第 16 卷第 1 期
1999 年 2 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol.16, No.1
Feb., 1999

具有饱和输入的对称循环组合系统的镇定

黄守东　张嗣瀛
(东北大学自动控制系·沈阳,110006)

摘要: 本文给出了具有饱和输入的对称循环组合系统可利用线性反馈半全局镇定及利用非线性反馈全局镇定的一个充要条件.并且证明其线性反馈控制律可以通过求解若干个低阶的代数 Riccati 方程得到..

关键词: 对称循环结构; 组合系统; 饱和输入; 镇定; 代数 Riccati 方程

The Stabilization of Symmetric Circulant Composite Systems with Input Saturation

Huang Shoudong　and　Zhang Siying
(Department of Automatic Control, Northeastern University·Shenyang, 110006, P. R. China)

Abstract: In this paper, we derived a necessary and sufficient condition for the symmetric circulant composite systems with input saturation to be semiglobal stabilized by using linear feedback control or be global stabilized by using nonlinear feedback control. Moreover, we proved that the linear feedback control law can be obtained by solving several algebraic Riccati equations of order equal to each isolated subsystems.

Key words: symmetric circulant structure; composite systems; input saturation; stabilization; algebraic Riccati equation

1 引言(Introduction)

由于输入饱和是控制系统中最常见的一种非线性现象,所以近几年来,很多作者对具有饱和输入的线性系统的研究又恢复了兴趣,例如 Sussmann 在[1]中研究了具有饱和输入的线性系统的全局镇定问题(利用非线性控制器);Saberi 等在[2]中研究了利用线性控制器半全局镇定这类系统的问题,等等.

本文考虑一类特殊的系统——对称循环组合系统.这类系统的状态矩阵是块对称循环的.对称循环组合系统具有广泛的实际背景,具体例子详见文献[3,4].由于对称循环组合系统结构的特殊性,它的很多分析和设计问题,如能控性,能观性,稳定性,最优控制,H_2 和 H_∞ 控制等都可以简化为一些低阶系统的相应问题([3,4]).在本文中,我们证明,具有饱和输入的对称循环组合系统的镇定问题同样可以得到简化.

2 预备知识(Preliminaries)

我们首先介绍块对称循环矩阵的定义和性质[3,4]

定义 2.1[3]　矩阵 $C \in \mathbb{R}^{Nm\times Np}$ 称为块循环矩阵,如果 C 具有如下结构:

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & \cdots & C_N \\ C_N & C_1 & C_2 & \cdots & C_{N-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ C_2 & C_3 & C_4 & \cdots & C_1 \end{bmatrix}.$$

这里 $C_i \in \mathbb{R}^{m\times p}(i = 1,\cdots,N)$.如果 $C_i = C_{N-i+2}(i = 2,\cdots,N)$,则矩阵 C 称为块对称循环矩阵,并且记为 $\mathrm{scl}[C_1, C_2,\cdots, C_N]$.

记 $m_j = [1\ v_j\ v_j^2 \cdots v_j^{N-1}]^{\mathrm T}, j = 1,2,\cdots,N$,这里 $v_j = \exp(2\pi(j-1)\sqrt{-1}/N), j = 1,2,\cdots,N$,即 v_j 是方程 $v^N = 1$ 的一个根.

令 $R_N = \frac{1}{\sqrt{N}}[r_1\ r_2 \cdots r_N]$,其中 $r_1 = m_1 = [1\quad 1 \cdots 1]^{\mathrm T}$, $r_{\frac{N}{2}+1} = m_{\frac{N}{2}+1}$ (若 N 为偶数), $r_p = \frac{1}{\sqrt{2}}(m_p + m_{N+2-p})$, $r_{N+2-p} = \frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{2}}(m_p - m_{N+2-p})$, $(p = 2,3,\cdots,t)$,这里 $t = \frac{N+1}{2}$(若 N 为奇数), $t = \frac{N}{2}$(若 N 为偶数).

则 R_N 是一个实正交矩阵,且有下面的结论.

引理 2.1[3]　设 $C = \mathrm{scl}[C_1, C_2,\cdots, C_N]$,其中

* 国家自然科学基金(69774005),国家教委高校博士点专项基金(97014508)和辽宁省科学技术基金(972201)资助项目.
本文于 1996 年 11 月 11 日收到.1997 年 12 月 15 日收到修改稿.

