第 15 卷第 6 期
1998 年 12 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 15, No. 6
Dec., 1998

动态过程辨识的一种 BP 鲁棒算法

寇新民 罗公亮 柴天佑
(冶金部自动化研究院工程中心・北京,100071) (东北大学自动化中心・沈阳,110006)

摘要：针对 BP 算法在进行系统辨识时存在着速度慢、非平滑内插、受噪声影响很大、逼近精度不高，特别是对强干扰不具有鲁棒性等问题，提出一种 BP 网络的鲁棒算法，该算法直接利用样本点对样本点的分布特征进行估计，并采用带有损失因子的与误差分布有关的二次型能量函数，并用于动态系统辨识. 仿真结果表明了算法不仅对白噪声具有鲁棒性，而且对强干扰也具有鲁棒性.

关键词：鲁棒算法；BP 网；强干扰；系统辨识

1 引 言

神经元网络技术的发展给非线性系统辨识提供了一种良好的手段. 文[1]提出了动力学系统一般的辨识方法，由此提出了一般非线性的神经元网络辨识方法. 文[2]针对系统的动力学特点，总结了动态系统辨识的 Hopfield 神经元网络方法及 BP 通过时间神经网络方法，这些辨识算法对一般非线性系统具有较好的适应性，但对具有强干扰的系统不具有鲁棒性，因此有必要开发对一般干扰特别是强干扰具有鲁棒性的神经元网络辨识方法. 文[3]针对系统具有较大干扰，特别是强干扰的特点，在利用 Lagrange 乘子法辨识动态过程的同时，采用极大似然法对系统误差进行估计，进而导出一种函数逼近的鲁棒 BP 算法，遗憾的是，该算法比较复杂，难以应用于实际. 本文提出一种动态系统的逼近算法，其基本思想是：1) 直接利用样本点的分布估计样本点的采样方差，进而估计出样本点 95% 的置信区间. 2) 依据误差向量模的大小选取对能量函数贡献大小的加权因子. 3) 依据极大似然法，对带有损失因子并与误差分布有关的能量函数进行估计. 仿真结果表明，该辨识方法收敛速度快，对随机干扰甚至严重干扰均具有鲁棒性.

2 算法推导

A) 动态过程与鲁棒 BP 算法.

设 $X^p(t) = (y^p(t), y^p(t-1), \cdots, y^p(t-n+1))$, $X^m(t) = (y^m(t), y^m(t-1), \cdots, y^m(t-n+1))$ 及 $U(t) = (u(t), u(t-1), \cdots, u(t-m+1))$；$Y^p(t) = X^p(t)$, $Y^m(t) = X^m(t)$ 则动态系统方程及辨识方程[4,5]分别为：

$$\begin{cases} X^p(t+1) = f(X^p(t), U(t)), \\ Y^p(t) = X^p(t), \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} X^m(t+1) = f(X^m(t), U(t)), \\ Y^m(t) = X^m(t). \end{cases} \tag{2}$$

所谓递归算法，即采用抽头延时方法从采样空间中截取固定长度的样本进行在线或离线训练，在方程(2)中，我们截取 n 个状态变量及 m 个输入变量进行训练，以逼近系统动态方程.

鲁棒 BP 学习算法，即在考虑网络的逼近行为的同时对噪声分布进行估计，以便抵消由噪声甚至是严重干扰对数据的污染，得到更有效的逼近效果.

本文于 1996 年 8 月 27 日收到. 1997 年 9 月 29 日收到修改稿.

设 $X(t)=(x_{t1},x_{t2},\cdots,x_{tn})$，采样点为 $X(t),t=1,2,\cdots,P$，则 BP 算法利用最小化下述能量函数得到权系数更新公式：

$$E_{\mathrm{LS}}(W)=\sum_{t=1}^{p}\sum_{j=1}^{n}(x_{tj}-\hat{x}_{tj})^2. \tag{3}$$

其中 $x_{tj}=y^p(t-j+1),\hat{x}_{tj}=y^m(t-j+1)$. 我们知道，最小二乘算法只有在噪声是独立同分布的高斯分布时才是有效的，由于实际系统的误差分布很难事先知道，同时，网络模型关于参数并非是线性关系，往往导致最小二乘模型失效，现考虑误差分布的可估计性问题.

