

# 递推 $l^1$ 鲁棒辨识方法研究 \*

李昇平

(汕头大学机械电子工程系·汕头, 515063)

谢媛芳

柴天佑

(汕头大学工学院·汕头, 515063) (东北大学自动化研究中心·沈阳, 110006)

**摘要:** 研究了基于含  $l^1$  范数约束非结构不确定性因子的模型集描述的动态系统的  $l^1$  鲁棒辨识问题。首先在较弱的先验条件下导出了受系统参数集为  $\mathbb{R}^n$  空间一凸多面体;然后通过求解该多面体的最小外框给出了名义时域模型的一次完成辨识方法和限定数据窗递推辨识方法,并给出了辨识误差界;最后对递推辨识算法进行了理论分析。算例仿真表明了算法的有效性。

**关键词:** 递推  $l^1$  鲁棒辨识; 模型集; 限定数据窗; 误差界

## Recursive $l^1$ Robust Identification Algorithms

Li Shengping

(Department of Mechantronics Engineering, Shantou University · Shantou, 515063, P. R. China)

Xie Yuanfang

(Engineering College, Shantou University · Shantou, 515063, P. R. China)

Chai Tianyou

(Research Center of Automation, Northeast University · Shenyang, 110006, P. R. China)

**Abstract:** This paper investigates the problem of  $l^1$  robust identification for dynamic systems with normbounded unstructured uncertainty. At first we show that the set of namely model parameters is a convex polyhedron in the case of less system apriori knowledge and assumption of bounded noise. Then we propose a simple identification algorithm and a recursive algorithm for parameters of namely model and identification error bound. Finally convergency analysis of the proposed recursive algorithm in this paper is carried out and a simulation example is presented to demonstrate the effectiveness of the algorithm.

**Key words:** recursive  $l^1$  robust identification; model set; fixed data window; error bounds

## 1 引言(Introduction)

近年来,随着  $l^1$  鲁棒控制理论的发展,  $l^1$  鲁棒辨识问题已成为国际控制界十分活跃的研究领域之一,不同于传统的系统辨识,鲁棒辨识不仅要给出真实系统的名义模型,而且要给出名义模型对真实系统的误差界。换言之,鲁棒辨识给出的是一个包含真实系统在内的模型集合。基于该模型集利用现代鲁棒理论<sup>[1]</sup>设计的控制器,适用于模型集中任何系统,自然也适用于真实系统,从而使控制系统获得了鲁棒性。因此鲁棒辨识是面向鲁棒控制的系统辨识方法。

鲁棒辨识大致可分为时域辨识和频域辨识两类。频域辨识利用输入输出数据辨识频域模型集,是一种与  $H_\infty$  相配合的辨识方法,这方面的研究见于 [2,3]。在频域辨识理论迅速发展的同时, Makila, Jacobson<sup>[4,5]</sup> 等人发展了与之平行的时域辨识方法。时

域辨识的目的是把系统的先验知识和时域输入输出数据映成一个名义时域 FIR 模型,同时得到该名义模型对于真实系统的时域上的  $l^1$  范数约束误差界,名义模型与误差界一起构成辨识模型集。由于该模型集描述与  $l^1$  鲁棒控制是一致的,所以这类时域辨识又称  $l^1$  鲁棒辨识。目前  $l^1$  鲁棒辨识的研究结果尚存在如下问题<sup>[4~6]</sup>:如限于单位脉冲信号或 Galois 序列作为试验输入,只能处理最初有限组输入输出数据等。因此不能有效地适用于在线辨识,并且由于不能有效利用足够多的输入输出信息而使得到的模型集过于保守。本文基于  $l^1$  范数约束非结构式不确定性先验信息,通过给出参数不确定集的最小外框,提出了一种易于在线实现的  $l^1$  递推辨识方法,不仅有效地克服了现有结果的缺陷,而且算法简单便于实现。

\* 汕头大学自然科学基金(13762)资助项目。  
本文于 1997 年 2 月 7 日收到,1997 年 12 月 9 日收到修改稿。

## 2 问题描述(Problem statement)

考虑受辨系统为 SISO 离散时间系统, 其输入输出量测方程为:

$$y = G(h, \Delta) * u + d. \quad (1)$$

式中  $u, y$  为系统的输入输出,  $d$  为量测噪声.

