

离散双自由度鲁棒设计 H_∞ 方法研究*

张国峰 王行仁 彭晓源

王广雄

(北京航空航天大学三系三研·北京, 100083) (哈尔滨工业大学自动控制系·哈尔滨, 150001)

摘要: 以离散 H_∞ 全信息问题为基础, 给出并证明了离散系统一类扰动前馈问题的设计方法, 得到了控制器的参数化描述, 在此基础上, 研究了离散双自由度设计的 H_∞ 方法, 在这一类问题中, 相应标准离散 H_∞ 设计中的第二个离散代数 Riccati 方程不再需要求解. 最后对精馏塔系统进行设计, 得到了满意的结果.

关键词: H_∞ 控制; 双自由度设计; 鲁棒控制; 离散系统

1 引言

现代控制系统要求系统既要具有鲁棒稳定性, 同时要求系统满足一定的时域要求. 例如精馏塔设计问题^[1,2], 为此, Hoyle 等提出了双自由度设计的 H_∞ 方法^[3], McFarlane 的互质因子扰动设计方法^[4]是这种双自由度设计的一种特殊情况(相应于 $\rho = 0$), 因此可以将双自由度设计方法认为是回路成形设计^[4]的扩展, 本文的工作是在离散 H_∞ 全信息问题基础上, 解决了一类扰动前馈问题, 给出并证明了其控制器的参数化描述形式. 从证明过程中可知, 相应于标准离散 H_∞ 设计中的第二个离散代数 Riccati 方程不再需要求解. 最后将此双自由度设计方法应用于精馏塔设计, 得到了满意的结果, 验证了这个设计方法的有效性.

2 一类扰动前馈问题

考虑如图 1 所示系统, 其中传递函数 $G_{DF}(z)$ 有如下实现:

$$G_{DF}(z) = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix},$$

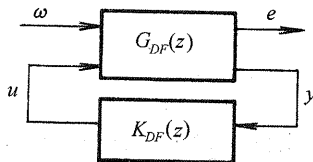


图 1 扰动前馈问题

且满足如下假设条件:

假设 1 (A, B_2) 是可稳的.

假设 2 D_{12} 列满秩且存在 $D_\perp$ 使 $[D_{12} \ D_\perp]$ 为酉阵.

假设 3 $\begin{bmatrix} A - \exp(j\theta)I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$ 对所有 $\theta \in [0, 2\pi]$ 列满秩.

假设 4 D_{21} 是非奇异方阵, $A - B_1 D_{21}^{-1} C_2$ 稳定.

一类扰动前馈问题就是要寻找一控制器 K_{DF} , 在满足假设 1 到 4 的条件下使系统内稳定, 且满足 $\|T_{ew}\|_\infty < \gamma$. 在下面定理 2 中将给出 K_{DF} 存在的充要条件, 为此需要用到离散全信息问题的结果. 下面以定理形式给出离散全信息控制问题的结论.

定理 1^[5] 如果离散代数 Riccati 方程

$$X_\infty = \bar{A}^T X_\infty \bar{A} + \bar{C}^T \bar{J} \bar{C} - (\bar{C}^T \bar{J} \bar{D} + \bar{A}^T X_\infty \bar{B}) (\bar{D}^T \bar{J} \bar{D} + \bar{B}^T X_\infty \bar{B})^{-1} (\bar{D}^T \bar{J} \bar{C} + \bar{B}^T X_\infty \bar{A}) \quad (1)$$

存在对称正定解 $X_\infty = X_\infty^T > 0$, 且满足下列不等式:

* 哈尔滨工业大学基金资助项目.

