第 15 卷第 3 期
1998 年 6 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 15, No. 3
Jun., 1998

一种新的时变系统极点配置自适应控制方法*

张承进
(山东电力专科学校动力系·济南,250002)

潘学军　　柴天佑
(大连理工大学·大连,116024)　(东北大学自动化研究中心·沈阳,110006)

摘要: 本文针对连续快时变系统,提出不要求系统参数未知部分上界的先验信息的自适应算法,得到间接自适应控制方案并且证明闭环系统稳定,仿真结果说明本文的方法有效.

关键词: 时变系统; 自适应控制; 极点配置

1　引　言

Tsakalis 与 Ioannou[1,2]研究了一般的快时变连续系统的自适应控制问题,给出了一种适合一大类线性时变(LTV)系统的间接自适应控制方法,不象一般的处理慢时变系统的控制方法,它能使得控制系统 I/O 算子的多项式积分算子(PIO)匹配于给定的控制目标,但是它需要系统参数慢时变部分的先验知识,我们知道在实践中这是很难得到的.

本文研究快时变连续系统的极点配置自适应控制(PPAC)问题,给出一个勿需系统参数慢时变部分先验信息的自适应控制方法,用一个新的算法代替[1]中的 σ- 修正算法,并且证明新算法满足光滑快速时变参数系统的极点配置控制目标,最后给出仿真结果.

2　系统描述及极点配置控制(PPC)

考虑系统

$$D_p(s,t)y_p = N_p(s,t)u_p. \tag{1}$$

其中 $D_p(s,t), N_p(s,t)$ 为 n 阶多项式微分算子 (PDO) 且 $D_p(s,t)$ 首一,假设系统(1)满足:

A1) $D_p(s,t), N_p(s,t)$ 的系数为一致有界的光滑函数.

A2) 系统的阶数 n 为已知常数.

A3) $D_p(s,t), N_p(s,t)$ 一致左互质,即存在 PDO $P(s,t), Q(s,t)$,使得

$$D_p(s,t)P(s,t) + N_p(s,t)Q(s,t) = 1, \quad \forall\, t \in \mathbb{R}^+.$$

引理 2.1[1]　对系统(1),存在 $\theta^*(t) \in \mathbb{R}^{2n}$,使得

$$y_p + \hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\theta^*(t) = 0, \quad \forall\, t \geqslant 0. \tag{2}$$

其中

$$\hat{G}^{\mathrm{T}}(s) = [q^{\mathrm{T}}(sI-F)^{-1}, q^{\mathrm{T}}(sI-F)^{-1}],$$
$$U = \mathrm{diag}[\underbrace{-u_p,\cdots,-u_p}_{n}, \underbrace{y_p,\cdots,y_p}_{n}], \tag{3}$$

F 为 $n \times n$ Hurwitz 矩阵, (q^{T}, F) 完全可控.

当系统参数已知时,我们采用如下的控制输入:

$$u_p = [p_1^{\mathrm{T}}(t)G_1(s) + p_3(t)]y_1; \quad y_1 = p_2^{\mathrm{T}}(t)G_1(s)y_1 + (r - y_p). \tag{4}$$

其中 r 为参考输入, $p_1(t), p_2(t), p_3(t)$ 为控制参数, $G_1(s) = (sI - F_1)^{-1}q_1$, $F_1 \in \mathbb{R}^{(n-1)\times(n-1)}$ 为 Hurwitz 矩阵, (F_1, q_1^{T}) 完全可控. 我们知道控制律(4)能够满足系统(1)的 PPC 控制目的.

---

* 国家自然科学基金重点资助项目(69635010).
本文于 1996 年 6 月 7 日收到. 1997 年 3 月 19 日收到修改稿.