假设受辨系统属于如下模型集合<sup>[7,8]</sup>:

$$\begin{aligned} M_0 &= \{G(h, \Delta) = G(h, q) + w\Delta : h \in \mathbb{R}^n, \\ &\quad \| \Delta \|_1 \leq r\}. \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $q^{-1}$  为后向平移算子,  $G(h, q^{-1}) = \sum_{i=0}^{n-1} h(i)q^{-i}$  为 SISO, BIBO 稳定、线性时不变的  $n$  维 FIR 模型,  $r \geq 0$  已知,  $w\Delta$  刻划了系统的非结构式不确定信息,  $w$  为已知的稳定、线性时不变加权函数, 它反映不确定性的幅值大小、频率特性等;  $\Delta$  为由线性化、未知扰动等因素引起的线性或非线性、定常或时变不稳定因子, 它刻划了系统的非结构化未建模动态. 为简单起见, 取  $w = 1$ , 这不影响问题的讨论.

为便于问题的处理, 我们作如下先验假设:

1) 系统输入信号为任意非零幅值一致有界序列, 即  $\max_{k \geq 0} |u(k)| \leq c_u, c_u > 0$  为已知.

2) 输出量测噪声  $d$  为任意幅值一致有界序列, 即  $\max_{k \geq 0} |d(k)| \leq \varepsilon, \varepsilon \geq 0$  为已知. 本文的目的是: 基于上述先验知识和输入输出数据, 提出一种能够在线给出名义模型参数  $h$  及其  $l^1$  误差界的递推辨识算法, 并对算法的性质进行分析.

## 3 辨识算法(Identification algorithms)

记  $T_k$  为  $k+1$  维截断算子, 即对任意序列  $x, T_kx = \{x(i)\}_{i=0}^k$ . 由方程(1)、(2), 全体满足先验知识和  $k$  时刻前所有输入输出序列  $T_ku, T_ky$  系统集合为:

$$S_k = \{G(h, \Delta) : T_k(y - G(h, \Delta) * u - d) = 0,$$

$$h \in \mathbb{R}^n, \| \Delta \|_1 \leq r, \| d \|_\infty \leq c_u\}. \quad (3)$$

记  $\varphi^T(k) = (u(k), u(k-1), \dots, u(k-n+1))$ , 若  $k-n+1 < 0$ , 则令  $u(k-n+1) = 0$ , 则受辨系统属于  $S_k$  的全体参数  $h$  的集合为:

$$\begin{aligned} H_k &= \{h \in \mathbb{R}^n : G(h, \Delta) \in S_k\} = \\ &= \bigcap_{j=0}^k \{h \in \mathbb{R}^n : y(j) = \varphi^T(j)h + \Delta u(j) + \\ &\quad d(j), \| \Delta \|_1 \leq r, \| d \|_\infty \leq \\ &\quad \varepsilon, \| u \|_\infty \leq c_u\}. \end{aligned} \quad (4)$$

又  $|\Delta u(j) + d(j)| \leq |\Delta u(j)| + |d(j)| \leq \| \Delta u \|_\infty + \| d \|_\infty \leq rc_u + \varepsilon$ . 令  $\delta = rc_u + \varepsilon$ ,  $H_k$  又可写成:

$$H_k = \bigcap_{j=0}^k \{h \in \mathbb{R}^n : |y(j) - \varphi^T(j)h| \leq \delta\}, \quad (5)$$

因此,  $H_k$  为由系统先验信息和  $k$  时刻以前输入输出数据构成的  $\mathbb{R}^n$  空间中一凸多面体.

定义

$$\begin{cases} h_k^m(i) = \min_{h \in H_k} h(i), h_k^M(i) = \max_{h \in H_k} h(i), \\ UI_k(i) = [h_k^m(i), h_k^M(i)], i = 0, 1, \dots, n-1, \end{cases} \quad (6)$$

则  $UI_k(i)$  表示第  $k$  时刻  $h$  的第  $i$  分量的不确定区间, 它刻划了  $h(i)$  的可达的变化范围.  $H_k$  的最小外框可定义为  $BH_k = \bigotimes_{i=0}^{n-1} UI_k(i)$  ( $\otimes$  为迪卡尔积).

