

基于多模型分解的内模极点配置控制*

华建兴 席裕庚

(上海交通大学自动化研究所·上海, 200030)

摘要: 通过对受控对象模型的并行结构分解, 引入多重输出误差反馈, 构成了一种新的内模控制结构. 理论分析表明, 采用该内模控制结构, 只要适当选择输出误差反馈增益, 可实现闭环系统极点的任意配置. 文中给出了输出误差反馈增益的选择方法与实际例子.

关键词: 模型分解; 内模控制; 极点配置; 输出误差反馈

A Multi-Model Decomposition Based Method for the Internal Model Pole Placement Control

Hua Jianxing and Xi Yugeng

(Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai, 200030, P. R. China)

Abstract: A novel internal model control structure with multiple output error feedbacks is proposed in this paper, by means of multi-model decomposition technique. Theoretical analysis shows that, pole placement control can be realized using this newly developed internal model control structure just from appropriate selection of the feedback gains. Both the design method and the example are presented for a testification.

Key words: model decomposition; internal model control; pole placement; output error feedback

1 引言(Introduction)

内模控制系统的控制策略已在工业过程中得到了广泛而成功的应用^[1~3]. 在内模控制系统中, 采用对象模型与实际受控对象相并行的结构, 本质上是一种开环控制系统, 因而无法应用于不稳定对象的控制^[4]. 本文基于对象的 CARMA 模型, 直接从极点配置控制的角度来设计内模控制器. 通过对模型的并行结构分解, 导出了两种新的带有多重输出误差反馈的内模控制结构, 即纵向平行模型结构与横向平行模型结构. 并给出了时延抽取模型分解与极点模型分解两种模型分解方法. 分析表明, 只要适当决定输出误差反馈增益, 便可实现内模控制系统的任意极点配置控制, 从而使其可适用于不稳定对象的控制.

2 内模的多子模型分解(Multi-model decomposition for internal model)

设对象内模的 CARMA 模型 $G(z^{-1})$ 为:

$$G(z^{-1}) = B(z^{-1})/A(z^{-1}), \quad (1a)$$

$$B(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i z^{-i}, A(z^{-1}) = \sum_{i=0}^N a_i z^{-i}, a_N = 1. \quad (1b)$$

2.1 时间延迟抽取模型分解(Time-shifting model decomposition)

将上述 CARMA 模型写成下列形式:

$$G(z^{-1}) = \sum_{i=1}^N G_i(z^{-1}), \quad (2a)$$

$$G(z^{-1}) = b_i z^{-i} / A(z^{-1}) = b_i z^{-i} G_0(z^{-1}), \quad (2b)$$

$$G_{i+1}(z^{-1}) = \frac{b_{i+1}}{b_i} \cdot z^{-1} G_i(z^{-1}). \quad (2c)$$

$G_i(z^{-1})$ 为子模型, $G_0(z^{-1})$ 为基模型, 所有的子模型 $G_i(z^{-1})$ 都由基模型经时延与增益倍乘而得, 因而, 在同等输入激励时, 各子模型的输出是相似的.

2.2 极点模型分解(Pole model decomposition)

将 $G(z^{-1})$ 按极点分解成以下形式:

$$G(z^{-1}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \frac{k_{ij}}{(z^{-1} + p_i)^j}, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i = N,$$

m_i 为第 i 个极点的重数.

上式也可以写成(2a)的形式, 但不同的是, 由于各个子模型的特征根不一样, 因而, 即使在同等输入激励时, 各子模型的输出是不一样的.

3 多重输出误差反馈的内模控制结构 (Internal model control structure with multiple output error feedbacks)

3.1 纵向平行模型结构 (Vertical parallel model structure)

采用纵向平行模型结构的内模控制系统构成如图 1 所示。

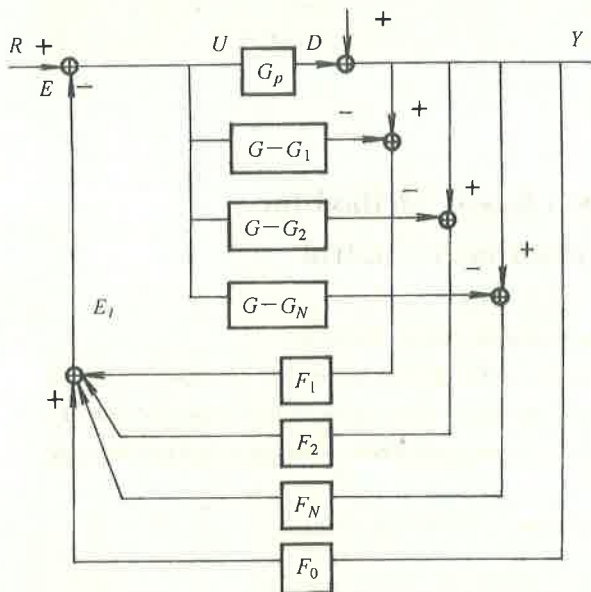


图 1 纵向平行模型的多重输出误差反馈内模控制结构
Fig. 1 Internal model control system with multiple output feedbacks and vertical parallel model

