第16卷第1期
1999年2月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol.16,No.1
Feb.,1999

具有状态滞后的线性不确定系统的鲁棒可靠H_∞控制

顾永如　李歧强　程正群　钱积新
(浙江大学工业控制技术研究所·杭州,310027)

摘要:就一类具有范数有界不确定性及状态滞后的线性系统研究了其鲁棒可靠状态反馈H_∞控制,文中给出的控制器即使在规定范围内的一部分执行器失效时,仍能鲁棒可靠镇定闭环系统且保证一定的H_∞性能.

关键词:线性时滞系统;不确定性;执行器失效;可靠H_∞控制

Robust Reliable H_∞ Control for Linear Uncertain Systems with Delayed State

Gu Yongru, Li Qiqiang, Cheng Zhengqun and Qian Jixin
(Institute of Industrial Process Control, Zhejiang University·Hangzhou, 310027, P.R.China)

Abstract: This paper focuses on the problem of robust reliable H_∞ control for the linear systems with delayed state as well as norm-bounded uncertainty by state feedback. The resulting control systems are reliable in that they provide guaranteed robust stability and H_∞ performance despite possible actuator failures within prespecified subset of actuators.

Key words: linear time-delay systems; uncertainty; actuator failures; reliable H_∞ control

1 引言(Introduction)

目前,H_∞控制和鲁棒H_∞控制得到广泛关注和发展,由于实际系统不可避免地存在着时滞,众多学者也研究了时滞系统的H_∞控制(如文[1,2]).众所周知,H_∞控制与鲁棒控制有密切关系,但在控制元件出现故障时,H_∞控制系统往往不能得到满意的性能,甚至会导致闭环系统不稳定.而在实际系统,控制元件失效与时滞经常并存,因此,研究时滞系统的可靠H_∞控制具有重要的实际意义.

本文就一类具有状态滞后的不确定性系统,针对可能存在的部分执行器失效研究了其鲁棒可靠H_∞控制,所给出的控制器能可靠镇定原系统且保证一定的H_∞性能.

2 问题描述(Problem statement)

考虑如下系统

$$\dot{x}(t)=[A+\Delta A(t)]x(t)+[A_1+\Delta A_1(t)]x(t-h(t))+Bu(t)+Dw(t), \tag{1a}$$

$$z(t)=Ex(t), \tag{1b}$$

$$x(t)=0,\quad t\in[-\bar{h},0]. \tag{1c}$$

其中$x\in\mathbb{R}^n$为状态变量,$u\in\mathbb{R}^m$为控制变量,$w(t)\in\mathbb{R}^p$为平方可积的外界干扰输入向量,$z\in\mathbb{R}^r$是被控输出,A,A_1,B和D为具有适当维数的常数矩阵.$0\leqslant h(t)\leqslant\bar{h}<\infty$且$\dot{h}\leqslant\bar{m}<1$.$\Delta A(t)$和$\Delta A_1(t)$是范数有界的时变不确定性,并且具有如下的形式

$$[\Delta A\quad \Delta A_1]=GF(t)[H\quad H_1], \tag{2}$$

其中G,H和H_1为适当维数的常数矩阵,$F(t)\in\mathbb{R}^{i\times j}$为一不确定矩阵,其元Lebesgue可测且$F(t)^{\mathrm{T}}F(t)\leqslant I$.执行器分为两部分,其中一部分为容易失效的,记为$\Omega\subseteq\{1,2,\cdots,m\}$,这一部分对于镇定系统而言是冗余的,但可用来改善系统性能.另一部分记为$\bar{\Omega}\subseteq\{1,2,\cdots,m\}-\Omega$,这一部分执行器不会失效.对控制矩阵引入如下分解

$$B=B_\Omega+B_{\bar{\Omega}}. \tag{3}$$

其中B_Ω和$B_{\bar{\Omega}}$是按照$\bar{\Omega}$和Ω把矩阵B对应列置零而得到的.执行器在系统中起着传输控制器输出到对象的作用,不失一般性,我们假设其传递函数为1,同时当它失效时,假设其输出为任意能量有限的信号,且作为干扰信号作用到对象上去.我们把实际失效的一部分执行器记为$\omega\subseteq\Omega$,并对B采用如下分解

$$B=B_\omega+B_{\bar{\omega}}. \tag{4}$$

其中B_ω和$B_{\bar{\omega}}$类似于B_Ω和$B_{\bar{\Omega}}$对矩阵B的分解.根据定义,不难得到如下事实

本文于1997年5月4日收到.1998年6月5日收到修改稿.