在作了以上处理后, 由文献[9] 可知, 第  $k$  时刻  $h$  的最佳估计为:

$$h_k^c(i) = \frac{1}{2}(h_k^m(i) + h_k^M(i)), i = 0, 1, \dots, n-1. \quad (7)$$

令  $G(h_k^c, q^{-1}) = \sum_{i=0}^{n-1} h_k^c(i)q^{-i}$ , 则  $G(h_k^c, q^{-1})$  为受辨系统由前  $k+1$  组输入输出数据得到的时域名义模型. 下面给出名义模型对真实系统的辨识误差界.

记  $E_k$  为第  $k$  时刻名义模型  $G(h_k^c, q)$  对真实系统的最大可能的辨识误差, 则

$$\begin{aligned} \| E_k \|_1 &= \\ &\sup_{\substack{\| d \|_\infty \leq \varepsilon \\ \| \Delta \|_1 \leq r}} \| G(h, \Delta) - G(h_k^c, q^{-1}) \|_1 = \\ &\sup_{\substack{h \in H_k \\ \| \Delta \|_1 \leq r}} \| G(h, q^{-1}) - G(h_k^c, q^{-1}) + \Delta \|_1 \leq \\ &\sup_{h \in H_k} \| h - h_k^c \|_1 + r \leq \\ &\frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n-1} [h_k^M(i) - h_k^m(i)] + r. \end{aligned}$$

于是辨识的  $l^1$  误差界为:

$$\overline{E_k} = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n-1} [h_k^M(i) - h_k^m(i)] + r. \quad (8)$$

辨识模型集可写作:

$$\begin{aligned} M_b &= \{G_b(h, E_k) = G(h_k^c, q^{-1}) + E_k : \\ &\quad \| E_k \|_1 \leq \overline{E_k}\}. \end{aligned} \quad (9)$$

式(6)~(8)表明, 辨识  $n$  维 FIR 模型及其误差界, 需求解  $2n$  个线性规划问题, 计算量大. 在本节的余下篇幅里, 先给出基于最初  $n$  组量测数据的一次完成简单算法, 然后讨论  $k \geq n$  的递推算法.

假设已获得最初  $n$  组输入输出数据  $(T_{n-1}u, T_{n-1}y)$ , 且系统处于非零初始状态, 这时  $H_{n-1}$

$\{h \in \mathbb{R}^n : |\gamma(j) - \varphi^T(j)h| \leq \delta\}$ . 记  $\phi = \begin{bmatrix} \varphi^T(0) \\ \vdots \\ \varphi^T(n-1) \end{bmatrix}$ , 不难验证, 若  $u(0) \neq 0$ , 则  $\phi^{-1}$  为下三

角 Toeplitz 矩阵, 记为

$$\phi^{-1} = \begin{bmatrix} c(0) & & \\ c(1)c(0) & & \\ & \ddots & \\ c(n-1)c(n-2)\cdots c(0) & & \end{bmatrix}.$$

**定理 1** 若  $u(0) \neq 0$ , 则有

$$h_{n-1}^m(i) = \sum_{j=0}^i [c(i-j)y(j) - |c(i-j)|\delta], \quad (10a)$$

$$h_{n-1}^M(i) = \sum_{j=0}^i [c(i-j)y(j) + |c(i-j)|\delta], \quad (i = 0, 1, \dots, n-1). \quad (10b)$$

证 令  $v = \Delta u + d$ , 由式(4)可有  $T_{n-1}y = \phi h + T_{n-1}v$ . 于是,  $h = \phi^{-1}(T_{n-1}y - T_{n-1}v)$ ; 展开后可有  $h_{n-1}(i) = \sum_{j=0}^i [c(i-j)y(j) - c(i-j)v(j)]$ . 又  $\max_{j \geq 0} |v(j)| = \delta$ ,  $\sum_{j=0}^i [c(i-j)y(j) - |c(i-j)|\delta] \leq h_{n-1}(i) \leq \sum_{j=0}^i [c(i-j)y(j) + |c(i-j)|\delta]$ . 故结论成立. 证毕.

根据定理 1, 由(7)、(8)式, 只需作有限次代数运算便可方便地求出名义模型及误差界. 下面研究  $k \geq N$  时递推辨识算法.