本文于 1996 年 6 月 25 日收到, 1997 年 12 月 8 日收到修改稿.

$$B_1^T X_\infty B_1 + D_{11}^T D_{11} - (D_{11}^T D_{12} + B_1^T X_\infty B_2)(D_{12}^T D_{12} + B_2^T X_\infty B_2)^{-1}(D_{12}^T D_{11} + B_2^T X_\infty B_1) < \gamma^2 I, \quad (2)$$

则存在使系统内稳定的全信息控制 U_{FI} 使 $\|T_{ew}\|_\infty < \gamma$,

$$U_{FI} = -W_{12}^{-1}L_1x - W_{12}^{-1}W_{11}\omega + \gamma W_{12}^{-1}Q(\gamma W_{21}\omega + \gamma L_2x).$$

其中 T_{ew} 表示从 ω 到 e 的闭环传递函数, Q 是任意稳定传递函数且满足 $\|Q(z)\|_\infty < \gamma^{-1}$,

$$W_{12}^T W_{12} = D_{12}^T D_{12} + B_2^T X_\infty B_2,$$

$$W_{21}^T W_{21} = \gamma^{-2}[(D_{11}^T D_{12} + B_1^T X_\infty B_2)(D_{12}^T D_{12} + B_2^T X_\infty B_2)^{-1} \\ \cdot (D_{12}^T D_{11} + B_2^T X_\infty B_1) - D_{11}^T D_{11} + \gamma^2 I - B_1^T X_\infty B_1],$$

$$W_{11} = W_{12}^{-T}(D_{12}^T D_{11} + B_2^T X_\infty B_1),$$

$$L_1 = W_{12}^{-T}(D_{12}^T C_1 + B_2^T X_\infty A),$$

$$L_2 = -\gamma^{-2}W_{21}^{-T}[(D_{11}^T C_1 + B_1^T X_\infty A) + W_{11}^T W_{12}^{-T}(D_{12}^T C_1 + B_2^T X_\infty A)],$$

$$\begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}.$$

用 K_{FI} 和 K_{DF} 分别表示离散系统全信息问题控制器和离散扰动前馈问题控制器. 有如下主要结论.

定理 2 对于一类扰动前馈问题, 其控制 K_{DF} 内稳 G_{DF} 的充要条件是全信息控制 K_{FI} 内稳 G_{FI} , 且 $T_{FI} = T_{DF}$, T_{FI} , T_{DF} 分别是全信息问题和一类扰动前问题的闭环传递函数.

$$G_{FI} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ [I] & [0] & [0] \\ [0] & [I] & [0] \end{bmatrix}$$

K_{DF} 由图 2 给出, 其中:

$$\Phi_{DF} = \begin{bmatrix} A - B_1 D_{21}^{-1} C_2 & B_1 D_{21}^{-1} & B_2 \\ 0 & 0 & I \\ [I] & [0] & [0] \\ [-D_{21}^{-1} C_2] & [D_{21}^{-1}] & [0] \end{bmatrix}. \quad (3)$$

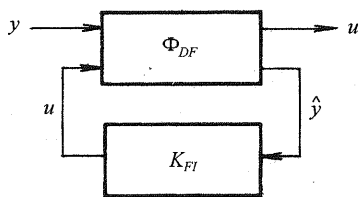


图 2 K_{DF} 框图

证 由于篇幅所限, 证明在此略, 详见文献[5].

注 由图 2 和式 3 实际上给出了控制器 K_{DF} 的参数化描述. 详见文献[5].

在本节得到的结果基础上将研究双自由度设计问题.

3 H_∞ 双自由度设计

本节首先介绍规范化互质分解, 然后研究双自由度鲁棒设计问题.

设 $G(z)$ 是一给定传递函数, 则如果存在 $\tilde{M}, \tilde{N}, X, Y \in \mathbb{RH}_\infty$ 且满足:

$$\tilde{M}X + \tilde{N}Y = I, \quad \tilde{M}\tilde{M}^* + \tilde{N}\tilde{N}^* = I, \quad (4)$$

则称 $G(z) = \tilde{M}^{-1}\tilde{N}$ 是 $G(z)$ 的规范化左互质分解, 其中 $\tilde{M}^*(z) = \tilde{M}^T(z^{-1})$.

给定传递函数 $G(z) = D + C(zI - A)^{-1}B$, 则规范化左互质分解 $\tilde{N}, \tilde{M}$ 为

$$[\tilde{N} \quad \tilde{M}] = \begin{bmatrix} A + HC & B + HD & H \\ Z_2 C & Z_2 D & Z_2 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

其中 $H = -(APC^T + BD^T)(R_2 + CPC^T)^{-1}$.