$C_i \in \mathbb{R}^{m\times p}(i=1,\cdots,N)$. 则 $C_d=(R_N\otimes I_m)^{\mathrm T}C(R_N\otimes I_p)=\mathrm{diag}[C_{d1},C_{d2},\cdots,C_{dN}]$ 是一个块对角矩阵,且 $C_{di}=C_{d(N+2-i)}(i=2,3,\cdots,N)$,其中 $\otimes$ 表示矩阵的 Kronecker 积,而 I_i 表示 $i\times i$ 单位矩阵.

这里 $C_{d1},C_{d2},\cdots,C_{dN}$ 和 $C_1,C_2,\cdots,C_N$ 之间的关系为:

$$\begin{bmatrix} C_{d1}\\ C_{d2}\\ \cdots\\ C_{dN}\end{bmatrix}=\sqrt{N}(F_N^H\otimes I_m)\begin{bmatrix} C_1\\ C_2\\ \cdots\\ C_N\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} C_1\\ C_2\\ \cdots\\ C_N\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{N}}(F_N\otimes I_m)\begin{bmatrix} C_{d1}\\ C_{d2}\\ \cdots\\ C_{dN}\end{bmatrix}.$$

其中 $F_N^H=\dfrac{1}{\sqrt{N}}[\,m_1\ m_2\cdots\ m_N\,]$,$F_N^H$ 表示 F_N 的共轭转置.

下面介绍关于具有饱和输入的线性系统的镇定的一些主要结论.

定义 2.2[2] 一个函数 $\sigma:\mathbb{R}^m\to\mathbb{R}^m$ 称为饱和函数,如果

1) $\sigma(u)$ 是分散的, 即 $\sigma(u)=[\sigma_1(u_1),\cdots,\sigma_m(u_m)]^{\mathrm T}$,

2) σ_i 是局部 Lipschitz 的,

3) $s\sigma_i(s)>0,\forall s\neq 0$,

4) $\min\{\lim_{s\to 0^+}\dfrac{\sigma_i(s)}{s},\lim_{s\to 0^-}\dfrac{\sigma_i(s)}{s}\}>0$,

5) $\underline{\lim}_{|s|\to\infty}|\sigma_i(s)|>0$.

注 1 容易看出, 函数 $\sigma(t)=t,\mathrm{arctg}(t),\mathrm{sgn}(t)\min\{|t|,1\}$ 等均满足上述定义,从而均为饱和函数. 另外,对饱和函数 $\sigma:\mathbb{R}^m\to\mathbb{R}^m$,一定存在 $\Delta>0$, 使得

$$s[\sigma_i(\alpha s)-\mathrm{sat}_\Delta(s)]\geqslant 0,\quad \forall\alpha\geqslant 1.$$

其中 $\mathrm{sat}_\Delta(s)=\mathrm{sgn}(s)\min\{|s|,\Delta\}$.

考虑具有饱和输入的线性系统

$$\Sigma_s:\qquad \dot x_s=A_sx_s+B_s\sigma_s(u_s).\tag{1}$$

其中 $x_s\in\mathbb{R}^n$ 是状态,$u_s\in\mathbb{R}^m$ 是控制输入,$A_s\in\mathbb{R}^{n\times n}$,$B_s\in\mathbb{R}^{n\times m}$. 而 $\sigma_s:\mathbb{R}^m\to\mathbb{R}^m$ 是一个饱和函数.

为了研究 Σ_s 的镇定问题,需做下面两个假设:

A1) 序对 (A_s,B_s) 是可稳的.

A2) A_s 的特征值均具有非正实部.

引理 2.2[1] 系统 Σ_s 可利用非线性反馈全局镇定的一个充要条件是 A1) 和 A2) 成立.