为便于讨论, 定义  $\mathbb{R}^n$  空间中超平面:

$$\begin{aligned} LP_j &= \{h \in \mathbb{R}^n : \varphi^T(j)h - y(j) = -\delta\}, \\ RP_j &= \{h \in \mathbb{R}^n : \varphi^T(j)h - y(j) = \delta\}, \end{aligned} \quad (11)$$

记

$$\begin{aligned} LA_j &= \{h \in \mathbb{R}^n : \varphi^T(j)h - y(j) \geq -\delta\}, \\ RA_j &= \{h \in \mathbb{R}^n : \varphi^T(j)h - y(j) \leq \delta\}. \end{aligned} \quad (12)$$

再定义

$$A_j = LA_j \cap RA_j, \quad (13)$$

于是

$$H_k = \bigcap_{j=0}^k A_j. \quad (14)$$

为避免数据饱和同时简化计算, 我们提出一种数据窗长度限定的递推算法. 设数据窗长度为  $N$ , 记  $H_{k,N}$  为第  $k$  ( $k \geq N$ ) 试验时刻由  $N$  组观测到的数据构成的参数集, 显然  $H_{k,N} \subseteq H_k$ . 与(6)式类似地,

定义:

$$h_k^m(i, N) = \min_{h \in H_{k,N}} h(i), \quad (15a)$$

$$h_k^M(i, N) = \max_{h \in H_{k,N}} h(i), \quad (15b)$$

$$i = 0, 1, \dots, n-1,$$

并且用  $\vec{h}_k^m(i, N)$  和  $\vec{h}_k^M(i, N)$  表示集合  $H_{k,N}$  中第  $i$  分量分别为  $h_k^m(i, N)$  和  $h_k^M(i, N)$  的向量. 考察(12)、(13)式, 对某一特定的  $k$ ,  $A_k$  确定了  $\mathbb{R}^n$  中一狭长区域. 若  $\vec{h}_{k-1}^m(i, N)$  或  $\vec{h}_{k-1}^M(i, N)$  ( $i = 0, 1, \dots, n-1$ ) 均属于  $A_k$ , 则  $H_{k-1,N} \subseteq A_k$ , 这表明新数据不含新息, 予以剔除; 若其中任意一项如  $\vec{h}_{k-1}^m(i, N) \notin A_k$ , 那么  $H_{k-1,N} \not\subseteq A_k$ ,  $A_k$  将修正  $\vec{h}_{k-1}^m(i, N)$ , 这意味着新数据蕴含新息, 应予以利用. 基于以上分析, 我们提出解  $h_k^m(i, N)$  和  $h_k^M(i, N)$  ( $i = 0, 1, \dots, n-1$ ) 的递推算法:

1) 用定理 1 处理最初  $n$  组量测数据, 得  $h_{n-1}^m(i)$  和  $h_{n-1}^M(i)$  及其对应的向量  $\vec{h}_{n-1}^m(i)$  和  $\vec{h}_{n-1}^M(i)$  ( $i = 0, 1, \dots, n-1$ ), 同时令  $h_{n-1}^m(i, N) = h_{n-1}^m(i)$ ,  $h_{n-1}^M(i, N) = h_{n-1}^M(i)$  以及  $\vec{h}_{n-1}^m(i, N) = \vec{h}_{n-1}^m(i)$ ,  $\vec{h}_{n-1}^M(i, N) = \vec{h}_{n-1}^M(i)$ , 并存储确定它们的  $n$  个平面  $LP_j$  或  $RP_j$  ( $j$  取值于  $\{0, 1, \dots, n-1\}$ ).

2) 处理第  $k$  时刻数据  $(y(k), u(k))$ . 按照(11)~(13)式构造  $A_k$ , 检验  $\vec{h}_{k-1}^m(i, N)$  和  $\vec{h}_{k-1}^M(i, N)$  ( $i = 0, 1, \dots, n-1$ ) 是否属于  $A_k$ . 若是, 则令  $h_k^m(i, N) = h_{k-1}^m(i, N)$  和  $\vec{h}_k^m(i, N) = \vec{h}_{k-1}^m(i, N)$ ;  $h_k^M(i, N) = h_{k-1}^M(i, N)$  和  $\vec{h}_k^M(i, N) = \vec{h}_{k-1}^M(i, N)$ , 其中  $i = 0, 1, \dots, n-1$ . 同时剔除  $(y(k), u(k))$ , 然后转回 2) 处理新数据. 否则转至 3).

