-1}) \cdot u(t+N-1) + \hat{d}(t). \quad (13)$$

设在最佳控制 $u_{op}(t)$ 作用下,过程在 $t+N$ 时刻的输出预测值为 $\hat{y}_{op}(t+N)$, 则

$$\hat{y}_{op}(t+N) = (1 - A(q^{-1}))\hat{y}_{op}(t+N) + B(q^{-1}) \cdot u_{op}(t+N-1) + \hat{d}(t). \quad (14)$$

令

$$\epsilon_e(t+n) = \hat{e}(t+N) - \hat{e}_{op}(t+N), \quad (15)$$

其中 $\hat{e}_{op}(t+N)$ 和 $\hat{e}(t+N)$ 分别为在最佳控制 $u_{op}(t)$ 和任一非最佳控制 $u(t)$ 作用下的 N 步预测偏差. 则由式(14)减式(13)得

$$A(q^{-1})\epsilon_e(t+N) = B(q^{-1}) \cdot [u_{op}(t+N-1) - u(t+N-1)].$$

设

$$B(q^{-1})/A(q^{-1}) = \sum_{i=1}^{\infty} h_i q^{-i+1}, \quad (16)$$

并考虑到假设条件 A1, 则

$$\epsilon_e(t+N) = \sum_{i=1}^N h_i \cdot [u_{op}(t) - u(t)]. \quad (17)$$

令

$$g_N = \sum_{i=1}^N h_i, \quad (18)$$

则

$$\epsilon_e(t+N) = g_N \cdot (u_{op}(t) - u(t)). \quad (19)$$

设

$$\epsilon_{ce}(t+N) = \hat{c}\hat{e}(t+N) - \hat{c}\hat{e}_{op}(t+n). \quad (20)$$

其中 $\hat{c}\hat{e}_{op}(t+n)$ 和 $\hat{c}\hat{e}(t+N)$ 分别为在最佳控制 $u_{op}(t)$ 和任一非最佳控制 $u(t)$ 作用下的 N 步预测偏差变化. 不难推得

$$\epsilon_{ce}(t+N) = (g_N - g_{N-1}) \cdot (u_{op}(t) - u(t)). \quad (21)$$

假设控制量论域中任意两个控制量 u_1 和 u_2 的性能测量值为 p_1 和 p_2 , 并且 $u_1 < u_2$. 由式(19)和(21)及表1的性能测量规则不难看出, 当 g_N 与 $g_N - g_{N-1}$ 同号或 $g_N = g_{N-1} \neq 0$ 时,

有如下结论:

- 1) $|u_1 - u_{op}| > |u_2 - u_{op}| \Leftrightarrow |p_1| > |p_2|$;
- 2) $u_{op} \in [u_1, u_2] \Leftrightarrow p_1 \cdot p_2 < 0$;
- 3) $u_{op} \notin [u_1, u_2] \Leftrightarrow p_1 \cdot p_2 > 0$.

上述结论表明, $u(t)$ 与 $u_{op}(t)$ 相差越大, 则 $u(t)$ 的性能测量值的绝对值越大; 反之亦然. 另外, 根据性能测量值 p_1 和 p_2 的符号可判别最佳控制量 u_{op} 是否在区间 $[u_1, u_2]$ 内. 因此, 对于由式(12)描述的过程, 如果模糊预测控制算法采用的预测步数 N 满足

$$g_N \cdot (g_N - g_{N-1}) \geq 0 \quad \text{且} \quad g_N \neq 0, \quad (22)$$

则模糊预测控制是有效的. 这里, g_N 为过程单位阶跃响应序列中的数据.

上述的模糊预测控制算法的有效性分析是基于线性过程的. 设 $X(t)$ 为非线性对象在 t 时刻的状态向量. 一般地, 总存在 $X(t)$ 的一个邻域 $\Omega_{X(t)}$, 过程在 $\Omega_{X(t)}$ 上的动态特性可以用线性差分方程式(12)表示. 由于模糊预测控制采用了类似于传统预测控制中的滚动优化控制策略, 在时刻 t , 过程控制输入的确定是基于过程所处的状态 $X(t)$ 的. 因此, 如果时刻 t 所采用的预测步数 $N(t)$ 满足:

- 1) 在控制量论域中的任一参考控制量作用下, 过程未来的预测状态 $\hat{X}(t+N)$ 满足:

$$\hat{X}(t+N) \in \Omega_{X(t)}, \quad i = 1, 2, \dots, N(t); \quad (23)$$

- 2) 过程在 $X(t)$ 的邻域 $\Omega_{X(t)}$ 上的单位阶跃响应序列中的数据 $g_{N(t)}(t)$ 和 $g_{N(t)-1}(t)$ 满足:

$$g_{N(t)}(t) \cdot (g_{N(t)}(t) - g_{N(t)-1}(t)) \geq 0 \quad \text{且} \quad g_{N(t)}(t) \neq 0, \quad (24)$$

则模糊预测控制在 t 时刻是有效的. 如果各个时刻所采用的预测步数 $N(t)$ 均满足式(23)和(24)的条件, 则模糊预测控制在各个时刻均是有效的.

