

容错控制系统动态稳定的控制律重构*

赵明旺

(武汉冶金科技大学自动化系·武汉, 430081)

摘要: 针对反馈系统中的传感器故障, 基于非线性优化提出两种动态稳定的容错控制律重构设计方法, 算例表明本文方法的有效性.

关键词: 容错控制; 控制律重构; 多项式稳定性; 数值算法

Reconfiguration of Control Law for Fault-Tolerance Control Systems with Dynamical Stability

Zhao Mingwang

(Department of Automation, Wuhan Yejin University of Science and Technology·Wuhan, 430081, P.R. China)

Abstract: Against the sensor faults in the feedback systems, two designing methods of the configuration of the fault-tolerance control law with dynamical stability are proposed based on the nonlinear optimization in this paper. Two examples show the effectiveness of these methods.

Key words: fault-tolerance control; configuration of control law; polynomial stability; numerical algorithm

1 问题描述(Problem statement)

工程系统由于各种因素, 存在传感器或执行器故障. 因此故障容错控制问题有较强实际背景, 是较受关注的控制问题^[1,2]. 文[3,4]讨论了图 1 所示的控制系统的控制律重构问题. 该问题可描述为: 基于故障诊断, 在确定失效传感器后, 将控制律快速切换至离线设计(重构)的控制律. 文[3,4]控制律重构的思想是保持闭环系统的静态增益不变, 将失效的反馈环对静态增益的贡献分摊在其余所有或部分的完好反馈环. 该方法计算简便, 易于实现, 但存在两个缺陷:

1) 重构中只考虑保持静态增益不变, 未考虑稳定性和其它动态性能, 其重构结果不能保证闭环稳定. 由于稳定是设计的首要目标, 也是存在静态增益的前提, 故保持闭环稳定应是控制律重构的最基本目标.

2) 该方法只适用于各环节 $G_i(s)$ 的零极点均具有负实部(稳定且逆稳定), 不适用于各环节中有

不稳定、非逆稳定或纯积分环节的情况. 众所周知, 许多实际系统在工作点附近为开环不稳定、或非逆稳定、或带有纯积分环节. 因此, 文[3,4]的方法有其应用的局限性.

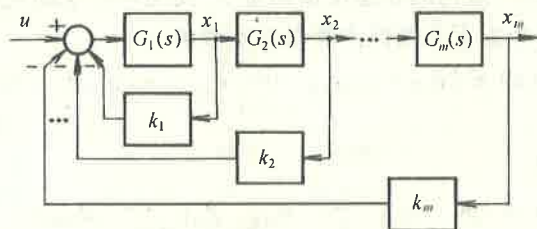


图 1 容错控制系统结构图

Fig. 1 The structure diagram of the fault-tolerance control systems

本文讨论图 1 所示的状态反馈控制系统的动态稳定控制律重构问题, 而且可证明本文方法具有充要性, 能适用于开环不稳定、或非逆稳定、或带有纯积分环节的被控系统.

由图 1 可得如下闭环传递函数

$$G(s) = \frac{\prod_{i=1}^m G_i(s)}{1 + k_1 G_1(s) + k_2 G_1(s) G_2(s) + \cdots + k_m G_1(s) G_2(s) \cdots G_m(s)}, \quad (1)$$

其中 $K = [k_1 \ k_2 \ \cdots \ k_m]$ 为状态反馈向量;
 $G_i(s)$ 为如下表示的各环节的传递函数

$$G_i(s) = \frac{B_i(s)}{A_i(s)} =$$

* 湖北省自然科学基金资助项目.

本文于 1996 年 12 月 12 日收到, 1997 年 8 月 12 日收到修改稿.

$$\frac{b_{i,0}s^{n_i} + b_{i,1}s^{n_i-1} + \cdots + b_{i,n_i}}{s^{n_i} + a_{i,1}s^{n_i-1} + \cdots + a_{i,n_i}} \quad (2)$$

由式(1)和式(2)可得如下闭环系统的特征多项式和闭环稳定时的静态增益

$$f_c(s) = f_0(s) + \sum_{j=1}^m k_j f_j(s) = e_0 s^n + e_1 s^{n-1} + \cdots + e_n, \quad n = \sum_{j=1}^m n_j, \quad (3)$$

$$G(0) = f_m(0)/[f_0(0) + \sum_{j=1}^m k_j f_j(0)], \quad (4)$$

$$\text{其中 } f_i(s) = \left[\prod_{j=1}^i B_i(s) \right] \left[\prod_{j=i+1}^m A_i(s) \right] = c_{i,0}s^n + c_{i,1}s^{n-1} + \cdots +$$

$$f_{c,i}(s) = \begin{cases} e_{i,0} \prod_{j=1}^{\underline{n}} (s^2 + \alpha_{i,j}^2 s + \beta_{i,j}^2), & \underline{n} = \bar{n}, n \text{ 为偶数}, \\ e_{i,0} \prod_{j=1}^{\underline{n}} (s^2 + \alpha_{i,j}^2 s + \beta_{i,j}^2)(s + \alpha_{i,\bar{n}}^2), & \underline{n} = \bar{n} - 1, n \text{ 为奇数} \end{cases} = e_{i,0}(s^n + g_{i,1}s^{n-1} + \cdots + g_{i,n}), \quad (8)$$

