

# 智能控制与相对熵最小化 \*

西广成

(中国科学院自动化研究所·北京, 100080)

**摘要:** 根据神经行为学和认知心理学观点提出智能控制系统的新的构型, 从相对熵最小化原理构建智能控制理论。从神经生理学和神经网络理论证明分层智能控制系统的根本原理 IPDI (Increasing precision with decreasing intelligence)<sup>[1,2]</sup>。从相对熵最小化观点和 IPDI 原理出发, 讨论智能系统的智能行为, 给出关于智能系统学习过程的几个定理和学习算法。

**关键词:** 智能控制; 相对熵; IPDI 原理; 学习功能; 记忆功能; 归纳推理功能

## Intelligent Control with Relative Entropy Minimizing

Xi Guangcheng

(Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences·Beijing, 100080, P. R. China)

**Abstract:** Based on the point of view of neuroethology and cognition-psychology, a new configuration of intelligent control system is presented in this paper; the theory of intelligent control is constructed by principle of minimizing of relative entropy. The basic principle of hierarchical intelligent control (IPDI-Increasing precision with decreasing intelligence) is proved from points of view of the neurophysiology and the theory of neural network. Intelligent behavior of intelligent system is discussed from the viewpoint of minimizing of relative entropy and from the principle of IPDI; several theorems and algorithms for the learning process of intelligent system are also given in this paper.

**Key words:** intelligent control; relative entropy; principle of IPDI; function of learning; function of associative memory; function of induction

### 1 对智能控制的基本观点和智能系统的基 本构型 (Basic viewpoint on intelligent control and basic construction of intelligent system)

科学技术的发展要求研制、开发、利用具有足够智能的机器——智能机。智能机在不确定的环境中, 只需人的最小介入或不需人的介入能以自治的形式执行各种高科技水平的任务。Saridis 提出的分层智能控制理论就是服务于这种智能机的研究和设计的理论<sup>[1,2]</sup>。

迄今, 人类脑是自然界的最高产物, 是产生认识和智能因而是产生精神的唯一场所。作为生命体的人是我们这个星球上最高级最完美的智能系统。它具有一般复杂系统的特征。按照我们的观点<sup>[3]</sup>, 复杂系统是由任意多个 ( $\geq 1$ ) 具有特定功能的子系统组成的具有任意结构(包括分层和可变分层)的功能系统, 这些子系统各自按照反馈原理形成闭路, 按照不同的最佳准则进行自调节、相互间发生各种关系, 是由动力学的各种逻辑和启发式的环节组成的。复杂

系统至少包括以下六个方面的综合:

- 1) 多维数性;
- 2) 多参数性;
- 3) 多关系性(在同一等级上各个变量之间的关系以及在不同等级上各个变量之间的关系、或两种关系的交叉);
- 4) 多判据性(多成分性);
- 5) 多功能性;
- 6) 所用知识的多学科性。

显然, 智能系统是复杂系统。

智能控制是智能机执行任务的过程, 智能控制理论是数学的、语言的方法和应用于系统和过程的算法的合成, 是建立在神经行为学和认知心理学、计算机科学、系统科学、人工智能和信息科学等交叉学科的基础之上的。只有当我们既习惯于将现代科学尤其是系统科学的全部知识引入并富有成效地运用于一切与“人”有关的科学领域、同时也习惯于将与“人”有关的全部科学知识引入并富有成效地运用于

\* 国家自然科学基金(69673002)资助课题。

本文于 1996 年 3 月 25 日收到, 1997 年 8 月 25 日收到修改稿。

其他现代科学尤其是系统科学领域时,即只有人类在充分彻底认识人类自身时,才能得到真正意义上的智能控制系统并创立真正意义上的智能控制理论。

下面,主要根据神经行为学和认知心理学提出智能系统的方块图构形。目前,它应该是对一般智能控制系统抽象构形的描述,其中包括 Saridis 提出的分层智能控制系统的描述。

