

## 基于拟非线性模糊模型的复杂系统模糊辨识

张平安 熊学健 李人厚

(西安交通大学系统工程研究所·西安, 710049)

**摘要:** 针对一阶 Takagi-Sugeno[以下简称 T-S]模型辨识复杂系统的困难, 本文提出了一种新的拟非线性模糊模型. 即在一阶 T-S 模型的基础上, 再进行一次非线性映射. 这种模糊模型不仅具有较高的辨识精度, 而且具有良好的泛化功能. 运用改进的 FCM(Fuzzy C-Means)模糊聚类方法, 辨识该模糊模型的结构, 与以往的方法比较, 极大地简化了结构辨识的复杂性. 仿真结果进一步说明了该方法的有效性.

**关键词:** 模糊辨识; 模糊聚类; 卡尔曼滤波

### 1 引言

自文献[1]建立一阶 T-S 模型以来, 国内外许多学者对此进行了卓有成效的研究<sup>[1~3]</sup>. 但由于这种模型运用模糊网格的结构辨识方法, 其结构辨识过程非常复杂. 直到现在, 这种模型还是模糊辨识方法研究的重点和难点<sup>[4,7]</sup>. 同时, 这种一阶 T-S 模型是典型的拟线性模糊模型. 为了提高模型的辨识精度, 不得不增加模糊规则数, 这将导致辨识参数成指数增长, 从而增加模糊模型的复杂性. 虽然文献[3]从设计模糊控制器的需要出发, 提出了结论部分为多项式的更一般的 T-S 模型. 并且证明了这种模型具有任意逼近性. 但这种模型随着输入变量的个数及多项式阶次的增加, 不仅所需辨识的参数很多, 而且模型本身的结构很复杂, 难以实用.

本文则另辟蹊径, 提出运用模糊聚类的方法进行模型的结构辨识. 同时借鉴 Wiener 模型的实现思想, 提出了在一阶 T-S 模型的基础上, 再进行一次非线性映射, 构成一种新的拟非线性模糊模型. 它不仅解决上述一阶 T-S 模型的局限性, 而且与其它拟非线性模糊模型比较, 具有实现简单的优点. 仿真结果表明, 该方法辨识精度高, 具有良好的泛化特性.

### 2 模糊模型的描述

设被辨识对象为  $P(X, Y)$ , 其中  $X$  为系统的输入,  $Y$  为系统的输出, 不失一般性, 本文讨论 MISO 系统  $f: X \subset \mathbb{R}^p \rightarrow Y \subset \mathbb{R}$  的辨识.

系统的模糊模型可由  $c$  条具有以下形式的模糊隐含规则构成:

$$R^i \quad \text{IF } x_1 \text{ 是 } A_{1j'_1} \text{ 和 } x_2 \text{ 是 } A_{2j'_2} \text{ 和 } \cdots \text{ 和 } x_p \text{ 是 } A_{pj'_p} \text{ THEN } y_i = f_i(X). \quad (1)$$

其中

$$1 \leq j'_k \leq j_k, \quad k = 1, 2, \dots, p, \quad i = 1, 2, \dots, c.$$

式(1)中,  $R^i$  表示模糊模型的第  $i$  条规则;  $x_1, x_2, \dots, x_p$  是系统的输入变量, 又称前提(前件)变量;  $A_{1j'_k} (1 \leq j'_k \leq j_k, k = 1, 2, \dots, n)$  是前提变量相应的隶属函数, 描述这些隶属函数的参数称为前提参数;  $f(X)$  为一连续函数, 通常用多项式表示. 甚至可以是一个网络结构合理的前馈神经网络.

式(1)所示的这类模糊模型运用模糊网络的结构辨识方法, 划分模糊模型的输入结构空间. 显然, 这种划分过程十分复杂, 而且需确定的前提参数过多. 为此, 本文提出运用模糊聚类的方法划分模糊结构空间. 相应的一阶 T-S 模型的模糊隐含规则为:

$$\tilde{R}^i \quad \text{IF } S(X) \in C_i(v_i) \text{ THEN } \hat{y}_i = a_0^i + a_1^i x_1 + a_2^i x_2 + \cdots + a_p^i x_p. \quad (2)$$

式中  $S(X)$  为系统的输入结构空间;  $C_i(v_i)$  为第  $i$  个聚类, 即第  $i$  个模糊区域;  $v_i$  为第  $i$  个聚类中心.