P 为下面离散代数 Riccati 方程的非负定对称镇定解:

$$BR_1^{-1}B^T - P + \Phi P \Phi^T - \Phi PC^T(R_2 + CPC^T)^{-1}CP\Phi^T = 0,$$

$$Z_2^T Z_2 = (R_2 + CPC^T)^{-1}, \quad R_2 = I + DD^T, \quad R_1 = I + D^T D, \quad \Phi = A - BR_1^{-1}D^T C.$$

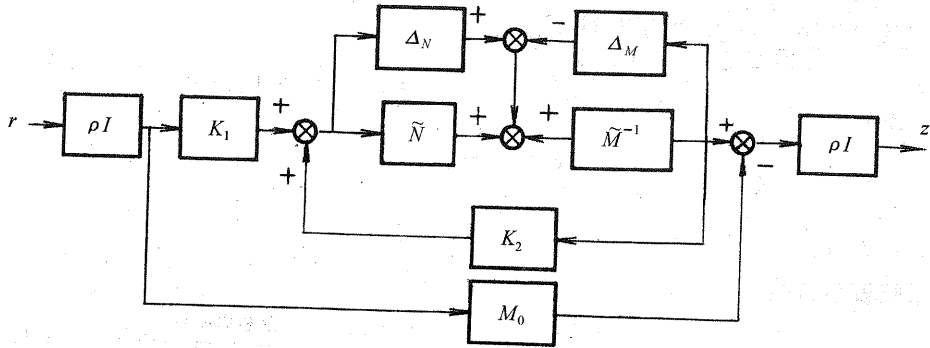


图3 双自由度控制系统

所谓双自由度设计问题如图3所示. 可见其控制器由两部分组成: 前置滤波器和反馈控制器. $M_o(z)$ 为一由设计者选定的具有理想时间响应特性的参考模型. 前置滤波器的作用就是保证从 β 到 y 的闭环传递函数 $R_{y\beta}$ 与参考模型匹配, 即:

$$\|R_{y\beta} - M_o\|_\infty \leq \gamma \rho^{-2}, \quad R_{y\beta} = (I - GK_2)^{-1}GK_1.$$

反馈控制器 K_2 的作用则是实现闭环系统的鲁棒稳定性和扰动抑制, 他们可在设计中一步同时得到, 并且具有相同的状态空间. 假设整形后(关于回路成形见文献[6])的对象 $G_s(z)$ 及参考模型 $M_o(z)$ 分别有状态空间实现为:

$$G_s(z) = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}, \quad M_o(z) = \begin{bmatrix} A_o & B_o \\ C_o & D_o \end{bmatrix}.$$

广义对象 $P(z)$ 的状态空间实现为:

$$P(z) = \begin{bmatrix} \bar{A} & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & -HZ_2^{-1} & B \\ 0 & A_o & B_o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ C & 0 & 0 & Z_2^{-1} & 0 \\ \rho C & -\rho^2 C_o & -\rho^2 D_o & \rho Z_2^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \rho I & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 & Z_2^{-1} & 0 \end{bmatrix}.$$

在这里 D_{21} 是非奇异方阵, 因而有:

$$\bar{A} - B_1 D_{21}^{-1} C_2 = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -HZ_2^{-1} \\ B_o & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho I & 0 \\ 0 & Z_2^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + HC & 0 \\ 0 & A_o \end{bmatrix}.$$

由(5)式的规范化互质分解知 $A + HC$ 是稳定的. 而参考模型是稳定的, 即对于双自由度设计假设条件4满足, 不难验证假设条件1到3亦满足, 因而此双自由度设计问题可根据定理2的结论进行求解. 综上所述, 可以得到离散双自由度设计步骤如下:

1) 选择对被控对象整形的权函数 W , 用所选的采样周期将对象和权函数离散化, 考察其奇异值 Bode 图(可参见文献[4]).

