

感应电机的 H_∞ 抗干扰控制*

丁 刚 王勋先 韩曾晋

(清华大学自动化系·北京, 100084)

摘要: 本文运用时域 H_∞ 方法来处理感应电机控制中的干扰抑制问题. 首先运用微分几何方法将非线性对象反馈线性化; 然后采用本文提出的 H_∞ 干扰抑制方法达到预定的鲁棒性能指标和闭环系统的稳定. 该方法只需求解一个代数 Riccati 不等式, 避免了以往自适应方法计算的复杂性, 仿真研究证实了该方法的实用性和有效性.

关键词: 感应电机; 反馈线性化; 干扰抑制; H_∞ 问题

H_∞ Disturbance Attenuation Control of Induction Motor

Ding Gang, Wang Xunxian and Han Zengjin

(Automation department of Tsinghua University·Beijing, 100084, P. R. China)

Abstract: In this paper, H_∞ approach is employed to control an induction motor. Firstly, the differential geometry method is used to feedback linearize the nonlinear system; A new H_∞ disturbance attenuation control approach presented in this paper is applied to stabilize the closed system and guarantee the robust performance. For this approach only solves a Riccati inequality, the complexity of the traditional adaptive method is avoided. Simulation result demonstrates the efficiency of the proposed method.

Key words: induction motor; feedback linearization; disturbance attenuation; H_∞ problem

1 引言(Introduction)

交流电机是一种典型的多输入多输出非线性对象. 近年来, 随着实际生产的需要和电力电子, 微电子等技术的高速发展, 交流电机的高精度控制问题日益受到控制理论研究者的重视. 感应电机是交流电机中最典型的一类, 目前已有多种控制方法用于其高性能控制. 为了处理实际对象参数因各种因素引起的不确定性, 非线性自适应控制方法在感应电机控制中有不少应用^[1]. 但是, 从鲁棒控制观点直接处理感应电机控制问题的报道较少, 而作为一种处理对象不确定性, 尤其是非结构不确定性的方法, 鲁棒控制在交流电机调速中有很好的应用前景^[2~4]. 本文将介绍一种新的 H_∞ 鲁棒控制方法, 并以之控制感应电机. 与以往的方法比较, 本文方法可处理任意有界不确定性; 而且由于不需要在线自适应律, 使得控制算法复杂性大大减小.

本文第二节将研究一种存在有界扰动或参数不确定性的 H_∞ 鲁棒控制问题; 第三节将该方法用于感应电机的高精度控制, 通过仿真研究证明了该方法的有效性和简单性; 文章最后总结了今后的研

究方向.

2 H_∞ 抗干扰控制(H_∞ disturbance attenuation control)

本文所研究的不确定系统为

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + \Delta A(t))x + B_1(x)w + B_2v, \\ y = Cx. \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\Delta A(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为参数摄动阵, 其各元素关于时间 t 连续可微, 并假设: $\Delta A(t) = E\Sigma(t)F$, $E \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $F \in \mathbb{R}^{q \times n}$ 是已知定常阵, $\Sigma(t) \in \mathbb{R}^{r \times q}$ 是未知函数阵, $\Sigma(t)^T \Sigma(t) \leq I$. 有界干扰为 $w \in L_2$, 控制量为 v .

显然, 要使干扰项 w 与输出 y 完全解耦, 需要 $B_1(x)$ 中各项皆为零, 但实际应用中这一条件常常无法满足. 因此, 我们提出如下的鲁棒性能指标, 以使干扰对输出的影响尽可能小.

P1) 闭环系统内稳定;

P2) 对任意标量 $\epsilon > 0$, 正定矩阵 $Q > 0, R > 0$ 和 $\forall T > 0$, 有

$$\int_0^T [y(t)^T Q y(t) + v(t)^T R v(t)] dt < \epsilon \int_0^T |w|^2 dt.$$

* 国家 211 工程运动控制课题资助项目.

本文于 1997 年 12 月 15 日收到, 1998 年 9 月 15 日收到修改稿.

本节将运用 H_∞ 方法讨论上述系统(1)中干扰无法完全解耦时,如何设计鲁棒控制器:

$$v = K \cdot x \quad (2)$$

以满足性能指标 P1)和 P2).

定理 1 对于对象(1),假设 $B_1(x)$ 存在上界 $\bar{B}_1 \in \mathbb{R}^n$,使得 $B_1(x)B_1(x)^T \leq \bar{B}_1\bar{B}_1^T$,则若存在 $\lambda > 0$ 使 Riccati 不等式:

$$A^T X + XA + X\left(\frac{1}{\epsilon}\bar{B}_1\bar{B}_1^T + \lambda^2 EE^T - B_2 R^{-1} B_2^T\right) \cdot \\ X + C^T Q C + \frac{1}{\lambda^2} F F^T < 0 \quad (3)$$

有解 $X > 0$,可选反馈阵: $K = -R^{-1}B_2^T X$ 可以使闭环系统满足干扰抑制指标 P1)和 P2).