3) 因  $\vec{h}_{k-1}^m(i, N)$  或  $\vec{h}_{k-1}^M(i, N)$  ( $i = 0, 1, \dots, n-1$ ) 中有不属于  $A_k$  的向量, 不妨设  $\vec{h}_{k-1}^m(i, N) \notin A_k$ , 则  $\vec{h}_{k-1}^m(i, N) \notin LA_k$  (或  $RA_k$ ), 设  $\vec{h}_{k-1}^m(i, N) \notin LA_k$ , 那么  $\vec{h}_{k-1}^m(i, N)$  必属于  $LP_k$ . 从交于  $\vec{h}_{k-1}^m(i, N)$  的  $n$  个平面  $LP_j$  或  $RP_j$  ( $j$  取值于  $\{0, 1, \dots, n-1\}$ ) 之中任取  $n-1$  个与  $LP_k$  相交可得  $n$  个交点, 从中取第  $i$  分量为最小的点作为  $\vec{h}_k^m(i, N)$ , 同时可得  $h_k^m(i, N)$ , 重新存贮交于  $\vec{h}_k^m(i, N)$  的  $n$  个平面. 以同样的方法处理  $\vec{h}_{k-1}^M(i, N) \notin A_k$  的情形. 若要继续辨识, 则令  $k = k+1$ , 转 2); 否则转至 4).

4) 结束.

#### 4 递推算法分析 (Analysis of recursive algorithm)

注意到, 在上述递推算法中, 对于每个试验时刻  $k$  计算任一顶点  $\vec{h}_k^m(i, N)$  或  $\vec{h}_k^M(i, N)$  ( $i = 0, 1, \dots, n - 1$ ) 只需  $N$  组试验数据, 这表明该递推算法是一个限定记忆窗辨识算法, 它削弱了旧数据对当前时刻辨识结果的影响. 这自然导致一个问题: 该递推算法能否充分地利用了到任一时刻为止全部数据所蕴含的信息? 具体地说, 是否有:  $h_k^m(i, N) = h_k^m(i)$  和  $h_k^M(i, N) = h_k^M(i)$  ( $i = 0, 1, \dots, n - 1$ ) 成立? 下面研究这个问题.

**定理 2** 假设对每一时刻  $k$ , 由递推算法所得向量  $\vec{h}_k^m(i, N)$  和  $\vec{h}_k^M(i, N)$  ( $i = 0, 1, \dots, n - 1$ ) 均唯一, 那么必有:  $h_k^m(i, N) = h_k^m(i)$ ,  $h_k^M(i, N) = h_k^M(i)$  ( $i = 0, 1, \dots, n - 1$ ).

为证明此定理, 先证明如下引理.

**引理 1** 假设对每一时刻  $k$ , 由递推算法所得向量  $\vec{h}_k^m(i, N)$  和  $\vec{h}_k^M(i, N)$  ( $i = 0, 1, \dots, n - 1$ ) 均唯一. 那么当且仅当  $\vec{h}_k^m(i, N) \in H_k$  时,  $h_k^m(i, N) = h_k^m(i)$  ( $i = 0, 1, \dots, n - 1$ ) 成立; 对  $\vec{h}_k^M(i, N)$ ,  $h_k^M(i, N)$  ( $i = 0, 1, \dots, n - 1$ ) 亦有相同的结论.

**证** 因  $H_k \subseteq H_{k, N}$ , 所以由(6)和(15)式可有  $h_k^m(i, N) \leq h_k^m(i)$ . 如果  $\vec{h}_k^m(i, N) \in H_k$ , 那么上式中等号成立, 即  $h_k^m(i, N) = h_k^m(i)$  ( $i = 0, 1, \dots, n - 1$ ). 反之, 假设  $h_k^m(i, N) = h_k^m(i)$ , 则  $\vec{h}_k^m(i, N)$  和  $h_k^m(i)$  均落在平面  $h(i) = h_k^m(i, N)$  上. 记  $S_k^m(i, N) = H_{k, N} \cap \{h \in \mathbb{R}^n : h(i) = h_k^m(i, N)\}$ , 且因  $H_k \subseteq$