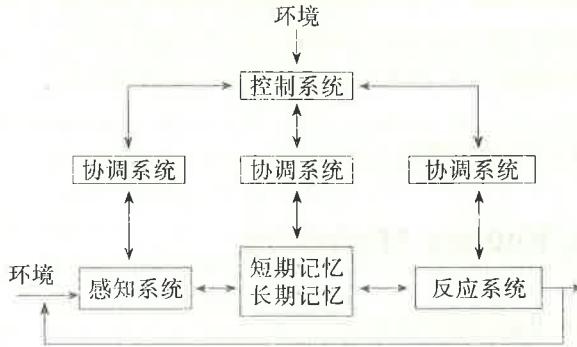


图 1 智能控制系统方块图

Fig. 1 Block diagram of intelligent controlled system  
对图 1 所示智能控制系统方块图作简要说明。

感知系统对环境刺激进行特征抽取、变换、整合、编码。已编码的环境刺激输入记忆系统。记忆一般分为短期记忆与长期记忆。短期记忆处理来自两个方面的信息。一方面,是经过编码的来自环境的信息。这时,短期记忆表现出很大的选择性:把不需要或不重要的信息排除掉,而把需要的信息保留下来,并加以进一步的确认。另一方面,短期记忆对长期记忆中的部分信息进行更精细地加工。长期记忆是一个巨大的信息存储库。它存储着各种信息,如运动技能、语法信息、语意信息、语用信息、价值、加工程序等。依现在和过去的输入为转移,长期记忆中的一部分信息被激活,这部分被激活的信息称为主动记忆<sup>[4]</sup>。主动记忆的一部分在短期记忆中接受更精细地加工。短期记忆是当前进行认知活动的场所。可见,在短期记忆与长期记忆之间必定存在着进行信息交换的通道。短期记忆与长期记忆之间的信息交换同时在控制系统与反应系统之间起着协调器的作用。控制系统本身具有一个完整的多功能的高水平的学习系统。控制系统决定着整个智能控制系统怎样发挥作用。通过直接向环境学习以及利用记忆系统中的信息实行组织管理,处理目标和给出欲达到目标的策略,即定计划、做决策。协调系统是控制系统和其他子系统的中间结构,它主要根据短期记忆进行决策、协调,“上情下达”、“下情上传”。反应系统控制着整个智能系统的输出,从各种各样的动作到语言和表情。

## 2 精度随智能降低而提高的原理 (The principle of increasing precision with decreasing intelligence)

精度随智能降低而提高 (IPDI) 的原理由 Saridis 在文[1]中提出。因为智能是由某种知识的变化率决定的,而知识是用熵减少(信息)表示的,因此,该原理是普遍适用的。Saridis 在文[1]中对这一原理的证明要求 DB(事件数据库)特定,DB 与 MI(机器智能)独立。这些条件过于苛刻,以至于若满足这种条件,智能系统就没有什么意义了。另外,他的证明是在离散情况下用初等方法进行的。

下面,我们从神经生理学和神经网络理论证明这个原理。

假定图 1 所示智能控制系统  $S$  可用四元组  $(X, F, P, H(x, \theta))$  表示,即

$$S = (X, F, P, H(x, \theta)). \quad (1)$$

其中  $X$  是状态空间;  $F$  是  $X$  上的  $\sigma$ -代数;  $P$  是  $(X, F)$  上的概率测度;  $x \in X$ ;  $\theta = (\xi, \eta, t)$  是参数;  $\xi$  是智能系统  $S$  的行动规则,  $\eta$  是事件数据库, 即记忆系统中存储的事件集,  $t$  是时间;  $H(x, \theta)$  是如下定义的相对熵:

$$H(x, \theta) = \int p_0(x, \theta) \ln \frac{p_0(x, \theta)}{p(x)} dx. \quad (2)$$