其中 $\alpha_{i,j}$ 和 $\beta_{i,j}$ 为非零实数,其个数分别为 $\bar{n}$ 和 $\underline{n}$; $g_{i,k}$ 为 $\alpha_{i,j}$ 和 $\beta_{i,j}$ 的恒正函数. $\bar{n}$ 和 $\underline{n}$ 为 $n/2$ 和 $(n+1)/2$ 的整数部分,两者之和为 n . 在比较式(6)和式(8),可归纳出如下定理.

定理 1 图 1 所示的控制系统在第 i 个传感器失效后,重构的状态反馈向量 K_i 使闭环稳定的充要条件为如下非线性方程组有实数解

$$F_i(x) = [e_{i,1} - e_{i,0}g_{i,1} \quad \cdots \quad e_{i,n} - e_{i,0}g_{i,n}]^T = 0, \quad (9)$$

其中

$$x = [K_i \quad \alpha_{i,1} \quad \cdots \quad \alpha_{i,\bar{n}} \quad \beta_{i,1} \quad \cdots \quad \beta_{i,\underline{n}}]^T.$$

由式(9)知,每种故障模下方程数为 n ,而变量 x 的维数为 $n+m-1$,即方程组(9)的方程数小于变量数.若该方程组有解,其解可能不唯一,而是为一解空间.本文思想即为在该稳定解空间中,基于非线性优化尽可能求取能保持期望的闭环静态增益和动态性能指标的解 K_i .

2 面向闭环静态增益的优化数值解(The optimizing numerical solution for the closed-loop static gain)

设所期望的闭环静态增益为 $G(0)$,根据容错控制问题有解的充要条件(9),有如下在约束条件(9)下优化闭环静态增益的控制律重构约束优化问题

$$\min_x J_1 = \left[\frac{G(0)}{G_{c,i}(0)} - 1 \right]^2 =$$

$$c_{i,n}, \quad i = \overline{0, m}. \quad (5)$$

本文问题实质是针对状态变量 x_i 的传感器失效时,即 $k_i = 0$,重构控制律 $K_i = [k_1 \quad \cdots \quad k_{i-1} \quad k_{i+1} \quad \cdots \quad k_m]$,使如下相应的闭环多项式稳定且静态增益尽量保持在无故障时的 $G(0)$

$$f_{c,i}(s) = f_0(s) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m k_j f_j(s) = e_{i,0}s^n + e_{i,1}s^{n-1} + \cdots + e_{i,n}, \quad (6)$$

$$G_{c,i}(0) = f_m(0)/[f_0(0) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m k_j f_j(0)]. \quad (7)$$

由多项式分解可知,稳定的闭环特征多项式 $f_{c,i}(s)$ 一定可以表示为

$$\left\{ \left[f_0(0) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m k_j f_j(0) \right] \frac{G(0)}{f_m(0)} - 1 \right\}^2. \quad (10)$$

逐一令 $i = \overline{1, m}$, 求解优化问题(10),即可求得系统(1)在各反馈通道传感器单独失效时重构的系统控制律.该重构控制律不仅能使故障系统闭环稳定,而且尽可能使系统保持期望的静态增益.对于约束非线性优化问题(10),引入罚函数,有如下等价的优化问题定义

$$\min_x \hat{J} = J_1 + \mu \sum_{j=1}^n (e_{i,j} - e_{i,0}g_{i,j})^2, \quad \mu > 0. \quad (11)$$

考虑到约束优化问题(11)属于非线性程度不高的多项式函数优化问题,并且求解该指标函数的二阶偏导矩阵困难,因此,本文采用最速下降法求解.虽然最速下降法为一阶收敛,但计算机硬件发展迅速,计算速度和时间对一般的优化问题已不是应用的关键.利用最速下降法求解优化问题(11)所需的梯度方向向量 $d\hat{J}/dx$ 的各分量为