根据图 1, 可得任一反馈通道的误差反馈为 E_i :

$$E_i(z^{-1}) = F_i \{ U(z^{-1}) [G_p(z^{-1}) - \sum_{j=1}^i G_j(z^{-1})] + D(z^{-1}) \}, \quad (4)$$

闭环系统输出与控制信号分别为:

$$\begin{cases} Y(z^{-1}) = \frac{G_p(z^{-1})R(z^{-1}) + [1 - \sum_{i=0}^N F_i \sum_{j=1}^i G_j(z^{-1})]D(z^{-1})}{1 + \sum_{i=0}^N F_i [G_p(z^{-1}) - \sum_{j=1}^i G_j(z^{-1})]} \\ U(z^{-1}) = \frac{R(z^{-1}) - D(z^{-1}) \sum_{i=0}^N F_i}{1 + \sum_{i=0}^N F_i [G_p(z^{-1}) - \sum_{j=1}^i G_j(z^{-1})]} \end{cases} \quad (5)$$

3.2 横向平行模型结构 (Horizontal parallel model structure)

采用横向平行模型结构旨是由误差反馈信号反映出, 在输入控制信号激励下, 各子模型的输出, 其结构如图 2 所示:

采用横向平行模型结构的内模控制系统, 其任一反馈通道的误差信号 E_i 为

$$E_i(z^{-1}) = F_i(z^{-1}) [G_p(z^{-1}) - G(z^{-1}) + G_i(z^{-1}) + D(z^{-1})], \quad (6)$$

闭环系统输出为

$$Y(z^{-1}) = \frac{G_p(z^{-1})R(z^{-1}) + \{1 - \sum_{i=0}^N F_i [G(z^{-1}) - G_i(z^{-1})]\} D(z^{-1})}{1 + F_0 G_p(z^{-1}) + \sum_{i=0}^N F_i [G_p(z^{-1}) - G(z^{-1}) + G_i(z^{-1})]}, \quad (7a)$$

控制信号为

$$U(z^{-1}) = \frac{R(z^{-1}) - D(z^{-1}) \sum_{i=0}^N F_i}{1 + F_0 G_p(z^{-1}) + \sum_{i=0}^N F_i [G_p(z^{-1}) - G(z^{-1}) + G_i(z^{-1})]}. \quad (7b)$$

4 极点配置的实现 (Pole placement control)

这里考虑当内模与实际对象模型无误差情形。

4.1 采用纵向平行模型结构 (Under vertical parallel model structure)

由于

$$G_p(z^{-1}) = G(z^{-1}) = \sum_{i=1}^N G_i(z^{-1}),$$

则闭环系统的输出与控制信号分别为:

$$Y(z^{-1}) =$$

$$\frac{G(z^{-1})R(z^{-1}) + [1 - \sum_{i=1}^N G_i(z^{-1}) \sum_{j=1}^i F_j] D(z^{-1})}{1 + \sum_{i=1}^N G_i(z^{-1}) \sum_{j=0}^{i-1} F_j}, \quad (8a)$$

$$U(z^{-1}) = \frac{R(z^{-1}) - D(z^{-1}) \sum_{i=0}^N F_i}{1 + \sum_{i=1}^N G_i(z^{-1}) \sum_{j=0}^{i-1} F_j}. \quad (8b)$$

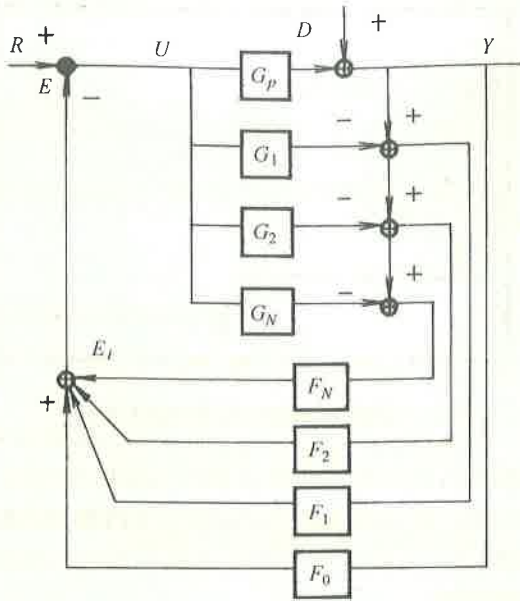


图2 横向平行模型的多重输出误差反馈内模控制结构
Fig. 2 Internal model control system with multiple output feedbacks and horizontal parallel model