引理 2.3[2] 假设 A1) 和 A2) 成立,则对任一 $\mathbb{R}^n$ 中的有界集 W_s,存在 $\varepsilon^*>0$,使得 $\forall\varepsilon\in(0,\varepsilon^*]$,$\forall\rho>0$, 线性状态反馈

$$u_s=-(1+\rho)B_s^{\mathrm T}P_s(\varepsilon)x_s$$

可使闭环系统

$$\dot x_s=A_sx_s+B_s\sigma_s(-(1+\rho)B_s^{\mathrm T}P_s(\varepsilon)x_s)$$

在点 $x=0$ 处局部一致渐近稳定,且 W_s 包含在它的吸引域之中. 这里,$P_s(\varepsilon)$ 是代数 Riccati 方程

$$A_s^{\mathrm T}P_s(\varepsilon)+P_s(\varepsilon)A_s-P_s(\varepsilon)B_sB_s^{\mathrm T}P_s(\varepsilon)+\varepsilon I=0$$

的解. 而 ε^* 的取法是:令 $c^2=\sup\{x_s^{\mathrm T}P_s(\varepsilon)x_s:x_s\in W_s,\varepsilon\in(0,1]\}$,再取 $\varepsilon^*>0$,使得 $\|B_s^{\mathrm T}P_s^{\frac12}(\varepsilon^*)z\|\leqslant\Delta,\forall z\in\{z\in\mathbb{R}^n:\|z\|\leqslant c\}$.

3 主要结果(Main results)

本文考虑下面的具有饱和输入的组合系统 Σ:

$$\dot x=Ax+B\sigma(u).\tag{2}$$

这里 $x=(x_1^{\mathrm T},\cdots,x_N^{\mathrm T})^{\mathrm T}$,$(x_i\in\mathbb{R}^n,i=1,\cdots,N)$ 和 $u=(u_1^{\mathrm T},\cdots,u_N^{\mathrm T})^{\mathrm T}$,$(u_i\in\mathbb{R}^m,i=1,\cdots,N)$ 分别是 Nn 维状态和 Nm 维输入. $\sigma:\mathbb{R}^{Nm}\to\mathbb{R}^{Nm}$ 是一个饱和函数,而矩阵 $A\in\mathbb{R}^{Nn\times Nn}$,$B\in\mathbb{R}^{Nn\times Nm}$ 则具有如下结构:

$$\begin{cases} A=\mathrm{scl}[A_1,A_2,\cdots,A_N],\\ A_i\in\mathbb{R}^{n\times n}(i=1,\cdots,N),\\ B=\mathrm{scl}[B_1,B_2,\cdots,B_N],\\ B_i\in\mathbb{R}^{n\times m}(i=1,\cdots,N),\end{cases}\tag{3}$$

即 A 和 B 都是块对称循环矩阵.

今后,我们称由(2)(3) 描述的系统 Σ 为具有饱和输入的对称循环组合系统.

在本文中,记 $T_i=R_N\otimes I_i$,则由引理 2.1,有:

$$\begin{aligned} T_n^{-1}AT_n&=\mathrm{diag}[A_{d1},A_{d2},\cdots,A_{dN}],\\ T_n^{-1}BT_m&=\mathrm{diag}[B_{d1},B_{d2},\cdots,B_{dN}].\end{aligned}\tag{4}$$

用 k 记 $A_{d1},A_{d2},\cdots,A_{dN}$ 中可能不相同的矩阵的个数. 则易见若 N 为偶数,$k=\dfrac{N}{2}+1$;若 N 为奇数,$k=\dfrac{N+1}{2}$.

研究 Σ 的镇定问题完全可以直接利用引理 2.2 和引理 2.3,但由于 Σ 的维数太高,判断其是否可镇定及求其反馈控制律变得很难. 为了简便地求其反馈控制律,我们做下面两个假设:

A1)′ 序对 (A_{di},B_{di}) 是可稳的 $(i=1,\cdots,k)$.

A2)′ A_{di} 的特征值均具有非正实部 $(i=1,\cdots,k)$.

利用式(4) 容易证明下面的引理.

引理 3.1　A1)′成立当且仅当A1)成立；A2)′成立当且仅当A2)成立.

由引理3.1和引理2.2立即可得

定理 3.1　系统Σ可利用非线性反馈全局镇定的一个充要条件是A1)′和A2)′成立.

