

基于脉冲响应函数的正交小波变换系数的故障检测方法*

叶昊 王桂增 方崇智

(清华大学自动化系·北京, 100084)

摘要: 提出了一种基于连续系统脉冲响应函数的正交小波变换系数的故障检测方法. 该方法无需对象的数学模型, 具有计算量小、故障判决过程简单、实时性较好等优点.

关键词: 正交小波变换; 脉冲响应辨识; 故障检测

Fault Detection Based on the Orthonormal Wavelet Transform Coefficient of Impulse Response

Ye Hao, Wang Guizeng and Fang Chongzhi

(Department of Automation, Tsinghua University·Beijing, 100084, P. R. China)

Abstract: A new real-time fault detection method based on the orthonormal wavelet transform coefficient of impulse response is proposed in this paper. It needs no model and has many merits, such as less computation and simple fault decision process.

Key words: orthonormal wavelet transform; impulse response identification; fault detection

1 前言(Introduction)

Eykhoff 脉冲响应辨识方法将系统脉冲响应 $g(t)$ 的辨识转化为 $g(t)$ 在一组正交函数基上的投影系数的辨识^[1]. 本文以 Eykhoff 方法为基础, 提出了一种基于正交小波变换的脉冲响应辨识方法, 并直接利用 $g(t)$ 的正交小波变换系数进行快速故障检测.

2 正交小波变换及正交小波基^{[2][3][4]} (Orthonormal wavelet transform and orthonormal wavelet bases)

理论分析表明, 适当选择有限长低通尺度函数 $\phi(t)$ 及带通小波函数 $\Psi(t)$. 并定义

$$\phi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \phi\left(\frac{t}{2^j} - k\right) \text{ 及 } \Psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \Psi\left(\frac{t}{2^j} - k\right), \quad (1)$$

则 $\{\Psi_{j,k}(t), j = j_0 + 1, \dots, j_m, k \in \mathbb{Z}\}$ 和 $\{\phi_{j_m,k}(t), k \in \mathbb{Z}\}$ 构成一组函数正交基, $\mathbb{Z}$ 代表整数集合. 令

$$\begin{aligned} d_x(j, k) &= \int x(t) \overline{\Psi_{j,k}(t)} dt, \\ c_x(j, k) &= \int x(t) \overline{\phi_{j,k}(t)} dt, \end{aligned} \quad (2)$$

则任意一个平方可积函数 $x(t)$ 都可以表达为这组

函数正交基的线性组合, 即

$$x(t) = \sum_{j=j_0+1}^{j_m} \sum_{k=0}^{k_j} d_x(j, k) \Psi_{j,k}(t) + \sum_{k=0}^{k_m} c_x(j_m, k) \phi_{j_m,k}(t). \quad (3)$$

式中, $\{d_x(j, k), j = j_0 + 1, \dots, j_m, k \in \mathbb{Z}\}$ 和 $\{c_x(j_m, k), k \in \mathbb{Z}\}$ 称为 $x(t)$ 的正交小波变换系数. j_0 应当选取较小的整数, 以保证变换精度; j_m 的大小不影响精度, 可以根据所需的小波变换尺度范围来确定.

$\Psi_{j,k}(t)$ 及 $\phi_{j,k}(t)$ 满足如下的二尺度差分方程

$$\begin{aligned} \phi_{j,0}(t) &= \sum_k h l_k \phi_{j-1,k}(t), \\ \Psi_{j,0}(t) &= \sum_k h h_k \phi_{j-1,k}(t). \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\{h l_k\}$ 及 $\{h h_k\}$ 分别是与 $\phi(t)$ 及 $\Psi(t)$ 一一对应的低通及高通滤波器, 称为小波滤波器.

本文采用 Daubechies 正交小波基及小波滤波器, 其产生方法见文献[2].

由于 $\Psi_{j,k}(t)$ 及 $\phi_{j,k}(t)$ 都具有良好的时频局部性, 小波变换是一种理想的时频分析工具.