设 $r_{tj}=x_{tj}-\hat{x}_{tj},j=1,2,\cdots,n,t=1,2,\cdots,P$，为独立同分布的正态随机变量，其概率密度函数为：$\overline{p}_e(r)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\mathrm{e}^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$，令 $\overline{\phi}(r)=-\ln\overline{p}_e(r)$，设 q 是算法所能容忍严重误差数据概率上限，则 $1-q$ 是非严重污染数据概率下限，对于 P 个采样点，设 $r(t)=(r_{t1},r_{t2},\cdots,r_{tn}),t=1,2,\cdots,P$，我们可将各采样点绝对误差按大小排序，即 $0\leqslant|r(t)|_{(1)}\leqslant|r(t)|_{(2)}\leqslant\cdots\leqslant|r(t)|_{((1-q)P)}\leqslant u_{(1-q)}(t)\leqslant\cdots\leqslant|r(t)|_{(P)}$，其中 $(-u_{(1-q)}(t),u_{(1-q)}(t))$ 为前 $(1-q)P$ 个采样数据 95% 的置信区间，随后将介绍置信区间求解方法. 令

$$a_t=\begin{cases}1, & |r(t)|\leqslant u_{(1-q)}(t),\\ 0, & \text{others},\end{cases}$$

$$\beta_t=\begin{cases}\mu^l, r(t)=|r(t)|_{(l)},|r(t)|\leqslant u_{(1-q)}(t),l\leqslant(1-q)P,\mu\in(0,1),\\ 0,\text{others}\end{cases}\quad t=1,2,\cdots,P.$$

事实上，我们只视前 $(1-q)P$ 个数据为有效数据，则由极大似然估计算法，由

$$\min\sum_{t=1}^{p}\alpha_t\sum_{i=1}^{n}\overline{\phi}(r_{ti}), \tag{4}$$

令 $\mathrm{d}\left(\sum_{t=1}^{p}\alpha_t\sum_{i=1}^{n}\overline{\phi}(r_{ti})\right)/\mathrm{d}\sigma^2=0$，可得 σ^2 的极大似然估计：

$$\hat{\sigma}^2=\frac{\sum_{t=1}^{P}\sum_{i=1}^{n}\alpha_t(x_{ti}-\hat{x}_{ti})^2}{(1-q)Pn}, \tag{5}$$

依据误差 $r(t)$ 的分布情况，显然有 $|r(t)|$ 越大，噪声污染对性能指标函数影响越大，而系统的强干扰应位于 $|r(t)|$ 较大的位置上，此时的样本点如参加网络训练，对网络训练过程只能起到使网络逼近精度变坏的作用，因此，有必要采用如上系数 β_t 对能量函数进行修正. 事实上，我们前边假设前 $(1-q)P$ 个采样数据独立同服从正态分布是不正确的，而对于一般的动态系统，设定整个 P 个采样数据独立同服从正态分布是合理的，只是由于这里我们考虑严重干扰的情形及采样数据点数目较大，可近似认为它们服从正态分布. 依据正态分布关于坐标轴对称的特点，选取置信区间 $(-u_{(1-q)}(t),u_{(1-q)}(t))$，令：$S(t)=\dfrac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}r_{tk},t=1,2,\cdots,P$，我们可以认为 $S(t),t=1,2,\cdots,n$，服从参数为 $\hat{\sigma}^2$ 的正态分布，这样由

$$\mathrm{Prob}\{|S(t)|<u_{(1-q)}(t)\}=95\%. \tag{6}$$

其中 Prob 表示概率，由概率知识可得，取 $b(t)=u_{(1-q)}(t)=1.96\sigma$，这样，$|S(t)|\leqslant b(t)$ 为可疑数据带，将采用损失因子的方法，使本区间对能量函数影响相对减少，并使能量函数下降，$|S(t)|>b(t)$ 为样本拒绝域，使由于严重干扰的数据基本不能参加训练，因此，由于同时考虑了误差的分布，使算法的鲁棒性增强.