关于利用线性反馈半全局镇定系统Σ,我们有

定理 3.2　假设A1)′和A2)′成立,又设对 $\varepsilon>0$,正定矩阵 $P_{di}(\varepsilon)$ 是代数Riccati方程

$$A_{di}^{\mathrm{T}}P_{di}(\varepsilon)+P_{di}(\varepsilon)A_{di}-P_{di}(\varepsilon)B_{di}B_{di}^{\mathrm{T}}P_{di}(\varepsilon)+\varepsilon I=0 \tag{5}$$

的解 $(i=1,\cdots,k)$. 对 $i=k+1,\cdots,N$,令 $P_{di}(\varepsilon)=P_{d(N+2-i)}(\varepsilon)$,再令

$$\begin{bmatrix} P_1(\varepsilon)\\ P_2(\varepsilon)\\ \cdots\\ P_N(\varepsilon)\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{N}}(F_N\otimes I_n)\begin{bmatrix} P_{d1}(\varepsilon)\\ P_{d2}(\varepsilon)\\ \cdots\cdots\\ \cdots\\ P_{dN}(\varepsilon)\end{bmatrix}, \tag{6}$$

$$P(\varepsilon)=\mathrm{scl}[P_1(\varepsilon),P_2(\varepsilon),\cdots,P_N(\varepsilon)], \tag{7}$$

则对任一 $\mathbb{R}^{Nn}$ 中的有界集 W,存在 $\varepsilon^*>0$,使得 $\forall\varepsilon\in(0,\varepsilon^*]$,$\forall\rho>0$,线性状态反馈

$$u=-(1+\rho)B^{\mathrm{T}}P(\varepsilon)x, \tag{8}$$

可使闭环系统

$$\dot{x}=Ax+B\sigma(-(1+\rho)B^{\mathrm{T}}P(\varepsilon)x) \tag{9}$$

在点 $x=0$ 处局部一致渐近稳定,且 W 包含在它的吸引域中.

这里,ε^* 可以这样选取:设 $W\subset B_r=\{x\in\mathbb{R}^{Nn}:\|x\|\leqslant r\}$,令

$$c^2=r^2\max\{\lambda_{\max}(P_{di}(1)):i=1,\cdots,k\}.$$

再取 $\varepsilon^*>0$,使得

$$\max\{(\lambda_{\max}[(B_{di}^{\mathrm{T}}P_{di}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon^*))^H(B_{di}^{\mathrm{T}}P_{di}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon^*))])^{\frac{1}{2}}:\ i=1,\cdots,k\}\leqslant\frac{\Delta}{c}.$$

证　记

$$P_d=\mathrm{diag}[P_{d1}(\varepsilon),P_{d2}(\varepsilon),\cdots,P_{dN}(\varepsilon)],$$

$$A_d=\mathrm{diag}[A_{d1},A_{d2},\cdots,A_{dN}],$$

$$B_d=\mathrm{diag}[B_{d1},B_{d2},\cdots,B_{dN}],$$

则由 $P(\varepsilon)$ 的构造(式(6)(7))易见

$$T_nP_dT_n^{-1}=P(\varepsilon). \tag{10}$$

由于正定矩阵 $P_{di}(\varepsilon)$ 是代数Riccati方程(5)的解($i=1,\cdots,k$),我们有

$$A_d^{\mathrm{T}}P_d+P_dA_d-P_dB_dB_d^{\mathrm{T}}P_d+\varepsilon I=0. \tag{11}$$

对(11)式左乘 T_n 右乘 $T_n^{-1}=T_n^{\mathrm{T}}$ 得:

$$T_nA_d^{\mathrm{T}}T_n^{-1}T_nP_dT_n^{-1}+T_nP_dT_n^{-1}T_nA_dT_n^{-1}-T_nP_dT_n^{-1}T_nB_dT_m^{-1}T_mB_d^{\mathrm{T}}T_n^{-1}T_nP_dT_n^{-1}+T_n\varepsilon IT_n^{-1}=0.$$

由式(4)和式(10),上式变为

$$A^{\mathrm{T}}P(\varepsilon)+P(\varepsilon)A-P(\varepsilon)BB^{\mathrm{T}}P(\varepsilon)+\varepsilon I=0, \tag{12}$$

这说明 $P(\varepsilon)$ 是Riccati方程(12)的解. 从而据引理2.3,线性状态反馈(8)可使闭环系统(9)在点 $x=0$ 处局部一致渐近稳定,且 W 包含在它的吸引域中.