3 基于正交小波变换的脉冲响应辨识 (Impulse response identification based on orthonormal wavelet tranform)

* 国家自然科学基金(69574016)资助课题.

本文于1996年6月18日收到. 1997年11月10日收到修改稿.

3.1 基本方法(Brief principle)

设被辨识的动态系统为

$$y(t) = \int g(\tau) u(t-\tau) d\tau = g(t) \otimes u(t). \quad (5)$$

其中, $u(t)$ 和 $y(t)$ 分别是系统的输入和输出, $g(t)$ 是系统的脉冲响应函数。

将 $g(t)$ 表达为正交小波基的线性组合, 即

$$g(t) = \sum_{j=j_0+1}^{j_m} \sum_{k=0}^{k_j} d_g(j, k) \Psi_{j, k}(t) + \sum_{k=0}^{k_{j_m}} c_g(j_m, k) \phi_{j_m, k}(t). \quad (6)$$

令

$$\begin{aligned} S_{j, k}^{\Psi}(t) &= \Psi_{j, k}(t) \otimes u(t), \\ S_{j, k}^{\phi}(t) &= \phi_{j, k}(t) \otimes u(t), \end{aligned} \quad (7)$$

则

$$y(t) = \sum_{j=j_0+1}^{j_m} \sum_{k=0}^{k_j} d_g(j, k) S_{j, k}^{\Psi}(t) + \sum_{k=0}^{k_{j_m}} c_g(j_m, k) S_{j_m, k}^{\phi}(t). \quad (8)$$

这样, 就将 $g(t)$ 的辨识转化为其正交小波变换系数 $d_g(j, k)$ 和 $c_g(j_m, k)$ 的辨识。

3.2 $S_{j, k}^{\Psi}(t)$ 及 $S_{j, k}^{\phi}(t)$ 的计算 (Calculation of $S_{j, k}^{\Psi}(t)$ and $S_{j, k}^{\phi}(t)$)

在多数情况下, $\Psi_{j, k}(t)$ 和 $\phi_{j, k}(t)$ 的解析形式是无法得到的, 因此, $S_{j, k}^{\Psi}(t)$ 及 $S_{j, k}^{\phi}(t)$ 不能直接根据(7)式计算. 由于小波滤波器 $\{hl_k\}$ 和 $\{hh_k\}$ 是可以得到的^[2], 因此本文提出了一种根据 $\{hl_k\}$ 和 $\{hh_k\}$ 来计算 $S_{j, k}^{\Psi}(t)$ 及 $S_{j, k}^{\phi}(t)$ 的逐级递推算法。

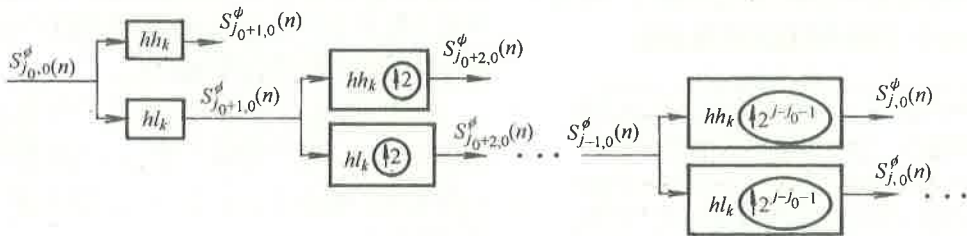


图 1 $S_{j, k}^{\phi}(n)$ 及 $S_{j, k}^{\Psi}(n)$ 的递推算法

Fig. 1 Recursive algorithm for calculation of $S_{j, k}^{\phi}(n)$ and $S_{j, k}^{\Psi}(n)$

图中, 方框中的符号代表滤波器系数, $\uparrow 2^m$ 表示该方框的滤波器系数是通过对小波滤波器 $\{hl_k\}$ 或 $\{hh_k\}$ 进行 2^m 插值 (即在每两个系数之间插入 2^m 个 0) 得到的。