$$B_{\Omega}B_{\Omega}^{\mathrm{T}} = B_{\omega}B_{\omega}^{\mathrm{T}} + B_{\Omega-\omega}B_{\Omega-\omega}^{\mathrm{T}},$$
$$B_{\bar{\Omega}}B_{\bar{\Omega}}^{\mathrm{T}} = B_{\bar{\omega}}B_{\bar{\omega}}^{\mathrm{T}} - B_{\Omega-\omega}B_{\Omega-\omega}^{\mathrm{T}}. \tag{5}$$

我们记 $w_f = [w^{\mathrm{T}} \quad w_u^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$,其中 $w_u(t) \in \mathbb{R}^m$ 是由于对应的执行器失效而产生的干扰输入.

对于上述系统(1),我们需设计如下的状态反馈控制器

$$u(t) = Kx(t), \quad K \in \mathbb{R}^{m\times n}. \tag{6}$$

可靠地镇定系统(1),同时可靠地抑制外界干扰 w 和由于执行器失效所产生的干扰 w_u,即需构造一个控制器(6)使下列条件满足: i) 闭环系统是渐近稳定的; ii) 在零初始条件下,对于任意 $w_f \in L_2[0,\infty)$,被控输出 z 满足 $\|z\|_2 \leqslant \gamma\|w_f\|_2$,其中 γ 为一预先规定的常数,$\|\cdot\|_2$ 为 $L_2[0,\infty)$ 范数.如果满足上述条件的控制器(6)存在,我们称系统(1)在控制器(6)作用下是具有 H_∞ 范数界 γ 可靠鲁棒镇定的.

3 主要结果(Main results)

下述定理给出了系统(1)具有 H_∞ 范数界 γ 可靠鲁棒镇定的一个充分条件.

定理 1 给定常数 $\gamma > 0$,设存在正数 $\varepsilon > 0$ 和 $\delta > 0$ 使得如下的代数 Riccati 方程有一正定解 $P > 0$:

$$\begin{aligned}&PA + A^{\mathrm{T}}P + \frac{1}{\gamma}P(DD^{\mathrm{T}} + B_{\Omega}B_{\Omega}^{\mathrm{T}})P + \\&\delta P(A_1A_1^{\mathrm{T}} + 2GG^{\mathrm{T}})P - \frac{1}{\varepsilon}PB_{\bar{\Omega}}B_{\bar{\Omega}}^{\mathrm{T}}P + \\&\frac{1}{\delta}H^{\mathrm{T}}H + \frac{1}{\delta(1-\bar{m})}(I + H_1^{\mathrm{T}}H_1) + \\&\frac{1}{\gamma}E^{\mathrm{T}}E + \varepsilon I = 0,\end{aligned} \tag{7}$$

取反馈控制律为:

$$u(t) = -\frac{1}{2\varepsilon}B^{\mathrm{T}}Px(t), \tag{8}$$

则,对于任意执行器 $\omega \subseteq \Omega$ 失效时,系统(1)在控制器(8)作用下是具有 H_∞ 范数界 γ 可靠鲁棒镇定的.

证　首先我们来证系统(1)在控制器(8)作用下是可靠鲁棒稳定的.根据 B_ω 和 $B_{\bar{\omega}}$ 的定义,不难得到闭环系统为:

$$\begin{aligned}\dot{x} =& \Big(A - \frac{1}{2\varepsilon}B_{\bar{\omega}}B_{\bar{\omega}}^{\mathrm{T}}P + \Delta A\Big)x + \\&(A_1 + \Delta A_1)x_h + [D\ B_\omega]w_f(t).\end{aligned} \tag{9}$$

其中 x 和 x_h 分别表示 $x(t)$ 和 $x(t-h(t))$.