$H_{k, N}$ , 于是,  $S_k^m(i) = H_k \cap \{h \in \mathbb{R}^n : h(i) = h_k^m(i, N)\} \subseteq S_k^m(i, N)$ . 再由  $\vec{h}_k^m(i, N)$  的唯一性假设可知, 集合  $S_k^m(i, N)$  只含唯一元素, 即  $S_k^m(i, N) = \{\vec{h}_k^m(i, N)\}$ . 因此,  $h_k^m(i, N) = \vec{h}_k^m(i)$  ( $i = 0, 1, \dots, n - 1$ ), 又  $\vec{h}_k^m(i) \in H_k$ , 故  $\vec{h}_k^m(i, N) \in H_k$ ; 同理可证,  $\vec{h}_k^M(i, N)$  和  $h_k^M(i, N)$  ( $i = 0, 1, \dots, n - 1$ ) 亦有相同的结论. 证毕.

今证明定理 2.

**证** 若  $\vec{h}_k^m(i, N) \in H_k$ , 由引理 1 可知,  $h_k^m(i, N) = h_k^m(i)$ . 今假设  $h_k^m(i, N) \neq h_k^m(i)$ , 由引理 1 可有,  $\vec{h}_k^m(i, N) \notin H_k$ . 因  $H_k = \bigcap_{j=0}^k A_j$ , 所以必存在某个  $p$  ( $0 \leq p \leq k$ ) 使得  $\vec{h}_k^m(i, N) \notin A_p$ . 这与递推算法步骤 2) 中剔除数据的规则矛盾. 定理得证.

**注** 定理 2 中  $\vec{h}_k^m(i, N)$  和  $\vec{h}_k^M(i, N)$  ( $i = 0, 1, \dots, n - 1$ ) 的唯一性可由递推算法得到保证.

#### 5 仿真例子 (Simulation example)

考虑如下不确定性离散系统:

$$\begin{aligned} G(q^{-1}) = & 1 + 0.3679q^{-1} + 0.1353q^{-2} + \\ & 0.0498q^{-3} + 0.0183q^{-4} + \\ & 0.0067q^{-5} + \Delta(q^{-1}). \end{aligned}$$

其中,  $q^{-1}$  为后移算子,  $\Delta(q^{-1})$  为未建模因子. 仿真时取  $\Delta(q^{-1}) = \frac{0.2618}{1 - 0.4501q^{-1}}$ , 显然,  $\|\Delta(q^{-1})\|_1 \leq \frac{0.2618}{1 - 0.4501} = 0.4761$ . 量测噪声  $d$  取  $\|d\|_\infty = 0.2$  的随机序列; 试验输入取周期为 2s 幅值为 0.5 的方波. 仿真结果如表 1 所示.

表 1 仿真结果

Table 1 Simulation result

	$h_k(0)$	$h_k(1)$	$h_k(2)$	$h_k(3)$	$h_k(4)$	$h_k(5)$	$\overline{E_k}$
$k = 5$	1.0222	0.3805	0.1120	0.0585	0.0347	-0.0228	1.6587
$k = 10$	0.9953	0.3632	0.1644	0.0566	-0.0029	0.0221	1.4541
$k = 20$	0.9928	0.3668	0.1322	0.0641	0.0050	0.0215	1.1318
$k = 30$	1.0112	0.3691	0.1367	0.0378	0.0130	0.0088	0.9739

#### 6 结束语 (Conclusion)

本文主要工作:

1) 基于含范数约束结构不确定性的模型集描述, 提出了易于实现的限定长度数据窗递推  $l^1$  鲁棒辨识算法. 从而有效弥补了时域鲁棒辨识方面现有

结果的缺陷.

2) 证明了所提出的递推算法可充分利用全部试验数据所蕴含信息.

**致谢** 本文得到了华中理工大学自动控制工程

系方华京教授的指导,在此对方教授表示衷心感谢!