文献[3]从设计模糊控制器方面考虑, 当输入变量为两个时, 定义  $f(X)$  为

$$P_i(r_1, r_2) = \sum_{k_1=0}^{r_1} \sum_{k_2=0}^{r_2} A_i(k_1, k_2) x_1^{k_1} x_2^{k_2}. \quad (3)$$

式中  $A_i(k_1, k_2)$  和  $r_i$  相对于式(1)称结论(后件)参数. 根据式(3)可知, 它的最高阶次为  $r_1 + r_2$ . 如果输入变量  $n > 2$ , 且  $r_i > 2, i = 1, 2, \dots, n$  时, 那么这种模型不仅所需辨识的参数多, 而且模型本身的结构非常复杂.

众所周知, Wiener 模型采用线性动态系统后串接一个非线性静态系统解决了很多非线性动态系统的辨识问题. 我们借鉴这种思想, 提出了在式(2)所示的一阶 T-S 模型的基础上, 再进行一次非线性映射. 本文的非线性映射取为一个阶次适当的多项式, 这样构成一个新的拟非线性模糊模型.

令多项式为

$$P(y) = a_1 y + a_2 y^2 + \dots + a_r y^r, \quad (4)$$

式中  $y$  为一阶 T-S 模型的输出.

定义

$$\mathcal{V} = (v_1, v_2, \dots, v_c), \quad (5)$$

$$\mathcal{A}_x = (a_1, a_2, \dots, a_r), \quad (6)$$

$$\theta = [a_0^1, \dots, a_0^c, a_1^1, \dots, a_1^c, \dots, a_p^1, \dots, a_p^c]^T. \quad (7)$$

则拟非线性模糊模型可由下面六元组描述:

$$M_{\text{QNFM}} = M(c, p, \mathcal{V}, \theta, \mathcal{A}_a, r). \quad (8)$$

式中  $c$  是一阶 T-S 模型的规则数,  $p$  是输入变量维数,  $\mathcal{V}$  是模糊聚类中心的集合,  $\theta$  是一阶 T-S 模型的结论表达式的参数集合,  $\mathcal{A}_a$  为多项式系数,  $r$  为式(4)中的最高阶次.

$M_{\text{QNFM}}$  模型具有以下特点:

- 1) 当  $a_1 = 1, a_i = 0, i = 2, 3, \dots, r$  时, 这时  $M_{\text{QNFM}}$  为一阶 T-S 型模型. 这样拟线性模糊模型和拟非线性模糊模型有机地统一起来了;
- 2) 结构辨识过程简单;
- 3) 作为拟非线性模糊模型, 它解决了一般拟非线性模糊模型难以实现和实用的缺陷. 与一阶 T-S 模型比较, 在合理增加模糊模型复杂性的情况下, 使得这种模糊模型具有较高的辨识精度和良好的泛化性能.

### 3 模糊模型辨识方法

#### 3.1 模糊聚类方法

一般来说, 模糊聚类方法更适合于拟非线性模糊模型的结构辨识. 本文提出了一种改进的 FCM 方法(即 MFCM), 求模糊规则的激励水平. 这种方法实现的核心是在定义模糊聚类的距离准则时, 不仅利用系统的输入信息, 而且利用系统的输出信息. 这样可同时进行模糊模型的结构与参数辨识.

MFCM 方法的具体实现如下:

令

$$\delta_{ik} = ((1 - \alpha)d_{ik}^2 + \alpha e_{ik}^2)^{1/2}, \quad (9)$$

其中

$$d_{ik} = \|x_k - v_i\|, \quad e_{ik} = y_k - y_k^i. \quad (10)$$

$e_{ik}$  为第  $i$  个模糊子模型的输出与系统当前实际输出间的误差值. 而  $y_k^i$  为第  $i$  个模糊子模型的第  $k$  个输出值,  $v_i$  为第  $i$  个聚类中心. 有关隶属度和聚类中心的更新公式分别如下:

$$\mu_{ik} = 1 / [\sum (\delta_{ik} / \delta_{jk})^{2/(m-1)}], \quad (11)$$

$m > 1$ .  $\mu_{ik}$  为第  $k$  个样本属于第  $i$  个聚类的隶属度.

$$v_i = \sum_{k=1}^n \mu_{ik}^m(k) x(k) / \sum_{k=1}^n \mu_{ik}^m(k), \quad i = 1, \dots, c. \quad (12)$$

不难发现,  $e_{ik}$  的引入是有代价的. 在计算模糊规则的激励水平时, 需要知道输出的信息, 而这个正是所要求解的信息. 为了解决上述矛盾, 本文定义了渐近遗忘因子  $\alpha = \exp(-\text{num}/D)$ . 其中 num 为循环步数,  $D$  为一常数. 这个渐近遗忘因子作为  $d_{ik}$  和  $e_{ik}$  的权重, 既能够有效地利用系统的输出信息“指导”模糊聚类过程, 又能够减轻由于引入误差项所带来的代价.