对于闭环系统(9),采用如下的 Lyapunov 函数 $V(x)$

$$V(x) = x^{\mathrm{T}}Px + \frac{1}{\delta(1-\bar{m})}\int_{t-h}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)(I + H_1^{\mathrm{T}}H_1)x(s)\mathrm{d}s, \tag{10}$$

则当系统(9)无干扰 $w_f(t)$ 输入时,它沿着系统(9)的导数为

$$\begin{aligned}\dot{V}(x_t) =& 2x^{\mathrm{T}}P(A + \Delta A)x - \frac{1}{\varepsilon}x^{\mathrm{T}}PB_{\bar{\omega}}B_{\bar{\omega}}^{\mathrm{T}}Px + \\&2x^{\mathrm{T}}P(A_1 + \Delta A_1)x_h + \\&\frac{1}{\delta(1-\bar{m})}x^{\mathrm{T}}(I + H_1^{\mathrm{T}}H_1)x - \\&\frac{1-\dot{h}}{\delta(1-\bar{m})}x_h^{\mathrm{T}}(I + H_1^{\mathrm{T}}H_1)x_h,\end{aligned} \tag{11}$$

利用矩阵不等式 $2XY \leqslant \delta XX^{\mathrm{T}} + \frac{1}{\delta}Y^{\mathrm{T}}Y$ 及事实 $B_{\bar{\omega}}B_{\bar{\omega}}^{\mathrm{T}} \geqslant B_{\bar{\Omega}}B_{\bar{\Omega}}^{\mathrm{T}}$,不难得到

$$\dot{V}(x_t) \leqslant -x^{\mathrm{T}}Qx. \tag{12}$$

其中 $Q = \frac{1}{\gamma}P(DD^{\mathrm{T}} + B_{\Omega}B_{\Omega}^{\mathrm{T}})P + \frac{1}{\gamma}E^{\mathrm{T}}E + \varepsilon I > 0$,因此,闭环系统是可靠鲁棒稳定的.

下面证明在零初始条件下,对于任意 $w_f \in L_2[0,\infty)$,被控输出 z 满足 $\|z\|_2 \leqslant \gamma\|w_f\|_2$.为此,我们引入 $J = \int_0^\infty(\frac{1}{\gamma}z^{\mathrm{T}}z - \gamma w_f^{\mathrm{T}}w_f)\mathrm{d}t$,则对于任意 $w_f \in L_2[0,\infty)$,有

$$\begin{aligned}J \leqslant& \int_0^\infty\Big[\frac{1}{\gamma}z^{\mathrm{T}}z - \gamma w_f^{\mathrm{T}}w_f + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(V(x))\Big]\mathrm{d}t \leqslant \\&\int_0^\infty\Big\{\frac{1}{\gamma}z^{\mathrm{T}}z - \gamma w_f^{\mathrm{T}}w_f - \\&2x^{\mathrm{T}}P[D\quad B_\omega]w_f - x^{\mathrm{T}}Qx\Big\}\mathrm{d}t \leqslant \\&\int_0^\infty - \varepsilon x^{\mathrm{T}}x\mathrm{d}t - \int_0^\infty(\sqrt{\gamma}w_f - \\&\frac{1}{\sqrt{\gamma}}[D\quad B_\omega]^{\mathrm{T}}Px)^{\mathrm{T}}(\sqrt{\gamma}w_f - \\&\frac{1}{\sqrt{\gamma}}[D\quad B_\omega]^{\mathrm{T}}Px)\mathrm{d}t \leqslant 0.\end{aligned} \tag{13}$$

所以有

$$\|z\|_2^2 \leqslant \gamma^2\|w_f\|_2^2,$$

也即

$$\forall w_f \in L_2[0,\infty), \quad \|z\|_2 \leqslant \gamma\|w_f\|_2. \tag{14}$$

因此,系统(1)在控制器(8)作用下是具有 H_∞ 范数界 γ 可靠鲁棒镇定的.　　证毕.