式中  $p_0(x, \theta)$  由观测决定,  $p(x)$  是最大熵概率密度函数,代表先验知识,由下式表示:

$$p(x) = \frac{1}{Z} \exp(-\mathbf{m}U(x)) \quad (3)$$

其中,  $U(x)$  是矢量势,  $\mathbf{m}$  是矢量系数,  $Z$  是分划函数。

每当系统得到新的输入,系统就执行式(2)最小化过程,过程终止,反应系统给出的 0-1 符号串即为系统的最佳任务<sup>[1,2]</sup>。

下面的定理表明,相对熵可实现最小化,且可得唯一最小值。

**定理 1** 将式(2)所示相对熵表示成  $H(p_0, p)$ , 则

$$\lim_{i \rightarrow \infty} (p_0(x_i), p(x_i)) = 0. \quad (4)$$

证 因为  $p_0(x_i)$  是用任意可行方法对关于  $p(x_i)$  的某种约束进行随机实验(学习)而产生的对  $p(x_i)$  的估计,该过程产生如下严格递增的度量空间  $(R, d)$  上点的序列  $p_0(i)$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , 及其子序列  $p_0(l(i), l(i) \geq i) = p(x_i) = p(i)$ , 这时有:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} p_0(i) = \lim_{i \rightarrow \infty} p_0(l(i), l(i) \geq i) = \lim_{i \rightarrow \infty} p(i).$$

事实上,设  $\lim_{i \rightarrow \infty} p_0(i) = \bar{\eta}$ , 则对任给的  $\epsilon$ , 存在正整数  $I$ , 使当  $i > I$  时,  $\|p_0(i) - \bar{\eta}\| < \epsilon$ . 因  $\lim_{i \rightarrow \infty} \{l(i)\} = \infty$ , 所以对于  $I$ , 存在正整数  $i_0$ , 使当  $i > i_0$  时,  $l(i) > I$ , 此时,  $\|p_0(l(i)) - \bar{\eta}\| < \epsilon$ . 所以子序列  $\{p_0(l(i))\} = \{p(i)\}, i = 1, 2, \dots$ , 收敛, 且  $\lim_{i \rightarrow \infty} p_0(i) = \lim_{i \rightarrow \infty} p_0(l(i), l(i) \geq i) = \lim_{i \rightarrow \infty} p(i) = \eta$ . 证毕.

上述定理的证明过程,也就是  $H(p_0, p)$  实现最小化过程,从极限理论可知,  $H(p_0, p)$  必然有一个最小值 0, 且显然唯一,该最小值对应着实现给定目标(环境输入)的唯一正确的 0,1 符号串. 在控制层给出与正确决策对应的 0,1 符号串,在反应系统(层)给出与正确任务对应的 0,1 符号串.

通过以上讨论,可得如下命题.

**命题** 智能系统  $S = (X, F, P, H(x, \theta))$  存在充分必要条件是它可表示为

$$S = (X, F, P, H(x, \theta)) = \lambda \min_{p_0} \left\{ \int_x p_0(x, \theta) \ln \frac{p_0(x, \theta)}{p(x)} dx \right\}, \quad (5)$$

其中  $\lambda > 0$ .

**定义 1** 智能系统  $S$  上的知识定义为智能系统  $S$  的结构化信息,由式(2)度量.

**定义 2** 不精确度是智能系统执行不同任务的易变性.

**定义 3** 精度是不精确度的补.

**定义 4** 智能系统的智能是智能系统所得知识对智能系统组成单元之间连接系数的变化率.

**定理 2** 在智能系统  $S$  上,精度随智能降低而提高.

为了使讨论简单而充分,引入相对熵的充分性概念<sup>[5]</sup>.