2) 选择一对角的一阶或二阶的参考模型,其选择应根据被控系统使其是可实现的,否则将使闭环系统的鲁棒性变差或控制量过大。

3) 计算 γ_0 值^[4],其值应在 4 左右或稍小一点,如过大则应需重新选择整形权函数 W 。

4) 选择 ρ 值,通常 $1 \leq \rho \leq 3$,寻找最优的 γ 值进行设计,通常 $1.2\gamma_0 \leq \gamma \leq 3\gamma_0$ 。

5) 将整形权函数 W 回乘到所得的控制器 K 得到最终的控制器 $K_\infty = WK$ 。

4 精馏塔控制的双自由度设计研究

在这一节应用离散双自由度设计方法对精馏塔控制系统进行设计,以说明其有效性,精馏塔的数学模型为^[1,2]:

$$G = \frac{1}{75s + 1} \begin{bmatrix} 0.878 & -0.864 \\ 1.082 & -1.096 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 e^{-\tau_1 s} & 0 \\ 0 & k_2 e^{-\tau_2 s} \end{bmatrix}.$$

其中 $0.8 \leq k_1, k_2 \leq 1.2, 0 \leq \tau_1, \tau_2 \leq 1$ 分钟,这里我们取 $k_1 = k_2 = 1, \tau_1 = \tau_2 = 0.5$ 时的模型为名义系统模型,即:

$$G_{\text{nom}} = \frac{e^{-\frac{s}{2}}}{75s + 1} \begin{bmatrix} 0.878 & -0.864 \\ 1.082 & -1.096 \end{bmatrix}.$$

延时环节在设计计算时用一阶帕得(Pade)近似,按上一节的设计步骤,整形权函数选择为

$$W = \frac{200(s + 0.55)}{s(11s + 1)} I_2.$$

整形前和整形后的开环奇异值 Bode 图如图 4 所示. 采样时间 $t_s = 0.05$ 分钟. 参考模型选为

$$M_o = \frac{0.12}{s + 0.12} I_2.$$

取 $\rho = 1.1$,最后设计得 $\gamma_0 = 4.2783$,最优 γ 值为 5.3479,得一 14 阶控制器,由于篇幅所限,参数在此略. 当延时不大于 1 分钟时,系统的时域响应均较为理想. 图 5 和图 6 分别是延时 0.8 分钟时,输入是 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 及 $\begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.4 \end{bmatrix}$ 时,分别取 $k_1 = k_2 = 1; k_1 = 1.2, k_2 = 0.8; k_1 = 0.8, k_2 = 1.2$ 时的