关于 ε^* 的选取:因为 $W\subset B_r$,故

$$\sup\{x^{\mathrm{T}}P(\varepsilon)x:x\in W,\varepsilon\in(0,1]\}\leqslant \sup\{x^{\mathrm{T}}P(\varepsilon)x:x\in B_r,\varepsilon\in(0,1]\}.$$

由[5]中的定理2.1, $P(\varepsilon)\leqslant P(1),\forall\varepsilon\in(0,1]$,于是我们有

$$\begin{aligned}&\sup\{x^{\mathrm{T}}P(\varepsilon)x:x\in W,\varepsilon\in(0,1]\}\leqslant\\ &\sup\{x^{\mathrm{T}}P(1)x:x\in B_r\}\leqslant\\ &r^2\lambda_{\max}(P(1))=r^2\lambda_{\max}(T_n^{-1}P(1)T_n)=\\ &r^2\lambda^{\max}(\mathrm{diag}[P_{d1}(1),\cdots,P_{dN}(1)])=\\ &r^2\max\{\lambda_{\max}(P_{di}(1):i=1,\cdots,k\}.\end{aligned}$$

从而可取

$$c^2=r^2\max\{\lambda_{\max}(P_{di}(1)):i=1,\cdots,k\}.$$

对任一固定的 ε,容易证明

$$P^{\frac{1}{2}}(\varepsilon)=T_n\mathrm{diag}[P_{d1}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon),\cdots,P_{dN}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon)]T_n^{-1},$$

于是

$$\begin{aligned}&\sup\{\|B^{\mathrm{T}}P^{\frac{1}{2}}(\varepsilon)z\|:z\in\mathbb{R}^{Nn},\|z\|\leqslant c\}=\\ &\sup\{\|T_m^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}T_nT_n^{-1}P^{\frac{1}{2}}(\varepsilon)T_nT_n^{-1}z\|:\\ &\quad z\in\mathbb{R}^{Nn},\|z\|\leqslant c\}=\\ &\sup\{\mathrm{diag}[B_{d1}^{\mathrm{T}},\cdots,B_{dN}^{\mathrm{T}}]\mathrm{diag}[P_{d1}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon),\cdots,P_{dN}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon)]y:\\ &\quad y\in\mathbb{R}^{Nn},\|y\|\leqslant c\}=\\ &\sup\{\mathrm{diag}[B_{d1}^{\mathrm{T}}P_{d1}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon),\cdots,B_{dN}^{\mathrm{T}}P_{dN}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon)]y:\\ &\quad y\in\mathbb{R}^{Nn},\|y\|\leqslant c\}\leqslant\\ &c(\lambda_{\max}\{\{\mathrm{diag}[B_{d1}^{\mathrm{T}}P_{d1}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon),\cdots,B_{dN}^{\mathrm{T}}P_{dN}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon)]\}^H\cdot\\ &\{\mathrm{diag}[B_{d1}^{\mathrm{T}}P_{d1}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon),\cdots,B_{dN}^{\mathrm{T}}P_{dN}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon)]\}\})^{\frac{1}{2}}=\\ &c\max\{(\lambda_{\max}[(B_{di}^{\mathrm{T}}P_{di}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon))^H(B_{di}^{\mathrm{T}}P_{di}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon))])^{\frac{1}{2}}:\\ &\quad i=1,\cdots,k\}.\end{aligned}$$

故要想 $\sup\{\|B^{\mathrm{T}}P^{\frac{1}{2}}(\varepsilon^*)z\|:z\in\mathbb{R}^{Nn},\|z\|\leqslant c\}\leqslant\Delta$,只要

$$\max\{(\lambda_{\max}[(B_{di}^{\mathrm{T}}P_{di}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon^*))^H(B_{di}^{\mathrm{T}}P_{di}^{\frac{1}{2}}(\varepsilon^*))]^{\frac{1}{2}}:\ i=1,\cdots,k\}\leqslant\frac{\Delta}{c}$$

即可.

注 2　定理3.2的结果表明,要设计系统Σ的稳定化控制器,不需要解 Nn 维的代数Riccati方程,

只要解 k 个 n 维的代数 Riccati 方程即可.

注 3 如果在式(3)中,$A_2 = A_3 = \cdots = A_N$, $B_2 = B_3 = \cdots = B_N = 0$,则系统$\Sigma$变为具有饱和输入的对称组合系统. 对于一般的对称组合系统, Lunze在[6]中进行了研究.此时,$A_{d1} = A_1 + (N-1)A_2$, $A_{d2} = \cdots = A_{dN} = A_1 - A_2$, $B_{d1} = \cdots = B_{dN} = B_1$,从而稳定化控制器的设计只需求解2个 n 维的代数 Riccati 方程.