**定义 5** 对于智能系统  $S$ , 设  $\mathcal{F}$  是其子系统——记忆系统与控制系统产生的  $x \in X$  的子向量组成的集合  $\mathcal{X}$  上的  $\sigma$ -代数, 它是  $F$  的子  $\sigma$ -代数, 即  $\mathcal{F} \subset F$ . 令  $P(X)$  是  $(X, F)$  上全体概率测度集合,  $P' \subset P(X)$ . 所谓子  $\sigma$ -代数  $\mathcal{F}$  关于  $P'$  充分, 是指对任意对  $A \in F$ , 都存在  $\mathcal{F}$  可测函数

$$h = E_\mu(1_A | \mathcal{F}) \mu - a.e. \forall \mu \in P'. \quad (6)$$

设  $P_0, P$  分别是概率密度函数  $p'_0(x), p(x)$  对应的概率测度,  $\{P_0, P\} \in P(x)$ . 由充分性定义, 不难理解,  $\mathcal{F}$  关于  $\{P_0, P\}$  是充分的, 因此, 这时有:

$$H_{\mathcal{F}}(p_0, p) = H_F(p_0, p) = H(p_0, p).$$

$\mathcal{F}$  关于  $\{P_0, P\}$  充分, 那么  $P_0$  与  $P$  的差可依靠  $\mathcal{F}$  完

全决定. 因此, 有关系统  $S = \lambda \min_{p_0} \left\{ \int_x p_0(x, \theta) \ln \frac{p_0(x, \theta)}{p(x)} dx \right\}$  的结论可以在其子系统——控制系统与记忆系统上讨论.

沿着这种思路讨论问题, 不仅可以证明智能系统  $S$  的基本原理 IPDI, 而且可产生一种特殊的算法——平均场理论逼近算法<sup>[6]</sup>. 下面是对定理 2 证明.

注意到(3)式中矢量系数  $m$  表示组成单元(神经元)之间的连接系数——突触权重, 为书写简便将  $p_0(x, \theta)$  写成  $p_0(x)$ . 下面求  $\partial H_{\mathcal{F}}(p_0, p) / \partial m_i$ .

$$\frac{\partial H_{\mathcal{F}}(p_0, p)}{\partial m_i} = - \int \frac{p_0(x_T)}{p(x_T)} \frac{\partial p(x_T)}{\partial m_i} dx_T, \quad (7)$$

其中,  $x_T \in \mathcal{X}$ .

我们有:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(x_T)}{\partial m_i} &= [\exp(-\sum_i m_i U_i(x_T))] \cdot U_i(x_T) / Z - \\ &\quad P(x_T) [\sum_{x_T \in \mathcal{X}} \exp(-\sum_i m_i U_i(x_T))] \cdot U_i, \\ (x_T) / Z &= P(x_T) U_i(x_T) - p(x_T) \sum_{x_T \in \mathcal{X}} p(x_T) U_i(x_T). \end{aligned}$$

将上式代入(7)式, 得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_{\mathcal{F}}(p_0, p)}{\partial m_i} &= - \int \frac{p_0(x_T)}{p(x_T)} \frac{\partial P(x_T)}{\partial m_i} dx_T = \\ &\quad - (- \int p_0(x_T) U_i(x_T) dx_T + \\ &\quad \int p_0(x_T) \sum_{x_T \in \mathcal{X}} p(x_T) U_i(x_T) dx_T) = \\ &\quad E_{p_0}(U_i(x_T)) - E_p(U_i(x_T)). \end{aligned} \quad (8)$$

因为  $E_{p_0}(U_i(x_T)) = H_{p_0} - \ln Z$ <sup>[7]</sup>, 所以式(8)表示为

$$\frac{\partial H_{\mathcal{F}}(p_0, p)}{\partial m_i} = H_{p_0}(x_T) - \ln Z - E_p(U_i(x_T)),$$

从而有:

$$\ln Z + E_p(U_i(x_T)) = H_{p_0}(x_T) - \frac{\partial H_{\mathcal{F}}(p_0, p)}{\partial m_i}. \quad (9)$$

其中  $H_{p_0}(x_T)$  是由观测样本集即训练样本集决定的熵最大值, 是记忆系统与控制系统执行任务不确定性的度量. 当组成记忆系统与控制系统的组元(神经元)个数确定之后,  $Z$ (分划函数)也就确定了. 因此, 式(9)左边可视为一个常数. 若右边第二项降低, 第一项必须降低, 即精度提高. 这恰好表示出基本原理 IPDI. 从而, 我们从神经生理学和神经网络理

论观点证明了智能系统所遵从的基本原理 IPDI. 因为  $\mathcal{F}$  对  $\{P_0, P\}$  充分, 因此, 上述结论对整个系统  $S$  是完全适用的.