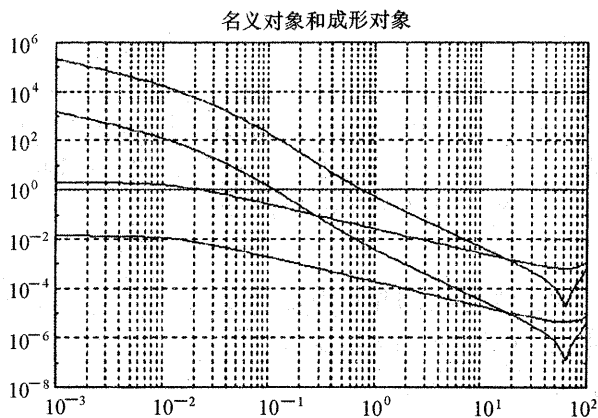


图 4 名义对象和成形对象奇异值 Bode 图

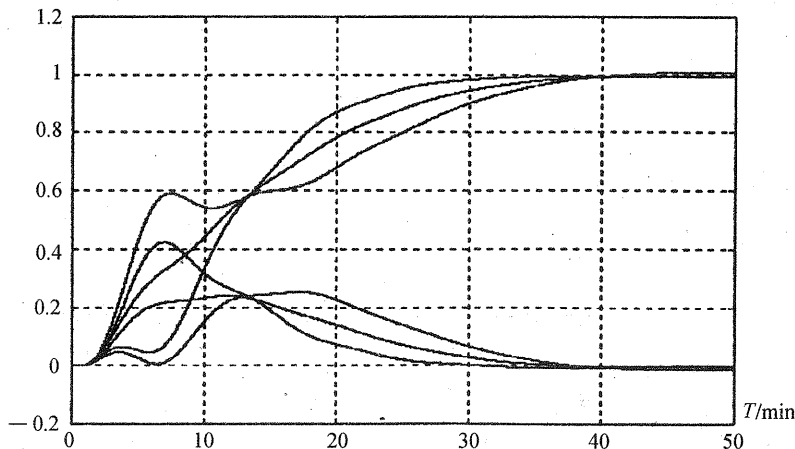


图 5 时间响应曲线

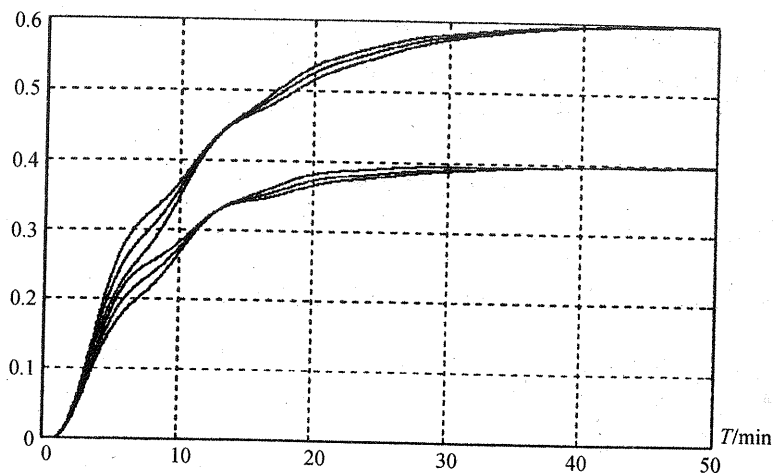


图 6 时间响应曲线

时间响应曲线.

5 结 论

本文通过离散全信息控制问题,研究并给出了一类扰动前馈问题的解法,同时研究了双自由度鲁棒设计问题,事实上,由于双自由度设计问题广义对象的特殊结构可以对其控制器参数进一步简化,在此不作详细讨论.最后对精馏塔控制系统进行设计及仿真研究,说明了此方法的有效性.

参 考 文 献

- Limebeer, D. J. N.. The specification and purpose of a controller design, case study. Proc. Conference on Decision and Control, Brighton, 1991
- Skogestad, S., Morari, M. and Doyle, J.. Robust control of ill-conditioned plants: high-purity distillation. IEEE Trans. Automat. Contr., 1988, AC-33(12): 1092—1105
- Hoyle, D. J., Hyde, R. A., Limebeer, D. J. N.. An H_∞ approach to two degree of freedom design. Proc. Conference on Decision and Control, Brighton, 1991
- McFarlane, D. and Glover, K.. Robust controller design using normalized coprime factor plant descriptions. Vol. 138 of Lecture Notes in Control and Information Science, Berlin: Springer-Verlag, 1990
- 张国峰. 数字鲁棒 H_∞ 控制器设计方法研究. 哈尔滨工业大学博士论文, 哈尔滨, 1996
- Ionescu, V. and Weiss, M.. Two-Riccati formulae for the discrete-time H_∞ -control problem. Int. J. Control, 1993, 57(1): 141—195
- Iglesias, P. A. and Glover, K.. State-space approach to discrete-time H_∞ control. Int. J. Control, 1991, 54(5): 1031—1073

An H_∞ Approach to Two-Degree-Of-Freedom Robust Design in Discrete-Time

ZHANG Guofeng, WANG Xingren and PENG Xiaoyuan

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics • Beijing, 100083, PRC)

WANG Guangxiong

(Department of Automatic Control, Harbin Institute of Technology • Harbin, 150001, PRC)

Abstract: A kind of disturbance feedforward problem is given and proved based on H_∞ full information

problem in discrete-time systems. Consequently, the H_∞ approach to two degree of freedom design is discussed. This method will be used to design a control system for the distillation column design.