LTV 系统的 PPAC

假设系统参数 $\theta^*(t)$ 的时变特性可描述为

$$\theta^*(t)=\theta_0^*(t)+H_1(t)\theta_1^*(t)+\cdots+H_l(t)\theta_l^*(t),$$

等价的

$$\theta^*(t)=\hat{H}(t)\hat{\theta}^*(t). \tag{5}$$

中 $\hat{\theta}^*(t)=[\theta_0^{*\mathrm{T}},\theta_1^{*\mathrm{T}},\cdots,\theta_l^{*\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{2n(l+1)}$ 为系统参数的未知部分，$\hat{H}(t)=[I,H_1(t),\cdots,$ $_l(t)]\in\mathbb{R}^{2n\times 2n(l+1)}$ 为已知部分，我们先估计 $\hat{\theta}^*(t)$，然后求 $\theta^*(t)$ 的估计 $\theta(t)=\hat{H}(t)\hat{\theta}(t)$，其 $\hat{\theta}(t)$ 为 $\hat{\theta}^*(t)$ 的估计. 记参数误差，估计误差，增广误差分别为

$$\hat{\phi}=\hat{\theta}-\hat{\theta}^*(t),$$

$$e_1=y_p+\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)\hat{\theta}=\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)\hat{\phi}, \tag{6}$$

$$\varepsilon_1=y_p+\hat{\theta}^{\mathrm{T}}[\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)]^{\mathrm{T}}=\hat{\phi}^{\mathrm{T}}[\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)]^{\mathrm{T}}-\eta, \tag{7}$$

$$\eta=\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)\hat{\theta}^*(t)-\hat{\theta}^{*\mathrm{T}}(t)[\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)]^{\mathrm{T}}. \tag{8}$$

们给出以下自适应参数估计算法：

$$\dot{\hat{\theta}}=-\Gamma\frac{\varepsilon_1[\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)]^{\mathrm{T}}}{m^2}-\Gamma|\delta|\hat{\theta},$$

$$\dot{\delta}=-a_0\delta-a_1\frac{\varepsilon_1}{m^2};\quad \delta(0)=0,\quad a_1/a_0\leqslant\bar{\mu},\quad 0<a_1\leqslant a_0<1. \tag{9}$$

中

$$\dot{m}=-\delta_0 m+\delta_1(|u_p|+|y_p|+1);\quad \delta_1/\delta_0\leqslant m(0), \tag{10}$$

$=\Gamma^{\mathrm{T}}>0,a_0,a_1,\delta_1>0$ 为设计参数，选择 $\delta_0>0$ 使得 $F+\delta_0 I$ 稳定.

为了研究估计器性质，我们引入以下定义和引理.

定义 3.1 对逐段连续函数 $f:[t_0,t_0+T]\mapsto\mathbb{R}^n$，若

$$\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}\|f(t)\|\mathrm{d}t\leqslant\mu+\frac{a_0}{T};\quad a_0\in\mathbb{R}^+,\quad \mu>0,$$

称 f 为 μ-平均小，记为 $f\in S_\mu$.

引理 3.1 在系统 $Z=W(s)U$ 中，若 $W(s)$ 严格正则且极点 p_i 满足 $\delta_0+\delta_2\leqslant\min\limits_j|\mathrm{Re}p_j|$，$(t)\leqslant|u_p(t)|+|y_p(t)|+m(t),\forall t\geqslant 0$，则 $Z/m\in L_\infty$，即 Z/m 一致有界.

引理 3.2 假设参数 $\hat{\theta}^*(t)$ 一致有界，那么 $\|\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)\|/m,y_p/m,u_p/m\in L_\infty$.

上引理的证明类似于[4]，在此省略.

定理 3.1 对系统(1)和估计器(9)，如果 $\|\hat{\theta}^*(t)\|$ 一致有界且 $\|\dot{\hat{\theta}}^*(t)\|,\|\dot{\hat{\theta}}^*(t)\|^2\in$ $,\mu\geqslant 0$，那么 $\hat{\theta},\dot{\hat{\theta}}$ 一致有界并且 $\|\hat{\phi}\|^2\in S_{\mu_0}$，其中 $\mu_0=C(\varepsilon_0+\mu+\bar{\mu})$，$\varepsilon_0\in(0,1]$ 为任常数，$C\in\mathbb{R}^+$.