4 例子(Example)

考虑对称循环组合系统

$$\dot{x} = Ax + B\sigma(u). \tag{13}$$

其中

$$A = \mathrm{scl}[A_1, A_2, \cdots, A_N] \in \mathbb{R}^{2N\times 2N},$$

$$B = \mathrm{scl}[B_1, B_2, \cdots, B_N] \in \mathbb{R}^{2N\times 2N},$$

而

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix},\ A_2 = \cdots = A_N = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ B_2 = \cdots = B_N = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$\sigma: \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}^N$ 是标准的饱和函数,即 $\sigma(u) = [\sigma_1(u_1), \cdots, \sigma_N(u_N)]^{\mathrm{T}}$,其中 $\sigma_i(t) = \mathrm{sgn}(t)\min\{|t|, 1\}$, $i = 1, \cdots, N$.

显然

$$\Delta = 1,$$

$$A_{d1} = A_1 + (N-1)A_2 = \begin{bmatrix} 0 & N+1 \\ -N & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{d2} = \cdots = A_{dN} = A_1 - A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{d1} = \cdots = B_{dN} = B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

容易验证 A1)′ 和 A2)′ 均成立,所以该系统可利用状态反馈镇定.

取 $N = 9$, W 为$\mathbb{R}^9$ 中的单位球,经计算,$\varepsilon^* = 0.0284836$.

取 $\varepsilon = 0.025$, 解2维代数 Riccati 方程得

$$P_{d1}(\varepsilon) = \begin{bmatrix} 0.2068 & 0.0014 \\ 0.0014 & 0.2297 \end{bmatrix},$$

$$P_{d2}(\varepsilon) = \cdots = P_{d9}(\varepsilon) = \begin{bmatrix} 0.0924 & 0.1581 \\ 0.1581 & 0.5841 \end{bmatrix}.$$

再利用式(6)(7)计算 $P(\varepsilon)$ 得

$$P_1(\varepsilon) = \begin{bmatrix} 0.1051 & 0.1407 \\ 0.1407 & 0.5448 \end{bmatrix},$$

$$P_2(\varepsilon) = \cdots = P_9(\varepsilon) = \begin{bmatrix} 0.0127 & -0.0174 \\ -0.0174 & -0.0394 \end{bmatrix},$$

$$P(\varepsilon) = \begin{bmatrix} 0.1051 & 0.1407 & 0.0127 & -0.0174 & \cdots & 0.0127 & -0.0174 \\ 0.1407 & 0.5448 & -0.0174 & -0.0394 & \cdots & -0.0174 & -0.0394 \\ 0.0127 & -0.0174 & 0.1051 & 0.1407 & \cdots & -0.0127 & -0.0174 \\ -0.0174 & -0.0394 & 0.1407 & 0.5448 & \cdots & -0.0174 & -0.0394 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0.0127 & -0.0174 & 0.0127 & -0.0174 & \cdots & 0.1051 & 0.1407 \\ -0.0174 & -0.0394 & -0.0174 & -0.0394 & \cdots & 0.1407 & 0.5448 \end{bmatrix}.$$

从而 $\forall \rho > 0$,状态反馈 $u = -(1+\rho)B^{\mathrm{T}}P(\varepsilon)x$,即

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdots \\ u_9 \end{bmatrix} = -(1+\rho)\begin{bmatrix} 0.1407 & 0.5448 & -0.0174 & -0.0394 & \cdots & -0.0174 & -0.0394 \\ -0.0174 & -0.0394 & 0.1407 & 0.5448 & \cdots & -0.0174 & -0.0394 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -0.0174 & -0.0394 & -0.0174 & -0.0394 & \cdots & 0.1407 & 0.5448 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{21} \\ x_{22} \\ \cdots \\ x_{91} \\ x_{92} \end{bmatrix} =$$

$$-(1+\rho)\begin{bmatrix} 0.1407x_{11} + 0.5448x_{12} - 0.0174x_{21} - 0.0394x_{22} + \cdots - 0.0174x_{91} - 0.0394x_{92} \\ -0.0174x_{11} - 0.0394x_{12} + 0.1407x_{21} + 0.5448x_{22} + \cdots - 0.0174x_{91} + 0.0394x_{92} \\ \cdots \\ -0.0174x_{11} - 0.0394x_{12} - 0.0174x_{21} - 0.0394x_{22} + \cdots + 0.1407x_{91} + 0.5448x_{92} \end{bmatrix}$$

可使闭环系统在点 $x = 0$ 处局部一致渐近稳定,且 W 包含在它的吸引域之中.