### 参考文献(References)

- 1 Dahleh M A and Pearson J B. Optimal rejection of persistent disturbances, robust stability and mixed sensitivity minimization. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1988, 33(8): 722 - 731
- 2 Helmicki A J, Jacobson C A and Nett C N. Control oriented system identification: worst-case deterministic approach in  $H_\infty$ . *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1991, 36(10): 1163 - 1176
- 3 冯旭,孙优贤.鲁棒辨识评述.控制理论与应用,1993,10(6):554 - 562
- 4 Jacobson C A, Nett C N and Partington J R. A Worst-case system identification in  $l^1$ : optimal algorithms and error bounds. *Systems and Control Letters*, 1992, 19(4): 419 - 424
- 5 Makila P M, Partington J R and Gustafsson T K. Robust identification. 10th IFAC Symp. System Identification, Copenhagen, 1994, 1: 1 - 11
- 6 Gustafsson T K and Makila P M. Modelling of uncertain system via linear programming. *Automatica*, 1996, 32(3): 319 - 335
- 7 Tse D N, Dahleh M A and Tsitsilis J N. Optimal asymptotic identification

(上接第 46 页)

### 参考文献(References)

- 1 赵素霞.多个执行部件的控制系统的绝对稳定性.中国科学(A辑),1987,17(8):785 - 792
- 2 赵素霞,仵永先.绝对稳定性的频率准则.数学学报,1995,38(1):6 - 12
- 3 RaPoper L B. Problem of absolute stability of control systems with several nonlinear stationary compositions. *Automat. Telemekh.*, 1987, (5): 66 - 74
- 4 Wu Y X and Zhao S X. Absolute stability of a control system with several nonlinear stationary elements in the case of an infinite sector. *Automat.*

under bounded disturbances. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1993, 38(8): 1176 - 1190

- 8 Livstone M M and Dahleh M A. A framework for robust parametric set membership identification. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1995, 40(11): 1934 - 1939
- 9 Milanese M and Tempo R. Optimal algorithms theory for robust estimation and prediction. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1985, 30(8): 730 - 739

### 本文作者简介

**李昇平** 1966 年生.于 1992 年在北京理工大学获硕士学位,1995 年在华中理工大学获博士学位.1995 年至 1997 年在东北大学自动化研究中心做博士后研究,现为汕头大学副教授.感兴趣的研究领域为鲁棒控制,鲁棒辨识,自适应鲁棒控制,先进控制方法及其工程应用.

**谢媛芳** 女,1972 年生.1994 年在湖北大学获理学学士学位,1994 年至 1997 年在武汉交通科技大学任教.现在汕头大学工学院工作.

**柴天佑** 1947 年生.1985 年于东北大学获博士学位.现任东北大学教授,东北大学自动化研究中心主任,博士生导师.主要从事自适应控制,非线性控制,智能控制的理论研究与应用工作.

Telemekh, 1991, (1): 34 - 42

- 5 年晓红.Lurie 型控制系统的鲁棒绝对稳定性.控制理论与应用, 1995, 12(5): 641 - 645
- 6 年晓红.具有多个执行机构的 Lurie 控制系统的鲁棒稳定性.自动化学报, 1998, 24(4): 562 - 565

### 本文作者简介

**年晓红** 1965 年生.1985 年毕业于西北师范大学数学系,1992 年在山东大学获硕士学位,现为湖南湘潭工学院副教授.主要研究方向为微分方程的稳定性理论和控制理论及应用,近年来发表学术论文 30 余篇.

的输出,  $u_1(k), u_2(k)$  为两系统的输入。

取参考模型为:

$$\begin{cases} A_m(z^{-1})Y_m(k) = z^{-2}B_m(z^{-1})r(k), \\ A_m(z^{-1}) = 1 - \sum_{i=1}^3 a_i z^{-i}, \\ B_m(z^{-1}) = \sum_{i=0}^1 b_i z^{-i}. \end{cases} \quad (7)$$

$Y_m(k)$  为模型的输出,  $r(k)$  为模型的有界输入。

利用波波夫超稳定理论<sup>[3]</sup>, 可构造如图 5 所示系统结构。

$$D_l(z) = 1 + \sum_{i=1}^3 d_i z^{-i},$$

$$l = 1, 2. \quad d_{li} \text{ 按保证 } \frac{D_l(z^{-1})}{A_l(z^{-1})} \text{ 严格正实选取.}$$

$$H_l(z^{-1}) = \sum_{i=1}^3 h_{li}(k)z^{-i}, \quad l = 1, 2,$$

$$G_l(z^{-1}) = \sum_{i=0}^1 g_{li}(k)z^{-i}, \quad l = 1, 2, \quad g_{l0} = 0.$$