B）辨识算法推导.

一般 BP 算法训练长度固定,现将性能函数指标推广到全部采样空间分段进行训练以逼近动态过程. 选取 L 层 BP 网络,训练样本长度为 P,为了方便起见,设 X^l 为第 k 组训练样本在第 $l-1$ 层的输出及第 l 层的输入,X^{l-1} 为第 k 组样本点在 $l-1$ 层的输出,并设 W^{l-1} 为连接 $l-1$ 层到第 l 层的权矩阵,则有:

$$X^0 = X(0),\ X^l = G_l(A^l),\ A^l = W^{l-1}X^{l-1},\ l = 1,2,\cdots,L-1,$$
$$Y^m = \hat{f}(x^{L-2},W) = X^{L-1}. \tag{7}$$

定义 Lagrange 函数:

$$E(\Lambda,X,W) = \sum_{p=1}^{P}\alpha_p\beta_p\sum_{j=1}^{n}\phi(r_{pi}) + \sum_{p=1}^{P}\sum_{l=1}^{L-1}\lambda_p^l(X_p^l - G_l(W^{l-1}X^{l-1})). \tag{8}$$

其中 $\Lambda = \{\lambda_p^l, p = 1,2,\cdots,P, l = 1,2,\cdots,L-1\}, X = \{X_p^l, p = 1,2,\cdots,P, l = 1,2,\cdots,L-1\}$ 为 Lagrangian 乘子及广义输入向量(包括输入向量 $U(t)$),为了计算方便,设:

$$\phi(r) = r^2/2,\quad \varphi(r) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\phi(r).$$

显然 $\alpha_p\beta_p = \beta_p$,$\beta_p$ 为定义的损失因子,表明 $|r(t)|$ 越大,对性能指标(8)影响越小,从而提高系统的鲁棒性.

由 Lagrange 乘子法,(8)取得极值的必要条件为:

$$\frac{\partial E(\Lambda,X,W)}{\partial\Lambda} = 0,\quad \frac{\partial E(\Lambda,X,W)}{\partial X} = 0,\quad \frac{\partial E(\Lambda,X,W)}{\partial W} = 0. \tag{9}$$

由(9)可得:$\lambda_p^{L-1} = \beta_p(\varphi(r_{p1}),\cdots,\varphi(r_{pn}))^{\mathrm{T}}, \lambda_p^l = W_l^{\mathrm{T}}G_l'(W^lX_p^l)\lambda_p^{l+1}, l = 1,2,\cdots,L-2.$

令 $\delta_p^l = G_l'(W^{l-1}X_p^{l-1})\lambda_p^l, l = 1,2,\cdots,L-1$,则上式变为:

$$\delta_p^{L-1} = \beta_pG_l'(W^{L-2}X_p^{L-2})(\varphi(r_{p1}),\cdots,\varphi(r_{pn}))^{\mathrm{T}},$$
$$\delta_p^l = W_l^{\mathrm{T}}G_l'(W^lX_p^l)\delta_p^{l+1}, l = 1,2,\cdots,L-2, \tag{10}$$
$$\frac{\partial L}{\partial W^l} = \sum_{p=1}^{P}\frac{\partial}{\partial W^l}[(\lambda_p^{l+1})^{\mathrm{T}}(X_p^{l+1} - G_l(W^lX_p^l))] = -\sum_{p=1}^{P}\delta_p^{l+1}(X_p^l)^{\mathrm{T}} = 0,$$

由此可得权系数迭代公式:

$$W^l(t+1) = W^l(t) + \eta\sum_{p=1}^{P}\delta_p^{l+1}(X_p^l)^{\mathrm{T}}. \tag{11}$$

初始权 $W^l(0)$ 可选很小的随机数,为了启动鲁棒 BP 算法,可先利用 BP 算法进行初步训练,得到一个较好初始权值,然后再启动鲁棒 BP 算法.