参考文献(References)

1 Sussmann H J, Sontag E D and Yang Yudi. A general result on the stabilization of linear systems using bounded controls . IEEE Trans. Automat. Contr., 1994, 39(12): 2411 - 2425
2 Saberi A, Lin Zongli and Teel A R. Control of linear systems with saturating actuators. IEEE Trans. Automat. Contr., 1996, 41(3): 368 - 378
3 Hovd M and Skogestad S. Control of symmetrically interconnected plants. Automatica, 1994, 30(6): 957 - 973
4 Brockett R W and Willems J L. Discretiezed partial differential equations: examples on control systems defined on modules. Automatica, 1974, 10(4): 507 - 515
5 王庆林. Riccati 代数方程中矩阵 P 与 R, Q 关系的研究. 自动化学报, 1996, 22(1): 111 - 114
6 Lunze J. Dynamics of strongly coupled symmetric composite systems. Int. J. Control, 1986, 44(6): 1617 - 1640

本文作者简介

黄守东　1969 年生. 分别于 1987 年和 1990 年在东北工学院数学系获学士和硕士学位. 1995 年 9 月起在东北大学自控系攻读博士学位. 目前主要从事复杂控制系统的对称性和相似性等方面的研究.

张嗣瀛　1925 年生. 1948 年毕业于武汉大学机械系, 1957 年至 1959 年赴前苏联莫斯科大学数学力学系进修. 现为东北大学自控系教授, 中国科学院院士. 主要研究方向为对策理论及复杂控制系统结构分析.

《大工业过程计算机在线稳态优化控制》简介

由西安交通大学万百五教授等人撰写、科学出版社出版的专著《大工业过程计算机在线稳态优化控制》已于 1998 年 6 月出版,它系统地总结了以万百五教授为首的研究小组在这一方面的研究工作与成果,是我国第一本全面、系统地研究该课题的专著,在国外,类似的专著也极为少见.

本书共分为十章. 第一章引言,第二章工业过程稳态模型的辨识,第三章基于已知模型的优化新算法,第四章基于未知模型的稳态优化问题新算法,第五章基于未知模型的工业过程随机稳态优化,第六章利用动态信息的工业过程随机稳态优化,第七章稳态优化控制算法的鲁棒性,第八章大工业过程稳态优化的实验研究法和应用实例,第十章结束语.

纵观全书,具有以下特点:

1° 本书是研究大系统的专著,但与以往的大系统专著不一样,它研究的对象是大型工业过程,相应的计算机控制系统为多级递阶控制系统. 通过上位机的协调与优化计算以确定下位机的设定点,从而达到整体优化的目的. 这一典型的大系统优化控制方式在过程工业中十分普遍,因此,本专著的应用背景是非常明确的;

2° 本专著的另一特点则是理论与实际的紧密结合. 在书的第九章中,作者较详细地描述了他们自行设计、制造、安装与调试的实验装置,介绍了在该装置上所进行的研究与实验结果. 此外,还对合成氨、尿素与催化裂化生产装置的在线稳态优化控制也做了较详细的介绍. 通过本章的阅读,研究人员、特别是工程技术人员对大系统优化控制理论如何在大工业过程应用并取得经济效益会有一个较深刻的印象;

3° 本书的再一特点是内容新,本书除了介绍一些目前他人已取得的研究成果外,还系统地介绍了该课题组近二十年的研究成果,特别是第八章工业过程的智能稳态优化的内容是最新研究成果并代表了大系统稳态优化的最新发展方向,它可以克服在实施工业过程稳态优化中采用解析算法过分依赖数学模型的种种缺点,是一种十分有应用前途的稳态优化算法.

以本书主要作者万百五教授为主的课题组,对上述课题进行了近二十年的研究,其成果获取了国家教委科技进步二等奖等多项奖项.

纵观全书,内容全面而又系统,层次分明,推理验证严谨,文字流畅. 它具有很高的学术价值与工程实用价值. 该书的出版,为高校师生,研究人员与企业中的工程技术人员在工业过程稳态优化方面提供了一本极有参考价值的学术专著. 笔者深信,该书会对我国大工业过程的稳态优化工作起到积极的推进作用.

朱学峰