3) 根据已经得到的 $S_{j_0,0}^{\phi}(n)$ 和 $S_{j_0,0}^{\Psi}(n)$, $j = j_0 + 1, j_0 + 2, \dots, j_m$, 利用平移公式 (15) 和 (16) 计算

由 $\Psi_{j, k}(t) = \Psi_{j_0, 0}(t - 2^j k)$ 可以得出

$$S_{j, k}^{\Psi}(t) = \Psi_{j, k}(t) \otimes u(t) = S_{j_0, 0}^{\Psi}(t - 2^j k), \quad (9)$$

$$S_{j, k}^{\phi}(t) = \phi_{j, 0}(t - 2^j k). \quad (10)$$

根据二尺度方程 (4) 可以得出

$$S_{j, 0}^{\phi}(t) = \sum_k hl_k S_{j-1, k}^{\phi}(t) = \sum_k hl_k S_{j-1, 0}^{\phi}(t - 2^{j-1} k), \quad (11)$$

$$S_{j, 0}^{\Psi}(t) = \sum_k hh_k S_{j-1, k}^{\phi}(t) = \sum_k hh_k S_{j-1, 0}^{\phi}(t - 2^{j-1} k), \quad (12)$$

如果 j_0 取得足够小, $\phi_{j_0, 0}(t)$ 近似于冲激函数 $\delta(t)$, 则

$$S_{j_0, 0}^{\phi}(t) = \phi_{j_0, 0}(t) \otimes u(t) \approx \sqrt{2^{j_0}} u(t). \quad (13)$$

不妨以 2^{j_0} 为采样间隔, 并令 $^*(n)$ 表示信号 $^*(t)$ 在 $t = 2^{j_0} n$ 的值, 则 (9) ~ (13) 式简记为

$$S_{j_0, 0}^{\phi}(n) \approx \sqrt{2^{j_0}} u(n), \quad (14)$$

$$S_{j, k}^{\phi}(n) = S_{j_0, 0}^{\phi}(n - 2^{j-j_0} k), \quad (15)$$

$$S_{j, k}^{\Psi}(n) = S_{j_0, 0}^{\phi}(n - 2^{j-j_0} k), \quad (16)$$

$$S_{j, 0}^{\phi}(n) = \sum_k hl_k S_{j-1, 0}^{\phi}(n - 2^{j-1-j_0} k), \quad (17)$$

$$S_{j, 0}^{\Psi}(n) = \sum_k hh_k S_{j-1, 0}^{\phi}(n - 2^{j-1-j_0} k). \quad (18)$$

因此, 可以采用下面的递推算法计算 $S_{j, k}^{\Psi}(t)$ 及 $S_{j, k}^{\phi}(t)$:

- 1) 对于尺度 $j = j_0$, 根据 (14) 式计算初始值 $S_{j_0, 0}^{\phi}(n)$.
- 2) 根据图 1 逐级递推计算 $S_{j, 0}^{\phi}(n)$ 和 $S_{j, 0}^{\Psi}(n)$, $j = j_0 + 1, j_0 + 2, \dots, j_m$.

$S_{j, k}^{\phi}(n)$ 和 $S_{j, k}^{\Psi}(n)$.

由于 $\{hl_k\}$ 和 $\{hh_k\}$ 都是长度较短的有限长滤波器, 因此该递推算法的计算量较小。

3.3 利用递推最小二乘法辨识 $d_g(j, k)$ 及 $c_g(j_m, k)$ (Identification of $d_g(j, k)$ and $c_g(j_m, k)$ using RLS)

以 2^{j_0} 为采样间隔对(8)式进行离散化,则待辨识系统可以描述为

$$y(n) = \sum_{j=j_0+1}^{j_m} \sum_{k=0}^{k_j} d_g(j, k) S_{j,k}^{\Psi}(n) + \sum_{k=0}^{k_{j_m}} c_g(j_m, k) S_{j_m,k}^{\Phi}(n). \quad (19)$$