设理想的极点配置多项式为 $P(z^{-1})$:

$$P(z^{-1}) = \sum_{i=0}^N p_i z^{-i}, \quad p_N = 1. \quad (9)$$

若要实现任意极点配置,则下面等式必须恒等成立:

$$P(z^{-1})/A(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^N G_i(z^{-1}) \sum_{j=0}^{i-1} F_j. \quad (10)$$

将上左式分解为

$$[P(z^{-1}) - A(z^{-1})]/A(z^{-1}) = \sum_{i=1}^N \alpha_i G_i(z^{-1}), \quad (11)$$

显然应有

$$\alpha_i = \sum_{j=0}^{i-1} F_j, \quad (1 \leq i \leq N). \quad (12)$$

考虑到去除阶跃扰动对输出的静态影响,则有

$$\sum_{i=0}^N F_i = 1. \quad (13)$$

要达到系统极点配置的输出误差反馈增益为

$$\begin{cases} F_0 = \alpha_1, \\ F_1 = \alpha_{i+1} - \alpha_i, (1 \leq i \leq N-1), \\ F_N = 1 - \alpha_N. \end{cases} \quad (14)$$

经引入输出误差反馈后, $Y(z^{-1})$ 与 $U(z^{-1})$ 为

$$\begin{cases} Y(z^{-1}) = B(z^{-1})R(z^{-1})/P(z^{-1}) + [1 - B(z^{-1})/P(z^{-1})]D(z^{-1}), \\ U(z^{-1}) = [R(z^{-1}) - D(z^{-1})]A(z^{-1})/P(z^{-1}). \end{cases} \quad (15)$$

要保持输出对阶跃输入的无静差性,则 $P(z^{-1})$ 必须满足:

$$P(z^{-1})|_{z=1} = B(z^{-1})|_{z=1}. \quad (16)$$

4.2 采用横向并行模型结构(Under horizontal parallel model structure)

当 $G_p(z^{-1})$ 等于 $G(z^{-1})$ 时,闭环系统的 $Y(z^{-1})$ 与 $U(z^{-1})$ 为:

$$Y(z^{-1}) = \frac{G(z^{-1})R(z^{-1}) + [1 - \sum_{i=1}^N G_i(z^{-1}) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N F_j]D(z^{-1})}{1 + \sum_{i=1}^N (F_0 + F_i) G_i(z^{-1})}, \quad (17a)$$

$$U(z^{-1}) = \frac{R(z^{-1}) - D(z^{-1}) \sum_{i=0}^N F_i}{1 + \sum_{i=1}^N (F_0 + F_i) G_i(z^{-1})}, \quad (17b)$$

则要达到系统极点配置的输出误差反馈增益为:

$$\begin{aligned} F_0 &= (\sum_{i=1}^N \alpha_i - 1)/(N-1), \\ F_i &= \alpha_i - F_0, \quad (1 \leq i \leq N). \end{aligned} \quad (18)$$

5 设计例子(Design example)

设

$$\begin{aligned} G_p(z^{-1}) &= G(z^{-1}) = \\ &= 2(z^{-1} + 2)/(z^{-1} + 0.5)(z^{-1} + 1), \\ A(z^{-1}) &= (z^{-1} + 0.5)(z^{-1} + 1), \\ B(z^{-1}) &= 2(z^{-1} + 2), \end{aligned}$$

有一极点为 -2 , 位于单位圆之外, 因此对象为不稳定, 理想的极点配置多项式为

$$P(z^{-1}) = (z^{-1} + 1.4)(z^{-1} + 1.5),$$

满足 $P(z^{-1})|_{z=1} = B(z^{-1})|_{z=1}$.

$G_p(z^{-1})$ 的时间延迟子模型分解为:

$$\begin{aligned} G_p(z^{-1}) &= G_1(z^{-1}) + G_2(z^{-1}), \\ G_1(z^{-1}) &= 4/[(z^{-1} + 0.5)(z^{-1} + 1)], \\ G_2(z^{-1}) &= 2z^{-1}/[(z^{-1} + 0.5)(z^{-1} + 1)], \\ (P(z^{-1}) - A(z^{-1}))/P(z^{-1}) &= \\ &= (1.4z^{-1} + 1.6)/(z^{-1} + 0.5)(z^{-1} + 1) = \\ &= 0.4G_1(z^{-1}) + 0.7G_2(z^{-1}), \end{aligned}$$

故而有 $\alpha_1 = 0.4, \alpha_2 = 0.7$.