### 3 智能控制系统的智能行为 (Intelligent behavior of intelligent controlled system)

智能控制系统  $S$  的智能行为是由子系统——控制系统与记忆系统完成的. 控制系统与记忆系统是神经网络系统, 各种智能行为在生物学上表现为神经元之间连接权重的变化.

学习过程是获取知识的过程. 神经网络系统学习过程分为两个阶段. 第一阶段是神经网络系统对环境进行抽象确立被求解问题模型的过程——模型化过程, 第二阶段是求解问题的阶段——环境规律性在系统中引发的不确定性的极小化过程. 与该两阶段相对应有以下结果.

**定理 3<sup>[7]</sup>** 设神经网络系统  $N$  和它所在的环境  $E$  组成的复合系统与外界孤立, 神经网络系统的学习过程是具有给定转移概率函数的马尔柯夫过程. 则在获得足够强的输入信息时, 神经网络系统开始自己的学习过程, 该过程从远离平衡态最终到达平衡态, 平衡态是系统的最大熵状态, 最大熵态的充分必要条件是系统的分布密度函数有以下形式

$$p(x_T) = \frac{1}{Z} \exp(-mU)(x_T). \quad (10)$$

其中,  $x_T$  是神经网络系统上的状态变量,  $U(x_T)$  是矢量势函数,  $Z$  是分划函数.

**定理 4<sup>[7]</sup>** 在定理 1 的条件下, 设神经网络系统第  $i$  第  $j$  神经元之间的连接权重为  $w_{ij}$ ,  $w_{ij} = w_{ji}$ , 则根据智能系统的基本原理 IPDI,  $\frac{\partial H_{\mathcal{F}}(p_0, p)}{\partial w_{ij}} = \gamma(P_{ij} - P'_{ij})$ . 其中  $\gamma = \frac{1}{kT}$ ,  $k$  是玻尔兹曼常数,  $T$  相当于物理系统的温度, 这里是控制参数;  $P_{ij}$  是有环境输入, 网络达平衡时单元  $i, j$  同时导通的平均概率;  $P'_{ij}$  是设有环境输入时的相应概率.

**定理 5<sup>[6]</sup>** 在定理 1 的条件下, 设神经网络系统的神经元  $i, j$  之间的连接权重为  $w_{ij}$ ,  $w_{ij} = w_{ji}$ ; 并设组成神经网络系统的神经元数足够大, 则在均方极限意义下, 根据智能系统的基本原理 IPDI,  $\frac{\partial H_{\mathcal{F}}(p_0, p)}{\partial w_{ij}} = U_i(E_{p_0}(x_T)) - U_i(E_p(x_T))$ , 其中

$E_{p_0}, E_p$  分别表示对  $p_0(x), p(x)$  的期望算子.

由定理 4 和定理 5, 可得训练神经网络系统的两种学习算法.

$$\Delta w_{ij} = \beta(P_{ij} - P'_{ij}), \quad (11)$$

其中  $\beta$  是小于但接近于 1 的常数.

$$\Delta w_{ij} = \alpha(E\{x_T(k)\}E\{x(l)\} - E\{\bar{x}_T(k)\}E\{\bar{x}_T(l)\}). \quad (12)$$

其中  $\alpha$  是小于但接近于 1 的常数,  $E\{x_T(k)\}$  的表达式如下:

$$E\{x_T(k)\} = \begin{cases} \frac{1}{1 + e^{-u_{k/T}}}, & x_T(k) \in \{0, 1\}, \\ \tanh(-u_{k/T}), & x_T(k) \in \{1, -1\}. \end{cases} \quad (13)$$