令

$$\underline{d}_j = [d_g(j, 0), d_g(j, 1), \dots, d_g(j, k_j)], \quad (20)$$

$$\underline{c}_j = [c_g(j, 0), c_g(j, 1), \dots, c_g(j, k_j)], \quad (21)$$

$$\underline{\theta} = [\underline{d}_{j_0+1}, \dots, \underline{d}_{j_m}, \underline{c}_{j_m}]^T, \quad (22)$$

$$\underline{hd}_j(n) = [S_{j,0}^{\Psi}(n), \dots, S_{j,k_j}^{\Psi}(n), \dots, S_{j,k_j}^{\Psi}(n)], \quad (23)$$

$$\underline{hc}_j(n) = [S_{j,0}^{\Phi}(n), \dots, S_{j,k_j}^{\Phi}(n), \dots, S_{j,k_j}^{\Phi}(n)], \quad (24)$$

$$\underline{h}(n) = [\underline{hd}_{j_0+1}(n), \dots, \underline{hd}_{j_m}(n), \dots, \underline{hd}_{j_m}(n), \underline{hc}_{j_m}(n)]^T. \quad (25)$$

则

$$y(n) = \underline{h}^T(n) \underline{\theta}. \quad (26)$$

因此,可以利用递推最小二乘法(RLS)来在线辨识参数 $\underline{\theta}$.

例 1 被辨识对象采用二阶系统

$$Y(s) = \frac{10}{s^2 + 4s + 9} U(s) + \lambda N(s).$$

其中, $u(t)$ 采用白噪声, $n(t)$ 为和 $u(t)$ 互不相关的白噪声, $\lambda = 0.05$, 输出信号的噪信比为 18%. 取 $j_0 = -4, j_m = -1$. 采样间隔为 0.0625 秒, 辨识的数据长度为 1024 个采样点. 采用本节的方法进行辨识.

脉冲响应函数的真值 $g(n)$ 、估计值 $\hat{g}(n)$ 以及 $e(n) = g(n) - \hat{g}(n)$ 分别示于图 2 的三个子图中. 从图 2 可以看出, $\hat{g}(n)$ 和 $g(n)$ 的差值 $e(n)$ 几乎等于 0, 说明辨识结果的精度是很高的. 经过计算, $e(n)$ 的方差为 0.0016, 远远小于脉冲响应函数的幅值.

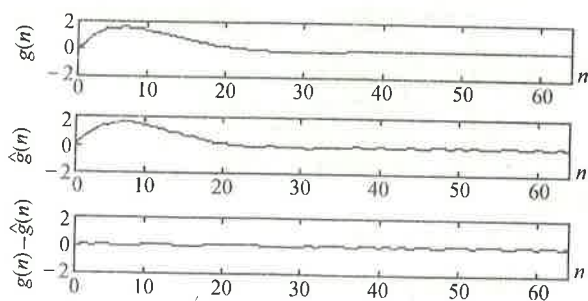


图 2 脉冲响应函数辨识结果

Fig. 2 Identification results of impulse response

作为对比, 采用相关分析法重新辨识本例的脉冲响应函数. 当辨识的数据长度为 1024 时, $e(n)$ 的方差为 0.0227. 这说明, 在辨识所用的数据长度相同

的前提下, 本文的辨识方法具有更高的精度.

本文所提出的脉冲响应辨识方法具有以下优点:

- 同基于传统函数正交基的 Eykhoff 方法相比.

由于小波正交基具有良好的时域局部性, 因此辨识方法具有较强的跟踪时变系统参数变化的能力. 由于辨识结果是脉冲响应函数的正交小波变换系数, 而小波正交基具有良好的频域局部性, 因此辨识结果具有明确的频域物理意义. 传统的函数正交基无法兼顾时频分辨率, 因此, 基于传统正交基的脉冲响应辨识方法无法兼顾上述两个特性.