本文基于 MFCM 方法, 辨识  $M_{\text{QNFM}}$  中的一阶 T-S 模型的规则数, 以及  $M_{\text{QNFM}}$  模型的模糊结构空间的划分. 最后, 再辨识多项式的阶次  $r$ . 需要指出的是, 在阶次辨识过程中, 聚类中心及模糊规则数都保持不变, 只是调节结论参数及多项式的系数. 计算不同  $r$  ( $2 \leq r \leq 4$ ) 下,  $M_{\text{QNFM}}$  的特性指标值, 并从中选择具有最好特性指标值的阶次  $r$ . 显然, 在阶次辨识过程中, 需要进行参数辨识. 下节结合参数辨识方法给出本文完整的模糊辨识方法.

### 3.2 参数辨识方法

对于式(2)所示的一阶 T-S 模糊模型, 其结论参数的辨识方法与文献[1]一样, 可以转化为如下最小二乘问题:

$$y_m(k) = \varphi^T(\mu, k) \theta. \quad (13)$$

式中

$$\varphi^T(\mu, k) = [\mu_1(k), \dots, \mu_c(k), \mu_1(k)x^T(k), \dots, \mu_c(k)x^T(k)], \quad k = 1, \dots, L. \quad (14)$$

其中,  $\mu_i(k)$  为第  $k$  个样本对第  $i$  条规则的隶属度.

对于式(13)所示最小二乘问题, 为了避免矩阵求逆, 可利用文献[1]给出的稳态卡尔曼滤波公式求得结论参数矩阵  $\theta$ .

对于  $M_{\text{QNFM}}$  整体而言, 需要解决非线性参数辨识问题. 为了避免运用复杂的非线性规划的方法求解这些参数, 本文运用文献[5]提出的一种有效的扩展卡尔曼滤波算法来辨识  $M_{\text{QNFM}}$  的参数.

至此, 我们给出本文  $M_{\text{QNFM}}$  完整的辨识算法, 总结如下:

1) 初始设置  $r = 1, a_1 = 1, a_i = 0, i = 2, 3, \dots, r$ .

2) 运用 MFCM 聚类方法, 辨识一阶 T-S 模型的结构. 具体步骤如下:

① 给定  $c, m$ , 隶属度  $\mu_{ik}$  的初始值和阈值  $\epsilon$ , 且置  $l = 1$ ;

② 运用式(12)更新聚类中心;

③ 运用稳态卡尔曼滤波公式辨识  $\theta$ , 并计算  $e_{ik} = y_k - y_k^i$  和式(9)所示的  $\delta_{ik}$ ;

④ 根据式(11)更新  $\mu_{ik}$ , 且置  $l = l + 1$ ;

⑤ 如果  $\|\mu^{(l-1)} - \mu^{(l)}\| \leq \epsilon$ , 则转 3). 否则, 转 ②;

3) 辨识多项式阶次  $r$  ( $r \geq 2$ ).

4) 如果当前所辨识的模型的性能指标满足要求, 则辨识算法结束. 否则,  $c = c + 1$ , 转 1).

#### 4 仿真实例

**例 1** 由一个批量化工生产过程产生 70 个数据  $\{y(k), k = 1, 2, \dots, 70\}$  组成了一个  $F$  序列<sup>[7]</sup>, 其中  $y(k-1)$  和  $y(k-2)$  做为输入变量. 本文运用式(8)所示的模糊模型对此时不变序列进行模糊辨识. 表 1 列出了各种模型的特性指标.

众所周知, 由于该系统具有随机性, 也就是说, 它难以满足连续函数的条件. 因此, 对于这组辨识数据, 无论运用状态空间模型还是模糊辨识方法, 其辨识过程都是非常困难的. 虽然如此, 表 1 的结果表明, 采用本文  $M_{QNF}$  辨识这种数据, 具有优越性.