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{J}}{dk_r} &= 2 \left[\frac{G(0)}{G_{c,i}(0)} - 1 \right] \frac{G(0)f_r(0)}{f_m(0)} + \\ &2\mu \sum_{j=1}^n (e_{i,j} - e_{i,0}g_{i,j})(c_{i,j} - c_{i,0}g_{i,j}), \quad r = \overline{1, m}, r \neq i, \quad (12) \\ \frac{d\hat{J}}{d\alpha_{i,k}} &= -2\mu \sum_{j=1}^n (e_{i,j} - e_{i,0}g_{i,j}) \cdot \end{aligned}$$

$$e_{i,0}\alpha_{i,k}h_{i,k,j-1}, \quad k = \overline{1, \bar{n}}, \quad (13)$$

$$\frac{d\hat{f}}{d\beta_{i,k}} = -2\mu \sum_{j=2}^n (e_{i,j} - e_{i,0}g_{i,j}) \cdot e_{i,0}\beta_{i,k}h_{i,k,j-2}, \quad k = \overline{1, \bar{n}}, \quad (14)$$

其中 $h_{i,k,j}$ 为由下式定义的多项式系数

$$\frac{df_{c,i}(s)}{d\alpha_{i,k}} = \begin{cases} \frac{2\alpha_{i,k}f_{c,i}(s)}{(s + \alpha_{i,k}^2)}, & n \text{ 为奇数}, k = \bar{n}, \\ \frac{2\alpha_{i,k}sf_{c,i}(s)}{(s^2 + \alpha_{i,k}^2s + \beta_{i,k}^2)}, & \text{其它} \end{cases} = e_{i,0}\alpha_{i,k}(h_{i,k,0}s^{n-1} + h_{i,k,1}s^{n-2} + \dots + h_{i,k,n-1}), \quad k = \overline{1, \bar{n}}. \quad (15)$$

由上式和式(8)知, $\alpha_{i,k}h_{i,k,j}$ 为 $g_{i,j+1}$ 对 $\alpha_{i,k}$ 的导数.

同理可知, $\beta_{i,k}h_{i,k,j}$ 为 $g_{i,j+2}$ 对 $\beta_{i,k}$ 的导数.

3 优化极点位置的容错控制数值解 (The fault-tolerance numerical solution optimizing the poles)

由稳定性理论知, 系统稳定即要求所有极点具有负实部, 且越远离虚轴则系统的稳定裕量越大. 实际系统在极点配置时, 总是通过将极点配置在负实部最大为 $R_{\max}$, 阻尼比在 $[\zeta_{\min}, \zeta_{\max}]$ 的扇形区域内, 使闭环系统具有指定的动态性能指标. 基于此, 可得

表 1 数值计算结果

Table 1 The numerical results

优化方法 1		
	算例 1	算例 2
初始迭代值 x_0	{2, 2, 1, 2, 3}	{2, 2, 1, 2, 3}
反馈向量 K	$\begin{bmatrix} 0 & 0.3753 & 0.6247 \\ 0.1797 & 0 & 0.8203 \\ 0.3268 & 0.6732 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 5.4998 & -2.4998 \\ 8.6703 & 0 & 11.670 \\ 1.9986 & 4.9986 & 0 \end{bmatrix}$
闭环多项式	$s^3 + 6s^2 + 11.751s + 12$ $s^3 + 6.1797s^2 + 11.898s + 12$ $s^3 + 6.3268s^2 + 13.981s + 12$	$s^3 + 2s^2 + 5.9996s + 12.000$ $s^3 + 10.670s^2 + 3.6703s + 12$ $s^3 + 3.9986s^2 + 6.9958s + 12$
优化方法 2		
	算例 1	算例 2
$R_{\max}, \zeta_{\max}, \zeta_{\min}$	-0.3, 4, 0.25	-0.3, 4, 0.25
反馈向量 K	$\begin{bmatrix} 0 & 1.3474 & -0.347 \\ 0.9889 & 0 & 0.0114 \\ 0.0620 & 0.9383 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 11.868 & -8.8874 \\ 16.907 & 0 & 19.907 \\ 2.0219 & 5.0221 & 0 \end{bmatrix}$
闭环多项式	$s^3 + 6s^2 + 13.6948s + 12.002$ $s^3 + 6.9889s^2 + 15.944s + 12.002$ $s^3 + 6.062s^2 + 13.187s + 12.002$	$s^3 + 2s^2 + 18.735s + 11.880$ $s^3 + 18.907s^2 + 11.907s + 12.001$ $s^3 + 4.0219s^2 + 7.066s + 12.001$