- 同相关分析法相比.

相关分析法对信号的长度和平稳性有较高的要求, 不利于快速跟踪系统动态特性的变化, 而基于小波变换的脉冲响应辨识方法具有更强的跟踪参数变化的能力.

4 脉冲响应函数的部分小波变换系数的辨识 (Identifying part of WT coefficients of $g(t)$)

在某些情况下, 并不需要知道 $g(t)$ 本身, 也并不关心 $g(t)$ 在所有尺度 j 下的小波变换系数. 假设我们只需要知道 $g(t)$ 在几个较大尺度 $j = j_p, j_p + 1, \dots, j_m$ 下的小波变换系数 $\underline{d}_j$ 和 $\underline{c}_{j_m}$ ($j_p \geq j_0 + 1$), 则需要对辨识表达式(8)进行适当的修改, 去掉其中不需要辨识的那部分参数.

$$\text{令 } y_p(t) = \sum_{j=j_p}^{j_m} \sum_k d_y(j, k) \Psi_{j,k}(t) + \sum_k c_y(j_m, k) \phi_{j_m,k}(t). \quad (27)$$

(27)式等价于下面的步骤: ① 将 $y(t)$ 进行正交小波变换; ② 将 $y(t)$ 在尺度 $j = j_0 + 1, \dots, j_p - 1$ 下的小波变换系数置成 0; ③ 将处理后的小波变换系数进行反变换的结果就是 $y_p(t)$.

由于 $\Psi_{j,k}(t)$ 的频带随着尺度的增大向低频方向移动, $y_p(t)$ 的频带低于 $\Psi_{j_p,k}(t)$ 的频带的高频截止频率 $\omega_c, S_{j,k}^{\Psi}(t), j = j_p, \dots, j_m$ 以及 $S_{j_m,k}^{\Phi}(t)$ 的频带也都低于 ω_c , 所以

$$y_p(t) \approx \sum_{j=j_p}^{j_m} \sum_{k=0}^{k_j} d_g(j, k) S_{j,k}^{\Psi}(t) + \sum_{k=0}^{k_{j_m}} c_g(j_m, k) S_{j_m,k}^{\Phi}(t). \quad (28)$$

(28)式是新的辨识表达式, 它只包含了我们所关心的 $g(t)$ 的部分小波变换系数.

令

$$\theta_p = [d_{j_p}, \dots, d_{j_j}, \dots, d_{j_m}, c_{j_m}]^T, \quad (29)$$

$$\begin{aligned} h_p(n) = [hd_{j_p}(n), \dots, hd_{j_j}(n), \dots, \\ hd_{j_m}(n), hc_{j_m}(n)]^T. \end{aligned} \quad (30)$$

则

$$y_p(n) = h_p^T(n) \theta_p. \quad (31)$$

可以利用 RLS 辨识 θ_p .

j_p 越大,待辨识参数 θ_p 的维数及辨识的计算量就越小.

5 故障检测(Fault detection)

当系统发生故障后,其脉冲响应函数 $g(t)$ 将发生变化,这种变化也必然反映在 $g(t)$ 在大尺度下的整体特征中.由于 $g(t)$ 在最大的尺度 j_m 下的小波变换系数 c_{j_m} 和 d_{j_m} 完全可以代表 $g(t)$ 的整体特性,因此,我们可以只辨识 c_{j_m} 和 d_{j_m} 并根据 c_{j_m} 和 d_{j_m} 的变化来判断系统是否发生故障.

通常, c_{j_m} 和 d_{j_m} 中只有 2 至 3 个元素具有较大的模,其余元素的模都趋于 0. 因此,可以进一步通过 c_{j_m} 和 d_{j_m} 中的最大元素随时间的变化情况来检测系统的故障.