引理 1 (见文[3])给定常数 $\gamma > 0$,设存在正数 $\delta > 0$ 对于充分小的正数 $\varepsilon > 0$ 使得代数 Riccati 方程(7)有一对称正定解 $P > 0$,则有 $\delta_{\min} < \delta_{\max}$ 且 $\delta \in (\delta_{\min}, \delta_{\max})$,其中 $\delta_{\min} > 0$ 是当方程(7)中项 $\delta P(A_1A_1^{\mathrm{T}} + 2GG^{\mathrm{T}})P$ 取为零时且使其有正定解时 δ

的下确界,而 $\delta_{\max} > 0$ 是当方程(7)中项 $\frac{1}{\delta}H^TH + \frac{1}{\delta(1-\bar{m})}(I + H_1^TH_1)$ 取为零时且使其有正定解时 δ 的上确界.

注　该引理除给出了代数 Riccati 方程(7)存在正定解的一个必要条件之外,也告诉了我们在求解该方程时怎样合适选择参数 δ.

4 结论(Conclusion)

文中对具有状态滞后的不确定性线性系统,考虑了其可靠鲁棒 H_∞ 控制器的设计,把现有的可靠 H_∞ 控制结果扩展到了时滞系统,该控制器可通过求解一个特定的 Riccati 方程而获得,设计方法较简单.所给出的控制器能可靠鲁棒镇定闭环系统且保证一定的 H_∞ 性能.

参考文献(References)

1　Lee J H, Kim S W and Kwon W H. Memoryless H_∞ controllers for state delayed systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1994, 39(1): 159－162

2　Ge J H, Frank P M and Lin C F. H_∞ control via output feedback for state delayed systems. Int. J. Control, 1996, 64(1): 1－7

3　Seo C J and Kim B K. Robust and reliable H_∞ control for linear systems with parameter uncertainty and actuator Failure. Automatica, 1996, 32(3): 465－467

本文作者简介

顾永如　1970 年生.1992 年毕业于东南大学自动控制系,1995 年于浙江大学光电与科学仪器系获硕士学位,同年进入浙江大学工业控制技术研究所工作,现为讲师.主要研究方向为鲁棒控制,智能仪器及自动测试系统.

李歧强　1964 年生.1985 年毕业于山东工业大学自动化系.1991 年于山东工业大学获硕士学位.1995 年进入浙江大学工业控制技术研究所攻读博士学位.主要研究为神经网络,决策与调度及智能控制及鲁棒控制.

程正群　1972 年生.1993 年毕业于哈尔滨工业大学.1996 年获天津大学自动化系硕士学位,同年进入浙江大学工业控制技术研究所工作.现为讲师.主要研究兴趣为智能控制及鲁棒控制.

钱积新　见本刊 1999 年第 1 期 130 页.

“何潘清漪优秀论文奖”征文启事

“何潘清漪优秀论文奖”征文 1999 年继续由本刊办理,请应征作者注意:

1. 文章必须是用中文正式发表过的.因此,寄来的文章应是该文在所发表的刊物的抽印页或复印页.
2. 文章需一式五份.
3. 请在应征稿的首页左上方注明“何潘清漪优秀论文奖征文”字样.

《控制理论与应用》编辑部

美国哈佛大学教授何毓琦(Y.C.Ho)先生为了庆贺其母亲何潘清漪老太太九十岁生日特设此奖,借以纪念她的母爱,以及她为了支持何先生的事业所付出的辛劳.

授 奖 对 象:

离散事件动态系统(DEDS)方面优秀中文论文的作者.

目　　的:

选拔、奖励、促进和宣扬中国在 DEDS 领域内得到国际承认的重大成果.

条例与机构:

1. 由何毓琦先生提供的何潘清漪奖金总额为 5000 美元,每次授奖金额 1000 美元,连续颁发 5 次(每两次之间间隔至少为一年).5 次之后,有可能追加基金继续颁发.
2. 世界各地用中文发表的关于 DEDS 方面的论文都有资格申请奖金.
3. 论文由国际专家小组甄别和最终评定.

　　专家小组成员:曹希仁、陈翰馥、李伯天、谈自忠(组长)、饶大维、郑应平.

4. 如果某年度无合适的论文,该奖可以不颁发,但至少会颁发 5 次.
5. 1999 年截稿日期为 1999 年 12 月 31 日,授奖时间另行通知,申请者可将论文寄到《控制理论与应用》编辑部(地址:广州市 五山 华南理工大学 邮政编码:510640).
6. 鼓励获奖者将其论文译成英文,为其发表提供帮助,借此促进在 DEDS 领域内工作的中国研究人员的国际合作.