当采用纵向平行模型结构时, 要达到极点配置的输出误差反馈增益为

$$\begin{aligned} F_0 &= \alpha_1 = 0.4, \\ F_1 &= \alpha_2 - \alpha_1 = 0.3, \\ F_2 &= 1 - \alpha_1 = 0.6. \end{aligned}$$

当采用横向平行模型时, 要达到配置的输出误差反

馈增益为

$$F_0 = \alpha_1 + \alpha_2 - 1 = 0.1,$$

$$F_1 = \alpha_1 - F_0 = 0.3,$$

$$F_2 = \alpha_2 - F_0 = 0.6.$$

$G_p(z^{-1})$ 的极点子模型分解为

$$G_1(z^{-1}) = 6/(z^{-1} + 0.5),$$

$$G_2(z^{-1}) = -4/(z^{-1} + 1),$$

$$\begin{aligned} [P(z^{-1}) - A(z^{-1})]/P(z^{-1}) = \\ (1.4z^{-1} + 1.6)/[(z^{-1} + 0.5)(z^{-1} + 1)] = \\ 0.3G_1(z^{-1}) + 0.1G_2(z^{-1}). \end{aligned}$$

故而有 $\alpha_1 = 0.3, \alpha_2 = 0.1$.

当采用纵向平行模型结构时,要达到极点配置的输出误差反馈增益为

$$F_0 = \alpha_1 = 0.3,$$

$$F_1 = \alpha_2 - \alpha_1 = -0.2,$$

$$F_2 = 1 - \alpha_1 = 0.7.$$

当采用横向平行模型时,要达到极点配置的输出误差反馈增益为

$$F_0 = \alpha_1 + \alpha_2 - 1 = -0.6,$$

$$F_1 = \alpha_1 - F_0 = 0.9,$$

$$F_2 = \alpha_2 - F_0 = 0.7.$$

上述系统在阶跃输入和阶跃扰动时,受控对象输出及其控制信号变化如图3所示.在第0采样时刻,施加单位幅度的阶跃输入,在第20采样时刻,施加0.5单位幅度的阶跃扰动,受控对象的输出变化轨迹如图3虚线所示,受控对象的控制信号变化轨迹如图3实线所示.

与状态反馈控制相比,本文的多重输出误差反馈内模控制增加了一路输出反馈通道,其可调节内模控制系统闭环静态增益.这样当存在模型误差时,在设计反馈增益保证闭环内模控制系统鲁棒稳定性的同时,可保证闭环内模控制系统输出对阶跃输入的无静差特性.

6 结论(Conclusion)

本文利用对对象模型作多模型分解,提出了一

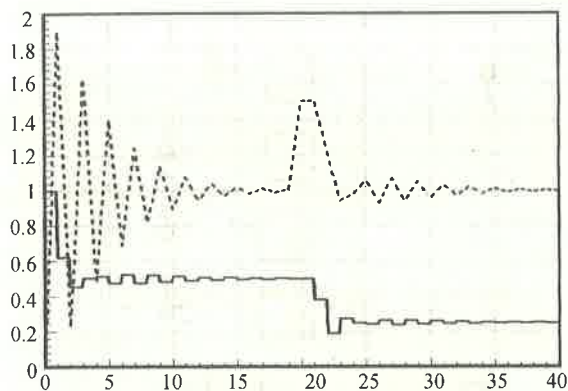


图3 试验例子的输出信号与控制信号

Fig. 3 Output signal and control signal of the simulation test
种新的带有多重输出误差反馈的内模控制结构,并给出了通过选择误差反馈增益来实现内模极点配置控制的方法,从而使内模控制系统可适用于不稳定对象的控制.

参考文献(References)

- 1 Arkun Y et al. Experimental study of internal model control. Ind. Eng. Chem. Prog. Des. Dev., 1986, 25(1): 102-108
- 2 Levin K L et al. Internal model control of recovery coupled distillation columns. American Industrial Chemistry Engineering Journal, 1987, 33(1): 83-90
- 3 Martin G D. Internal model control for chemical recovery. Chem. Eng. Prog., 1985, 81(1): 46-51
- 4 Morari M. Robust Process Control. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1989

本文作者简介

华建兴 1964年生. 分别于1984年、1987年在浙江大学电机系与科仪系获学士与硕士学位, 现为中国纺织大学副教授, 同时在上海交通大学自动化系攻读博士学位. 主要研究方向为预测控制, 模型辨识与滤波理论及其应用.

席裕庚 1946年生. 1968年毕业于哈尔滨军事工程学院, 1984年在德国慕尼黑工业大学获博士学位. 现为上海交通大学教授, 博士生导师. 目前主要研究方向为复杂工业过程与智能机器人的控制理论和方法.