证 由(9)可导出

$$=-\Gamma\frac{\varepsilon_1[\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)]^{\mathrm{T}}}{m^2}-\Gamma|\delta|\hat{\theta}-\dot{\hat{\theta}}^*(t)$$

$$=-\Gamma\frac{\hat{\phi}^{\mathrm{T}}[\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)]^{\mathrm{T}}[\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)]^{\mathrm{T}}}{m^2}-\Gamma|\delta|\hat{\theta}+\Gamma\frac{\eta[\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)]^{\mathrm{T}}}{m^2}-\dot{\hat{\theta}}^*(t). \tag{11}$$

正定函数 $V=\hat{\phi}^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\hat{\phi}+\delta^2/2$，沿(11)对 t 求导得

$$\dot{V} \leqslant -\frac{1}{2m^2}[\hat{\phi}^{\mathrm{T}}[\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)]^{\mathrm{T}}]^2 - 2|\delta|\left[\|\hat{\phi}\| - \frac{\|\hat{\theta}^*\|}{2}\right]^2 - (a_0 - a_1^2)$$
$$\cdot\left[|\delta| + \frac{\|\hat{\theta}^*\|^2}{4(a_0 - a_1^2)}\right]^2 + \frac{3\eta^2}{2m^2} + \frac{\|\hat{\theta}^*\|^4}{16(a_0 - a_1^2)} + C\|\dot{\hat{\theta}}^*\|\|\hat{\phi}\|.$$

所以对某个 $V_0 > 0$，只要 $V \geqslant V_0$，就有 $\dot{V} \leqslant 0$，所以 $V, \delta, \hat{\phi} \in L_\infty$，因此由引理 3.2 知 $\hat{\theta}, \dot{\hat{\theta}} \in L_\infty$，另外由 $\eta/m \in L_\infty$[1]，引理 3.2 及(7)也有 $\varepsilon_1/m \in L_\infty$，所以我们有

$$\frac{[\hat{\phi}^{\mathrm{T}}[\hat{G}^{\mathrm{T}}(s)U\hat{H}(t)]^{\mathrm{T}}]^2}{m^2} \in S_{\mu_1}, \quad \mu_1 = g(\mu + \bar{\mu}),$$

其中 $g \in \mathbb{R}^+$.

以下的证明类似于[3]，定理证毕.

定理 3.1 表明当 $\varepsilon_0, \mu, \bar{\mu}$ 充分小时，参数估计的平均误差充分小，并且定理的结论与 u_p, y_p 无关，因此当 u_p, y_p 为闭环信号时也有效.

当 $\hat{\theta}^*(t)$ 未知时，根据确定性等价原则，我们给出 LTV PPAC.

第一步　由(9)求得 $\hat{\theta}$，再求 $\theta = \hat{H}(t)\hat{\theta}$；

第二步　由引理 2.1 求得 $\hat{D}_p(s,t), \hat{N}_p(s,t)$；

第三步　解 Diophantine 方程

$$\hat{D}_p(s,t) * \hat{N}_2(s,t) + \hat{N}_p(s,t) * \hat{N}_1(s,t) = A_*(s)$$

得到 $\hat{N}_1(s,t), \hat{N}_2(s,t)$，其中 $*$ 表示假定 $\hat{\theta}$ 在 t 时刻为常值，对其不进行微分运算；

第四步　根据[1]的引理 2.2，由 $\hat{N}_1(s,t), \hat{N}_2(s,t)$ 计算 $\hat{p}_i(t), i = 1,2,3$；

第五步　将 $p_i(t) = \hat{p}_i(t)$ 用于控制律(4).

定理 3.2　对于 LTV 系统(1)及其 PPAC，存在 $\mu^* > 0$，当 $\bar{\mu}, \mu \in [0, \mu^*)$ 时，对任意有界参考输入 r，所有的闭环信号一致有界，即控制系统稳定.

证　类似于[1]的定理 5.1 的证明，在此省略.