3 仿真结果

动态过程仿真,选取动态过程为:

$$u_p(k+1) = \frac{1}{2}\sin(2(k+1)\pi/25),$$

$$y_p(k+1) = \frac{y_p(k-1)\times y_p(k)\times(y_p(k)+2.5)}{1+y_p^2(k)+y_p^2(k-1)} + u_p(k+1).$$

图 2 中取 $q = 10\%, L = 4, n = 1, P = 30, \gamma = 0.99$ 网络结构为 $N_{2,20,10,1}$,训练步数 $k = 380$,严重干扰为幅值为 3 个数不超过采样点 10%的随机干扰.

由图 2 可知,经改进后的网络不仅对一般随机干扰具有鲁棒性,同时对具有一定幅值的强干扰也具有一定的鲁棒性. 同时,本算法由于直接对采样数据及其误差分布进行处理,相对文[1]BP 鲁棒算法具有简便实用的特点.

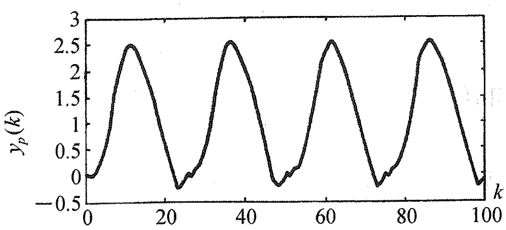

图1 未加误差时标准训练样本曲线

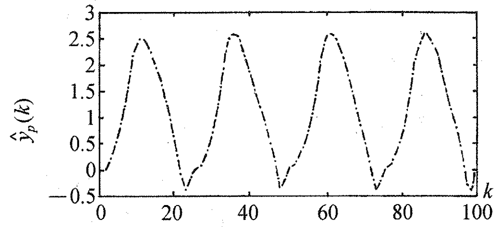

图2 鲁棒BP算法逼近曲线

4 结 论

本文采用递归BP网络来辨识动态系统，给出了系统在具有强干扰下的一种鲁棒BP算法，采用加权形式的二次性指标函数，使得指标函数成为与采样时间相关的动态函数，仿真结果表明，算法不仅对强干扰具有抑制作用，而且算法收敛速度比BP网络加快.

参 考 文 献

1 Narendra, K. S.. Identification and control of dynamical systems using neural networks. IEEE Trans. Neural Networks. 1990,1(1):4－27

2 Hunt,K. J. et al.. Neural networks for control system—a survey. Automatica,1992,28(6):1083－1112

3 Chen D. S. et al.. Back propagation learning algorithm for function approximation. IEEE Trans. Neural Networks,1994,5(3):467－479

4 Connor,J. T. and Mathin,R. D.. Recurrent neural networks and robust time series prediction. IEEE Trans. Neural Networks,1994,5(2):240－253

5 王殿辉，柴天佑.基于神经网络的多变量自适应控制器.东北大学学报，1995,16(3):257－262

A Robust Back Propagation Algorithm for Identification of Dynamical Systems

KOU Xinmin and LUO Gongliang

(Automation Research Institute of Ministry of Metallurgical Industry · Beijing,100071,PRC)

CHAI Tianyou

(Research Center of Automation,Northeastern University · Shengyang,110006,PRC)

Abstract: A robust back propagation algorithm is proposed, which is aimed at solving problems that BP algorithm has some confronted when applied to the dynamic identification, such as slow convergence, non-smoothing interpolation, noise sensitivity and poor accuracy of identification, especially lack of robustness for strong interference. The algorithm uses samples directly to estimate distribution characteristics of sample points in which a quadratic energy function with lose factors relevant to error of distributions is used. The algorithm can be used in identification of dynamical systems, the simulation results showed the robustness for white noise as well as for gross errors.

Key words: robust algorithm, BP network; gross errors, identification systems

本文作者简介

寇新民 1986年山西师范大学计算数学专业毕业，1995年东北大学硕士毕业，现为冶金部自动化研究院工程中心博士生.

罗公亮 1965年四川大学物理系毕业，1985年美国RPI计算机与系统工程学院博士毕业，现为冶金部自动化研究院高级工程师.

柴天佑 见本刊1998年第3期第476页.