其中  $u_k = \sum_l w_{kl} x_T(l)$ ,  $E\{x_T(k)\}$  是单元  $k$  兴奋时的平均场,  $E\{x_T(k)\}$  和  $E\{\bar{x}_T(k)\}$  分别表示“-”相 (“minus” phase) 和“+”相 (“plus” phase) 时系统达稳态时单元  $k$  的兴奋值, “-”相——输入单元用输入模式 (环境) 锁位并保持不变, 隐单元和输出单元的兴奋值按照确定性的规律——(13) 或 (14) 式表示的规律演化直到它们达稳态值; “+”相——输入单元仍用输入模式锁位, 输出单元用所须要的输出模式锁位, 仅隐单元按照同样的规律改变它们的兴奋值直到达到一个稳态值.

若直接使用学习算法 (11), (12) 对神经网络进行训练, 那就是采用最速下降法求使得  $H_{\mathcal{F}}(p_0, p)$  极小的  $w_{ij}$ , 这将导致神经网络系统陷入局部极小值, 对某些问题这往往是不希望出现的, 有时是绝对不希望出现的.

退火算法可避开局部极小值而获得全局最小值.

#### 1) 统计模拟退火算法.

统计模拟退火算法<sup>[8]</sup>作为近似地解大规模组合优化问题的一种一般方法在理论和实践两方面均取得很大进展. 这种算法可广泛地应用于各种最优化问题领域, 它的解可任意逼近全局最优. 该算法让与状态有关的代价函数进行随机爬坡, 模拟金属的退火过程, 也就是通过控制参数  $T$  的作用, 在传统的最速下降过程中加入随机噪声, 从而, 若神经网络系统“不幸”跌入局部极小陷坑, 也能跳出这个局部极小陷坑, 直到最大程度地逼近全局最优, 即获得代价函数的整体最小值. 在这篇文章中, 代价函数是相对熵, 相对熵的极小化过程与其他文章中定义的代价函数——能量函数的极小化过程是同步的. 统计模拟退火算法的一种计算机实现步骤是:

1° 确定充分高的初始温度  $T$  和初始状态, 随机确定系统神经元之间的连接权重.

2° 给定系统初始状态  $x_T^i(x_T^i(1), x_T^i(2), \dots,$

$x_T^i(n)$ )一个小小的扰动,得  $x_T^i$ ,计算相对熵增量  $\Delta H_{\varphi}$

3° 若  $\Delta H_{\varphi} \leq 0$ , 接受此变化; 否则, 若  $e^{-\Delta H_{\varphi}} >$  随机数  $\in [0,1)$ , 接受此变化,  $x_T^{i+1} = x_T^i$ .

4° 计算新的温度值:  $T(i+1) = T(0)/\ln(i+1)$ ,  $i \geq 1$ ,  $T(0)$  是初始温度.

5° 重复 2° 到 4°, 直到  $T$  逼近零, 系统不发生状态转移.

## 2) 平均场理论逼近退火算法.

上述统计模拟退火算法“继承”了 Mote Carlo 方法固有的本性——慢的收敛速度和高的计算复杂性, 使它的应用受到了很大限制. 为此, 近几年来国内外有关专家、学者提出了平均场理论逼近退火算法, 收到了较好的效果, 所有推导平均场理论逼近退火算法的方法一般是建立在统计物理中系统自由能减少的基础之上的. 我们用相对熵最小化观点导出这一算法<sup>[6]</sup>, 这是由智能控制系统基本原理 IPDI 决定的, 是用相对熵最小化实现智能控制这一思想的自然拓广和理所当然的结果.

基于平均场理论逼近的退火算法如下:

1° 任选一高值参数  $T$ , 将所有自由单元平均场  $E\{x_T(k)\}$ 、连接权重  $w_{kl}$  随机初始化.