因此,故障检测步骤为:① 令 $j_p = j_m$,采用第四节的方法辨识 $\hat{c}_{j_m}$ 和 $\hat{d}_{j_m}$;② 根据 $\max\{\hat{c}_{j_m}\}$ 及 $\max\{\hat{d}_{j_m}\}$ 随时间的变化情况来检测系统的故障.由于采用递推辨识算法,因此本文的故障检测方法具有较好的实时性.

例 2 仿真对象采用二阶系统

$$Y(s) = \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_2} U(s) + \lambda N(s),$$

$a_1 = 3, a_2 = 9, b = 10$. 输入信号 $u(t)$ 采用白噪声, $n(t)$ 为和 $u(t)$ 互不相关的白噪声, $\lambda = 0.02$. 经过仿真计算,噪声比为 5%. 假设系统在仿真时间的中点发生了故障, a_2 的值由 9 变为 5. 取 $j_0 = -4, j_m = -1, n_{j_0} = 64, j_p = j_m = -1$. 采用本节的方法进行故障检测.

图 3 给出了在采样时间 $n = 200$ 时的递推辨识结果 $\hat{c}_{j_m}$ 和 $\hat{d}_{j_m}$, 可以看出,在 $\hat{c}_{j_m}$ 中,只有 $k = 1$ 和 $k = 2$ 时的 $\hat{c}_{j_m}(k)$ 较大,其余系数都很小,同样,在 $\hat{d}_{j_m}$ 中,只有 $k = 2$ 时的 $\hat{d}_{j_m}(k)$ 较大. 因此,可以通过 $\hat{c}_g(j_m, 2)$ 和 $\hat{d}_g(j_m, 2)$ 随着时间的变化进行故障检测.

图 4 是在递推辨识过程中,参数估计值 $\hat{c}_g(j_m, 2)$ 和 $\hat{d}_g(j_m, 2)$ 随时间的变化情况. 可以看出, $\hat{d}_g(j_m, 2)$

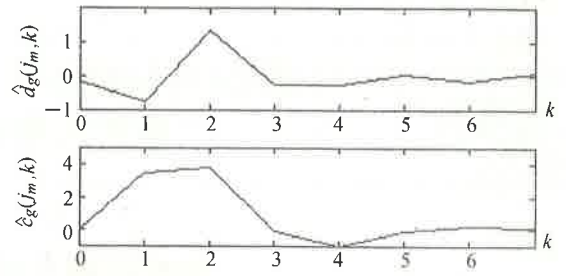


图 3 采样时间 $n=200$ 时的 $\hat{c}_{j_m}$ 和 $\hat{d}_{j_m}$

Fig. 3 $\hat{c}_{j_m}$ and $\hat{d}_{j_m}$ at instant $n=200$

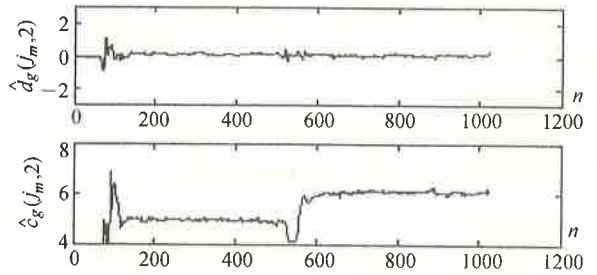


图 4 $\hat{c}_g(j_m, 2)$ 和 $\hat{d}_g(j_m, 2)$ 随着时间的变化情况

Fig. 4 Change of $\hat{c}_g(j_m, 2)$ and $\hat{d}_g(j_m, 2)$ with time

没有明显的突变,但是 $\hat{c}_g(j_m, 2)$ 在仿真时间的中点发生了突变. 因此,从 $\hat{c}_g(j_m, 2)$ 和 $\hat{d}_g(j_m, 2)$ 的突变中可以有效地检测出故障.