4　仿真例子

考虑二阶时变系统 $(s^2 + sa_1 + a_2)y_p = u_p$，其中 $a_1 = 20 + 12\sin 2t, a_2 = 6\cos 2t$ 为时变系统参数，控制目标为：设计一个 PPAC 控制器使得闭环 PIO 等于 $(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)^{-1}$. 取 $F_1 = -2, q_1 = 1$，则控制器为 $u_p = p_1(s+2)^{-1}y_1 + p_3 y_1; y_1 = p_2(s+2)^{-1}y_1 + (r - y_p)$. 假设我们已知系统参数具有形式 $a_1 = c_1 + c_2\sin 2t; a_2 = c_3 + c_4\cos 2t$，其中，$c_1 - c_4$ 为未知常数，取

$q^{\mathrm{T}} = [1, 0]; F = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}, D(s) = s^2 + 5s + 6$,

由引理 2.2 知参数 θ^* 与 a_1, a_2 具有相同的形式，根据以上讨论，由估计器(9)得到 $\hat{\theta}^{\mathrm{T}} = [\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3, \hat{\theta}_4]$，并且由引理 2.2 得 $\hat{a}_1 = \hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_3\sin 2t + 5$，$\hat{a}_2 = \hat{\theta}_2 + \hat{\theta}_4\cos 2t + 6$，取 $\delta_0 = \delta_1 = 1; a_0 = 0.9, a_1 = 0.01$；初始条件 $\hat{\theta}^{\mathrm{T}}(0) = [13.5, -5.4, 13.2, 5.4]$ 大致为 10% 的初始误差，图 1 表明新的控制方案在参数未知部分慢时变但整个系统快时变时能有效地实现控制目标.

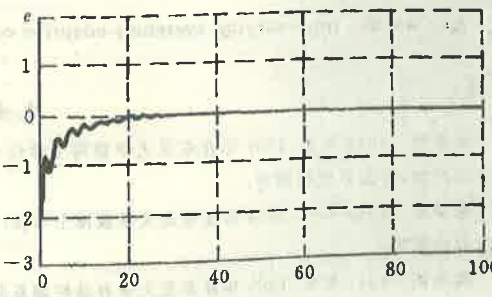

图 1　用 TV PPC 实现的自适应调节

5 结束语

在本文中,我们研究了 LTV 系统的 PPAC 问题,当系统参数慢时变部分未知时,给出了不要求未知参数上界先验信息的估计算法,应用确定性等价原则,得到了间接自适应控制器,并且证明只要参数未知部分慢时变,整个系统可为快时变时,新的 LTV PPAC 闭环系统是稳定的,仿真结果说明本文的方法是有效的.

参考文献

1 Tsakalis, K. S. and Ioannou, P, A.. A new indirect adaptive control scheme for time-varying plants. IEEE Trans. Automat. Contr., 1990, AC-35(5): 697−704

2 Tsaklis, K. S. and Ioannou, P. A.. Adaptive control of linear time-varying plants: A new model reference controller structure. IEEE Trans. Automat. Contr., 1989, AC-34(8): 1038−1046

3 Chai, T, Y. and Zhang Tao. A new model reference robust adaptive controller in the presence of unmodeled dynamics and bounded disturbances. Automatica, 1994, 30(5): 865−869

4 李清泉. 自适应控制系统理论、设计与应用. 北京: 科学出版社, 1990

A New Pole-Placement Adaptive Control Scheme for Time-Varying Plants

ZHANG Chengjin

(Shandong Electric Power College · Jinan, 250002, PRC)

PAN Xuejun

(Dalian University of Science & Technology · Dalin, 116024, RPC)

CHAI Tianyou

(Research Center of Automation, Northeast University · Shenyang, 110006, PRC)

Abstract: In this paper, the adaptive control problem of time-varying systems is considered. A new adaptive estimator which does not require a priori knowledge of the norm of the system parameter vector is presented and an indirect adaptive control scheme for time-varying systems is obtained. The closed-loop control system is proved to be stable and the simulation results show that the new adaptive control scheme is applicable.

Key words: time-varying systems; adaptive control; pole-placement

本文作者简介

张承进 1962 年生. 1997 年在东北大学获博士学位. 现为山东电力专科学校副教授. 主要研究领域: 自适应控制, 鲁棒自适应控制, 时变系统控制等.

潘学军 1966 年生. 1998 年在东北大学获博士学位. 现为大连理工大学教师. 主要研究领域: 自适应控制, 模糊控制, 轧制过程控制等.

柴天佑 1947 年生. 1985 年在东北大学自动控制系获得博士学位. 现任东北大学自动化研究中心主任, 教授, 博士生导师, IFAC 控制装置与仪表技术委员会成员. 研究方向为自适应控制理论与应用. 复杂工业过程的建模与控制.