例 2 考虑如下开环不稳定系统的控制律重构的容错控制问题

下面在约束条件(9)下同时优化闭环系统极点位置和静态增益的约束优化问题表示

$$\min_x J_2 = \mu_1 J_1 + \mu_2 \max_j \{ \text{Re}(\lambda_{i,j}), R_{\max} \} + \mu_3 \max_j \{ \zeta_{i,j}, \zeta_{\max} \} - \mu_4 \min_j \{ \zeta_{i,j}, \zeta_{\min} \}, \quad (16)$$

其中 $\mu_i (i = \overline{1, 4})$ 为正的加权系数; $\text{Re}(\lambda_{i,j})$ 和 $\zeta_{i,j}$ 为闭环特征多项式 $f_{c,i}(s)$ 因子 $s^2 + \alpha_{i,j}^2s + \beta_{i,j}^2$ 的根的最大实部和阻尼比. 优化问题(16) 属不可微优化问题, 许多优化算法对此无能为力. Powell 法是一种适用于不可微或求导困难的随机优化方法. 但优化变量较多时, Powell 法的效率大幅度下降. 针对与优化问题(16) 类似的具有可微约束的不可微函数优化问题, 作者提出了一种具有较高效率的拟 Powell 法求解. 该拟 Powell 法将另文介绍.

4 算例 (Examples)

例 1 考虑如下开环稳定系统的控制律重构的容错控制问题

$$G_1(s) = \frac{1}{s+1}, \quad G_2(s) = \frac{2}{s+2}, \quad G_3(s) = \frac{3}{s+3}.$$

原闭环系统的静态增益为 0.5, 反馈向量

$$K = [0.4 \quad 0.4 \quad 0.2].$$

$$G_1(s) = \frac{1}{s+1}, \quad G_2(s) = \frac{2}{s-2}, \quad G_3(s) = \frac{3}{s+3}.$$

原闭环系统的静态增益为 0.5, 反馈向量 $K[4 \ 4 \ 3]$.

两算例采用本文方法求解的结果如表 1 所示. 由求解结果知, 本文的基于非线性优化的两种控制律重构数值解法具有较高的求解效率, 不失为求解容错控制问题的实用有效算法. 利用本文方法再辅之以 CAD 技术, 对实际容错控制系统设计具有现实意义.

参考文献(References)

- 1 Ackermann J. Robustness against sensor failure. Automatica, 1984, 20(2): 211 - 215

- 2 Veillette R J. Reliable linear quadratic state-feedback control. Automatica, 1995, 31(1): 137 - 143
- 3 葛建华, 孙优贤, 周春晖. 状态反馈控制系统的容错控制策略. 自动化学报, 1991, 17(2): 191 - 197
- 4 孙金生, 冯纘刚, 李军. 状态反馈控制系统的容错控制又一策略. 控制理论与应用, 1995, 12(4): 519 - 523

本文作者简介

赵明旺 1964 年生. 1990 年毕业于浙江大学工业控制研究所, 获博士学位. 现为武汉冶金科技大学自动化系教授, 研究生处处长. 主要研究方向为系统辨识与自适应控制, 鲁棒控制和智能控制.

(上接第 119 页)

其中 $X(s, \tau) = \frac{L_0}{D_{c2}^*} e^{-\tau s} - \sum_{i=1}^n \frac{k_i e^{-s_i \tau}}{(-s + s_i)}$, k_i 满足 $\frac{L_0}{D_{c2}^*} = \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{(-s + s_i)}$, $-s_i$ 为 D_{c2} 稳定的特征根. 仿文[1,2] 令式(A5)和式(A6)方括号内项为 0 有(16)和式(17)成立.

参考文[2]的讨论, 适当选择加权项 X_{n2} 及参数 α , 可使 $\|M_0\|_\infty = \alpha \|\frac{AK}{D_{c1}}\|_\infty$ 尽可能小(或小于 1), 进而使闭环系统鲁棒稳定性增强, 并给出闭环系统鲁棒稳定所允许未建模动态的上界. 证毕.

本文作者简介

刘兵 1964 年生. 分别于 1985 年、1989 年和 1996 年获河南大学学士、浙江大学硕士和东南大学博士学位. 现为电力部电力自动化研究院系统控制研究所高级工程师. 目前研究兴趣为电力系统的稳定性分析与控制等.

冯纯伯 1928 年生. 中国科学院院士, 俄罗斯自然科学院外籍院士, 东南大学教授, 博士生导师. 目前研究领域为系统建模, 鲁棒控制, 非线性控制等.

薛禹胜 1941 年生. 1987 年获比利时列日大学博士学位. 博士生导师, 电力自动化研究院总工程师, 中国工程院院士, 主要从事电力系统自动化方面的研究工作.