6 小结(Conclusion)

本文所提出的故障检测方法无需对象的数学模型. 只辨识 $g(t)$ 在最大的尺度下的正交小波变换系数,这使得辨识的计算量大大减少;通过 $\hat{c}_{j_m}$ 和 $\hat{d}_{j_m}$ 中最大的元素随着时间的变化情况进行故障判决,这使得故障判决的过程大大简化. 递推算法使得故障检测具有较好的实时性.

参考文献(References)

- 1 方崇智, 萧德云. 过程辨识, 北京: 清华大学出版社, 1988
- 2 Daubechies I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. Comm. Pure and Appl. Math., 1988, 41(7): 909-996
- 3 Burrus C S and Gopinath R A. Introduction to wavelets and wavelet transforms. '93 IEEE Int. Conf. on Acoustics Speech and Signal Processing, Minneapolis, Minnesota, USA, 1993, 1-60
- 4 Oiivierrioul and Martin Vetterli. Wavelets and signal processing. IEEE Signal Processing Magazine, 1991, 10(4): 14-38

本文作者简介

叶 昊 1969 年生. 分别于 1992 年和 1996 年在清华大学自动化系获得学士和博士学位. 现为清华大学自动化系副教授. 主要研究方向为信号的时频分析及其在故障诊断中的应用.

王桂增 1941 年生, 1965 年毕业于清华大学, 现为清华大学自动化系教授, 长期从事过程控制方面的教学和科学研究, 主要科研方向为先进控制系统, 动态系统故障诊断和过程计算机控制等。

方崇智 重庆沙坪坝中央大学机械工程系工学学士, 英国伦敦大学哲学博士, 现任清华大学自动化系教授, 从事工业过程的建模、控制及故障诊断方面的教学科研工作。

空间机器人及遥科学技术研讨会 征 文 通 知

为加强我国在空间机器人及遥科学技术领域的研究工作与学术交流, 推动我国的航天事业, 国家 863 航天领域遥科学及空间机器人专家组拟定于 1999 年 8 月 16 日—8 月 18 日在山东省烟台市召开空间机器人及遥科学技术研讨会, 具体事宜如下:

一、征文范围

1. 空间机器人及遥科学技术的发展趋势及战略研究。
2. 空间机器人体系结构及系统技术。
3. 空间机器人新型结构、灵巧手、驱动装置、视觉及非视觉传感器技术。
4. 机器人的实时规划技术及先进的控制技术研究。
5. 太空漫游车技术及空间站舱内、舱外机器人系统。
6. 适于空间环境机器人的能源、材料、润滑、密封、结构、防辐射和散热等关键技术研究。
7. 空间机器人遥操作系统的构成、设计与性能的定量评估方法。
8. 多传感器融合集成技术、增强现实及分布式仿真技术, 以及遗传算法、进化计算与软计算等智能处理系统技术在空间机器人及遥科学系统中的应用研究。
9. 遥科学实验中的高速数据的处理、传输、存储、安全与保密技术及有效载荷接口平台技术。
10. 遥科学中图像的压缩与复现技术、可视化观察技术以及地基通讯网络技术。

二、征文要求

论文在国内外杂志或会议上未曾发表过, 篇幅一般不超过 A4 纸 8 页, 论文后面请附不超过 200 字的主要作者简介, 并注明此文投送空间机器人及遥科学技术研讨会, 论文的具体格式请见所附清稿要求。

三、关键日期

- 1999 年 4 月 15 日前投送符合清稿要求的全文两份(不论录用与否, 恕不退还)。
- 1999 年 5 月 15 日之前发出录用通知。

四、来稿请寄: 北京 100084 清华大学计算机系 863-2-4 办公室钱宗华老师收。

联系电话: (010)62788939(0), (010)62784458(H)

传 真: (010)62771138

电子信箱: sfc@s1000e.cs.tsinghua.edu.cn

注: 智能自动化会议论文集由清华大学出版社正式出版, 欲投稿者可向联系人索要论文规格要求, 稿件请注明投哪个会议。

国家高技术(863)航天领域
遥科学及空间机器人专家组
1998 年 11 月