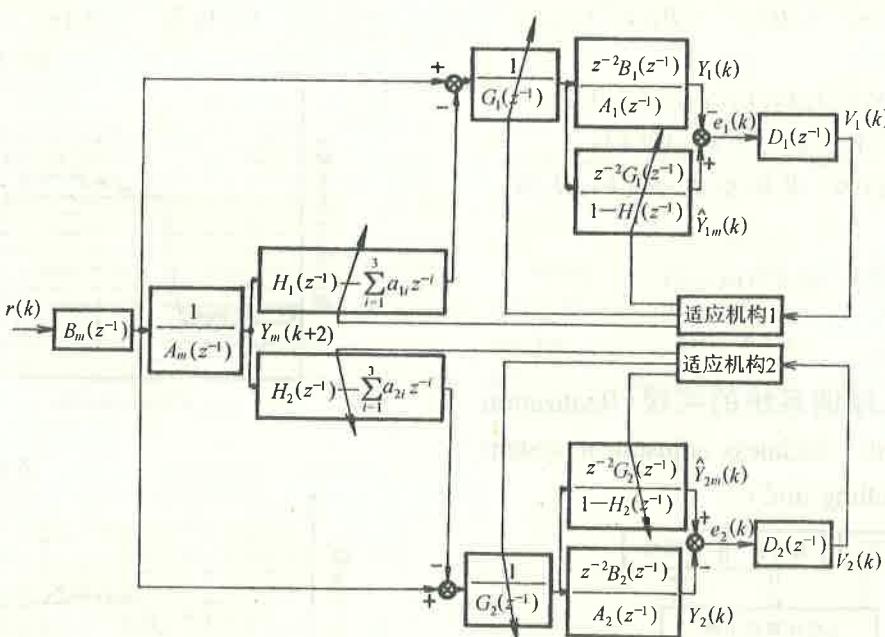


图 5 MRAC 系统设计框图

Fig. 5 Designing block diagram of MRAC system

比例积分自适应律按如下选取:

$$\begin{cases} h_{ln}^I(k) = h_{ln}^I(k-1) + \frac{\lambda_{ln} V_l^0(k) \hat{Y}_{lm}(k-n)}{1 + \sum_{i=1}^3 (\lambda_{li} + \mu_{li}) \hat{Y}_{lm}^2(k-i) + \sum_{i=0}^1 (\rho_{li} + \sigma_{li}) u_l^2(k-2-i)}, \\ h_{ln}^P(k) = \frac{\mu_{ln} V_l^0(k) \hat{Y}_{lm}(k-n)}{1 + \sum_{i=1}^3 (\lambda_{li} + \mu_{li}) \hat{Y}_{lm}^2(k-i) + \sum_{i=0}^1 (\rho_{li} + \sigma_{li}) u_l^2(k-2-i)}, \end{cases} \quad n = 1, 2, 3, l = 1, 2. \quad (8)$$

$$\begin{cases} g_{ll}^I(k) = g_{ll}^I(k-1) + \frac{\rho_{ll} V_l^0(k) u_l(k-3)}{1 + \sum_{i=1}^3 (\lambda_{li} + \mu_{li}) \hat{Y}_{lm}^2(k-i) + \sum_{i=0}^1 (\rho_{li} + \sigma_{li}) u_l^2(k-2-i)}, \\ g_{ll}^P(k) = \frac{\sigma_{ll} V_l^0(k) u_l(k-3)}{1 + \sum_{i=1}^3 (\lambda_{li} + \mu_{li}) \hat{Y}_{lm}^2(k-i) + \sum_{i=0}^1 (\rho_{li} + \sigma_{li}) u_l^2(k-2-i)}, \end{cases} \quad l = 1, 2. \quad (9)$$

(8)(9)两式中, 上标 I 表示积分, P 表示比例适应律。调节系数满足以下条件:  $\lambda_i > 0, \rho_i > 0, \mu_i \geq -\lambda_i/2, \sigma_i \geq -\rho_i/2$ . 由于系统中有一步固有的采样延

迟, 自适应算法中的  $V_l(k)$  值不能直接得到, 所以我们这里采用了先验值  $V_l^0(k)$ ,