表 1 各种辨识方法的性能比较

| 序列   | AR(2)模型 <sup>[7]</sup> | Aoki 模型 <sup>[7]</sup> | Libert 模型 <sup>[7]</sup> | Wang 模型 <sup>[7]</sup> |         | 本文模型           |                |
|------|------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|---------|----------------|----------------|
| 规则数  |                        |                        |                          | $c = 3$                | $c = 5$ | $c = 3, r = 2$ | $c = 6, r = 2$ |
| 均方误差 | 113.80                 | 114.44                 | 114.30                   | 98.9                   | 96.75   | 95.8424        | 68.0504        |
| 最大误差 | 25.66                  | 25.84                  | 25.71                    | 24.11                  | 20.67   | 21.5260        | 20.8646        |
| 中值误差 | 1.12                   | 1.20                   | 1.16                     | -6.52                  | 0.53    | 3.0548         | -1.0211        |
| 最小误差 | -28.24                 | -28.35                 | -28.45                   | -28.59                 | -27.6   | -25.6311       | -22.8166       |
| 平均误差 | 0.11                   | 0.13                   | 0.11                     | 0.002                  | 0.004   | 0.0091         | -0.0055        |

#### 5 结 论

本文提出了一种新的模糊辨识方法. 主要内容有拟非线性模糊模型和辨识该模型结构的 MFCM 方法. 这种辨识方法具有实现简单, 辨识精度高的特点, 而且具有良好的泛化特性. 仿真结果表明, 这是一种在实际中行之有效的辨识方法.

#### 参 考 文 献

- 1 Takagi, T. and Sugeno, M.. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. IEEE Trans. Systems, Man, Cybern., 1985, 1(1): 116-132
- 2 Shin-ichi, H., Furuhashi, T. and Uchikawa, T.. On fuzzy modeling using fuzzy neural networks with the back-propagation algorithm. IEEE Trans. Neural Network, 1992, 3(5): 801-806
- 3 Buckley, J.. Sugeno type controllers are universal controllers. Fuzzy Sets and Systems, 1993, 53(3): 299-303
- 4 Ronald, R. Yager and Dimitar, P. Filev. Unified structure and parameter identification of fuzzy models. IEEE Trans. Systems, Man, Cybern., 1993, 23(4): 1198-1205
- 5 张友民等. 一种前馈神经网络的卡尔曼滤波学习方法. 信息与控制, 1994, 23(2): 113-118
- 6 Narazaki, H. and Ralescu, A. L.. An improved synthesis method for multilayered neural networks using qualitative knowledge. IEEE Trans. Fuzzy Systems, 1993, 1(2): 125-137
- 7 Liang, W. and Langari, R.. Complex systems modeling via fuzzy logic. IEEE Trans. Systems, Man, Cybern. 1996, 26(1): 100-105

## Quasilinear-Fuzzy-Model-Based Fuzzy Identification for Complex Systems

ZHANG Pingan, XIONG Xuejian and LI Renhou

(Institute of Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University • Xi'an, 710049, PRC)

**Abstract:** In this paper, a new Quasilinear Fuzzy Model (QNFM) is presented to overcome the difficulty of the identification of complex systems using the first order Takagi-Sugeno model. The structure of the fuzzy model is based on the first order Takagi-Sugeno model, then a nonlinear map is carried out. The presented fuzzy model has the advantages of high identification accuracy and good generalization performance. The structure of the fuzzy model is identified by the modified FCM fuzzy clustering technique, compared with other existing methods, the procedure for finding the optimal structure of the fuzzy model is simplified. The simulation results show that this method is very efficient.

**Key words:** fuzzy identification; fuzzy clustering; Kalman filter

### 本文作者简介

**张平安** 1966年生, 1996年获西安交通大学系统工程专业博士学位, 主要研究领域是模糊辨识, 模糊神经网络, 智能决策支持系统, 基于 Intranet 的管理信息系统等。

**熊学健** 女, 1971年生, 1996年获西安交通大学系统工程专业硕士学位, 现为西安交通大学电气学院博士研究生, 主要研究领域是模糊辨识, 模糊传感器和模糊控制等。

**李人厚** 1935年生, 西安交通大学教授, 博士生导师, 主要研究方向为大系统的理论与应用, 复杂系统的智能控制和计算机控制系统。