Key words: H_∞ control; two-degree-of-freedom; robust control; discrete-time systems

本文作者简介

张国峰 博士,副教授. 现在北京航空航天大学三系三研作博士后研究工作. 主要研究领域为分布交互仿真, 计算机控制, 鲁棒控制.

王行仁 教授, 博士生导师. 长期从事飞行控制和飞行仿真技术研究. 目前的主要研究领域为分布交互仿真(DIS)、灵境(虚拟现实)等技术.

彭晓源 研究员. 从事飞行模拟器实时控制与实时仿真技术研究与应用, 全数字式人感系统(操纵负荷系统), 六自由度运动系统, 自动飞行系统研究与开发, 分布交互仿真等领域的研究.

王广雄 见本刊 1998 年第 1 期 117 页.

《控制理论与应用》第四届编委会会议 于 1998 年 9 月 21 日在宁波召开

《控制理论与应用》第四届编委会会议于 1998 年 9 月 21 日至 22 日在 98' 中国控制会议期间于浙江宁波大学举行. 来自全国 20 个学校和科研单位的 32 名编委参加了会议. 副主编秦化淑研究员主持会议, 上届主编李伯天教授致开幕词并做了第三届编委会工作的总结报告. 本届主编吴捷教授致词, 本届主编陈翰馥研究员因故不能到会, 委托秦化淑副主编向大会表示祝贺.

与会编委对第三届编委会七年来的工作进行了全面的讨论, 对今后工作的目标和设想进行了热烈地发言, 并对以下各点取得了共识.

1. 第三届编委会七年来的工作成绩显著, 实现了由季刊改为双月刊, 并且顺利地进入了中国科技学术核心期刊. 本刊已被美国《数学评论》、英国《科学文摘》、莫斯科《文摘杂志》以及美国工程索引和 Ei Page One 等检索和数据库收录, 扩大了本刊在国内外的影响, 提高了知名度.

2. 第四届编委会的工作继续围绕以提高刊物质量为中心进行运作, 把《控制理论与应用》办成一个有影响、有特色和高水平的学术刊物.

3. 佳作是刊物的生命线. 保证刊物质量的关键是准确选择审稿人. 因此我们不仅要拥有一批学术造诣高而且热心为本刊作出奉献的专家(审稿人), 更重要的是编辑部要充分了解这些专家的专长, 做到送审恰当, 评审准确.

4. 改进“执行编委”制度. 该制度执行多年证明是必要的、有效的, 鉴于学科发展趋势, 今后拟增加主办单位以外的执行编委, 并酌情改进操作过程, 以利做到对刊物质量全面负责.

5. 加强宣传, 充分利用现代化宣传通讯手段, 把有关本刊的信息资料(如目录、征稿简则等)上网, 便于查询与交流, 扩大影响, 争取逐步实现投稿、审稿、编委国际化, 争取早日成为国际上有较大影响的刊物. 进入 SCI.

6. 编委要带头审稿、组稿, 以及撰写高质量稿件. 编辑部要与编委们保持经常的、密切的联系, 特别注意发挥境外编委的积极性.

7. 关于出版英文刊的问题. 经过分析, 认为目前尚不具备单独出版发行英文版的条件, 但 1999 年可以先在应发期数中用 1—2 期的篇幅集中出版英文版, 以后再逐渐增加英文版的比例.

8. “综述与评论”文章长期以来受到读者欢迎, 很多作者也踊跃投稿. 为了保证这类文章的质量, 编辑部一方面要有计划地向资深专家约稿, 另一方面对收到的投稿要审慎处理, 使之质优而不滥.

9. 坚决反对、杜绝学术上的不良风气, 对投稿中出现的一稿双投、剽窃等现象, 编辑部要态度鲜明, 措施果断, 严肃处理.

编委们一致称赞七年来华南理工大学和中国科学院系统科学研究所的各级领导及其编委对出版发行《控制理论与应用》所给予的关心和支持, 对编辑部同志们的艰苦工作表示衷心感谢, 并预祝本刊在两个主办单位的领导和支持下, 进一步加强编辑力量, 改善办公条件, 将《控制理论与应用》办得更好.