2° 作循环:

a) 任选一平均场变量  $E\{x_T(l)\}$ ,  $l = 1, \dots, r$ , 按照(14)式计算, 直到稳态, 得  $E\{x_T^1(1)\}$ .

b) 减少  $T$ , 重复 a), 直到式(5)出现稳定解.

3° 分别对“-”相、“+”相实行以上步骤.

4° 按式(12)修改权重.

平均场理论逼近退火算法的收敛速度大约是统计模拟退火算法的收敛速度的  $50 \sim 100$  倍, 而时间复杂性从  $O(2^n)$  降到  $O(n)$ ,  $n$  是神经网络系统的神经元数.

上述两种学习算法引出两类 Boltzmann 机; 随机型 Boltzmann 机<sup>[9]</sup> 和确定型 Boltzmann 机<sup>[6]</sup>. Boltzmann 机作为一种网络可用一无向图表示:  $B = (V = (V_i \cup V_h \cup V_0), W = \{\omega_{ij}\}_{i,j \in V})$ , 其中  $V = \{0, 1, \dots, i, j, \dots, n-1\}$  是神经元有限集,  $V_i, V_h, V_0$  分别是输入神经元、隐神经元、输出神经元集合;  $W$  是  $V$  中元素无序对连接权重的集合;  $W$  包括所有的环, 即:  $\{\omega_{ii} |$

$i \in V\} \subset W$ . 神经元状态  $x_i = 0$  或  $x_i = 1$  对应于神经元断开状态或导通状态, 智能系统  $S$  的控制系统和记忆系统是 Boltzmann 机, 因此  $S$  能实现学习功能和记忆功能以及归纳推理功能<sup>[9]</sup>.

通过学习、记忆和归纳推理, 在智能系统  $S$  的控制系统中产生了概念, 概念的转化形成思维, 为更严格深入地讨论思想功能, 需要引入抽象神经自动机理论<sup>[10]</sup>, 将在另外的文章中谈这个问题.

我们构建了智能系统及其算法, 从而构建了智能控制系统理论, 是通过相对熵最小化实现的.

## 参考文献(References)

- 1 Sardis G N . Analytic formulation of the principle of increasing precision with decreasing intelligence for intelligent machines. Automatica, 1989, 25(3): 461 - 467
- 2 Mode M C and Sardis G N . A Boltzmann machine for the organization of intelligent machines. IEEE Trans. Syst., Man, and Cybern., 1990, 20(5): 1094 - 1102
- 3 西广成. 复杂系统分划的熵方法. 自动化学报, 1987, 13(3): 216 - 220
- 4 林赛 P H, 诺曼 D A 著, 孙晔, 王甦苏等译. 人的信息加工心理学概论. 北京: 科学出版社, 1987
- 5 Halmos P R and Savage L T. Application of the Radon-Nikodym theorem to the theory of sufficient statistics. Ann Math. Statistics, 1949, 20: 225 - 241
- 6 西广成. 基于平均场理论逼近的神经网络. 电子学报, 1995, 23(8): 62 - 64
- 7 西广成. 神经网络系统学习过程初探. 自动化学报, 1991, 13(3): 311 - 316
- 8 Kirkpatrick S, Gelatt C D and Vecchi M P. Optimization by simulated annealing. Science, 1983, 220(4598): 671 - 680
- 9 Ackley D H, Hinton G E and Sejnowski T J. A learning algorithm for Boltzmann machine. Cogn. Sci., 1985, 9(1): 147 - 169
- 10 西广成. 抽象神经自动机的一个极限定理. 自动化学报, 1996, 22(4): 497 - 500

## 本文作者简介

西广成 中国科学院自动化研究所研究员. 1980 年以来, 曾从事复杂系统理论及应用研究工作. 是国家六·五重大攻关项目《京津地区生态经济区划》研究工作的主要参加者, 获中科院 1987 年度科技进步一等奖, 重大贡献奖. 目前主要工作兴趣是学习模型与记忆机制理论研究, 神经网络理论研究中的随机理论, 抽象神经自动机理论及其应用以及智能控制理论.