4 仿真研究

4.1 线性被控对象

设对象为 $w(s) = \frac{1}{(1+20s)(1+30s)(1+50s)}$, 预测模型可以采用与该传递函数等价的任意形式的时间离散模型. 仿真使用的预测模型为^[1]

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1),$$

$$A(q^{-1}) = 1 - 2.1325q^{-1} + 1.5039q^{-2} - 0.3507q^{-3},$$

$$B(q^{-1}) = 2.597 \times 10^{-3} + 7.792 \times 10^{-3}q^{-1} + 7.792 \times 10^{-3}q^{-2} + 2.597 \times 10^{-3}q^{-3}.$$

设控制量论域为 $[0, 2]$, 将区间 $[0, 2]$ 平均分成 10 等份, 取等份点作为参考控制量. 图 2 为设定值作单位阶跃变化时, 控制系统的响应. 可见, 本文提出的模糊预测控制方法是有效的. 大量仿真研究结果表明, 模糊预测控制算法对非最小相位对象和不稳定对象均能进行有效的控制^[2].

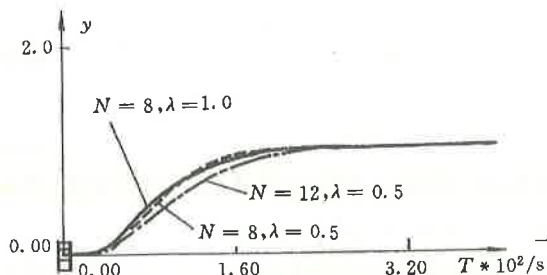


图 2 线性对象模糊预测控制系统的响应

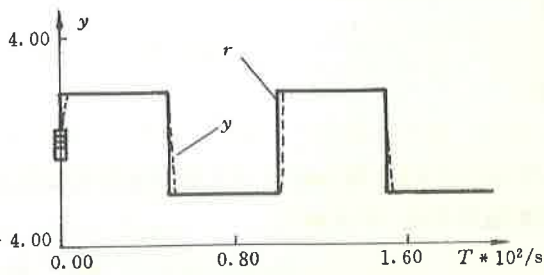


图 3 非线性对象模糊预测控制系统的响应

4.2 非线性被控对象

设对象为^[3] $y(t) = y(t-1)/(1+y(t-1)^2) + u(t-1)^3$. 假定控制量论域为 $[-2, 2]$, 将区间 $[-2, 2]$ 平均分成10等份, 取等份点作为参考控制量. 仿真中, 各控制时刻的预测步数 $N(t)$ 均取为6, 取 $\lambda = 1.0$. 图3为设定值在 -2 和 $+2$ 之间作阶跃变化时, 控制系统的响应. 可见, 模糊预测控制算法也可对非线性对象进行有效的控制. 但对如何选取各控制时刻的预测步数 $N(t)$ 等问题需进一步研究.

5 结 论

本文对模糊控制与预测控制相结合的控制方法的研究作了有益的尝试, 提出了一种模糊预测控制算法. 仿真研究结果表明, 该控制算法是有效的.

本文所提出的模糊预测控制方法的特点是, 系统的性能指标的选择比较灵活, 并且对被控对象的模型描述形式没有严格要求. 它既适用于线性对象, 也可用于非线性对象的控制, 具有更广的适用性.

参 考 文 献

- 1 吕剑虹. 预测控制在热工过程控制中的应用研究. 东南大学博士学位论文, 南京, 1990
- 2 睢刚. 热工过程模糊控制系统研究. 东南大学博士学位论文, 南京, 1995
- 3 Hunt, K. J. and Sbarbaro, D. . Neural networks for nonlinear internal model control. IEE Proc. -D, 1991, 138(5): 431-438

A New Predictive Control Algorithm: Fuzzy Predictive Control Algorithm

JU Gang and CHEN Laijiu

(Department of Power Engineering, Southeast University, Nanjing, 210018, PRC)

Abstract: Incorporating fuzzy control and predictive control, this paper proposes a fuzzy predictive control algorithm which is based on a general time discrete model of a process. The valid of the fuzzy predictive control algorithm is discussed. The simulation results show that the proposed fuzzy predictive algorithm can be used for both linear processes and nonlinear processes.

Key words: predictive control; fuzzy control

本文作者简介

睢刚 1966年生. 1991年和1995年于东南大学动力系分别获硕士学位和博士学位. 现为东南大学动力系讲师. 目前主要从事模糊控制及分散控制系统的研究工作.

陈来九 1952年毕业于厦门大学机械工程系. 长期从事热工过程自动控制方面的教学和科研工作. 现为东南大学动力系教授, 博士生导师.