证 定义:

$$C_1 = \begin{bmatrix} Q^{1/2} C \\ 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ R^{1/2} \end{bmatrix}, \\ (Q^{1/2})^T Q^{1/2} = Q, (Q, R, \epsilon > 0), \quad (4) \\ A_b \triangleq A + B_2 K, C_b \triangleq C_1 + D_{12} K, \\ B_b \triangleq B_1(x), z \triangleq C_b x = C_1 x + D_{12} v.$$

闭环系统表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_b + \Delta A(t))x + B_b w, \\ z = C_b x. \end{cases}$$

假设一个辅助系统:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = (A_b + \Delta A(t))\bar{x} + \bar{B}_1 w, \\ \bar{z} = C_b \bar{x}. \end{cases}$$

根据[5]推论 5.3.1,当(3)式有解 $X > 0$ 时, A_b 稳定,即 P1)成立,而且 $\|T_{\bar{w}}(s)\|_\infty < \sqrt{\epsilon}$. 下证,此时 P2)成立. 根据[5]定理 2.4.1,存在正定矩阵 $P_b > 0$ 使 Riccati 不等式:

$$(A_b + \Delta A)^T P_b + P_b (A_b + \Delta A) + \\ \frac{1}{\epsilon} P_b \bar{B}_1 \bar{B}_1^T P_b + C_b^T C_b < 0 \quad (5)$$

成立. 定义 $V(x(t)) \triangleq x^T(t) P_b x(t) \geq 0$. 令 $x(0) = 0$, 则 $V(x(0)) = 0$. 对 V 关于 t 求导,得

$$\dot{V}(x(t)) = x^T((A_b + \Delta A)^T P_b + \\ P_b (A_b + \Delta A))x + 2x^T P_b B_b w,$$

将(5)代入上式并配方得:

$$\dot{V}(x(t)) < \\ -x^T(C_b^T C_b + \frac{1}{\epsilon} P_b \bar{B}_1 \bar{B}_1^T P_b)x + 2x^T P_b B_b w \leq \\ -x^T(C_b^T C_b + \frac{1}{\epsilon} P_b B_b B_b^T P_b)x + 2x^T P_b B_b w = \\ -z^T z + \epsilon w^T w - \left\| \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} B_b^T P_b x - \sqrt{\epsilon} w \right\|^2,$$

两边从 0 至 $T(>0)$ 积分,由 $V(0) = 0, V(x(T)) > 0$, 得 $\int_0^T (z^T z) dt < \epsilon \int_0^T (w^T w) dt$, 即 P2) 成立. 证毕.

前面为了方便,仅讨论了调节器问题,我们可很容易地扩展到跟踪问题,即用本节方法来处理误差模型的调节器问题. 并可根据内模原理^[6]保证跟踪性能. 这可以通过下一节的感应电机的控制来具体说明.

3 感应电机的 H_∞ 抗干扰控制 (H_∞ disturbance attenuation control of induction motors)

3.1 感应电机的模型 (Model of induction motor)

我们考虑感应电机的典型五阶模型^[1].

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \theta_1 f_1 + \theta_2 f_2(x) + g_1 u_a + g_2 u_b, \\ y_1 = h_1(x) = w, y_2 = h_2(x) = \Psi_a^2 + \Psi_b^2, \\ (\theta_1 = T_L - T_{LN}, \theta_2 = R_r - R_{rN}). \end{cases} \quad (6)$$

其中状态 $x = [\omega \quad i_a \quad i_b \quad \Psi_a \quad \Psi_b]^T$ 分别表示转速,定子电流和转子磁链在静态两相坐标系 (a, b) 下的分量. 系统输入为定子电压,输出为转速和磁链幅值. 不确定量为负载转矩 T_L 和转子电阻 R_r , 它们的标称值分别为: T_{LN}, R_{rN} .

根据微分几何理论^[7]进行坐标变换到

$$z = [z_{11} \quad z_{12} \quad z_{13} \quad z_{14} \quad z_2]^T,$$

并反馈线性化为

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{z}_{11} \\ \dot{z}_{12} \\ \dot{z}_{13} \\ \dot{z}_{14} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_1 & -k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -k_3 & -k_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} z_{11} \\ z_{12} \\ z_{13} \\ z_{14} \end{pmatrix} + \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{f_1} h_1 & 0 \\ 0 & L_{f_2} L_{f_1} h_1 \\ 0 & L_{f_2} h_2 \\ 0 & L_{f_2} L_{f_1} h_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix}, \\ \dot{z}_2 = L_{f_1} h_3 + \theta_2 L_{f_2} h_3, \\ y_1 = z_{11}, y_2 = z_{13}. \end{cases} \quad (7)$$

限于篇幅,上述模型的详细推导及其符号说明见[1],值得注意的是线性化后的系统(7)中的状态 z_2 是无法由输出观测到的,这是由于原始模型不是可完全反馈线性化的. 不过根据[1],该状态是有界的,也即原系统是最小相位的^[7],因而不影响我们对

线性化部分的控制。

3.2 感应电机的 H_∞ 抗干扰控制 (H_∞ disturbance attenuation control of induction motors)

我们可以直接将定理 1 结论用于线性化后的对象模型(7),但是(7)中扰动的时变系数矩阵的上界不易求,因而将(7)进一步变形为子系统 I (转速子系统):

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{z}_{11} \\ \dot{z}_{12} \end{pmatrix} = (A_1 + \Delta A_2(t)) \begin{pmatrix} z_{11} \\ z_{12} \end{pmatrix} + B'_{11} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} + B_{12} v_1, \\ y_1 = z_{11}, \\ A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix}, \\ \Delta A_1(t) = \theta_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_r} \left(1 + \frac{M^2}{\sigma L_s L_r}\right) \end{bmatrix}, \\ B'_{11} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} & 0 \\ 0 & -\frac{T_{LN}}{L_r J} \left(1 + \frac{M^2}{\sigma L_s L_r}\right) \end{bmatrix}, B_{12} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (8)$$

和子系统 II (磁链幅值子系统):

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{z}_{13} \\ \dot{z}_{14} \end{pmatrix} = (A_2 + \Delta A_2(t)) \begin{pmatrix} z_{13} \\ z_{14} \end{pmatrix} + B'_{21} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} + B_{22} v_2, \\ y_2 = z_{13}, \\ A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_3 & -k_4 \end{bmatrix}, \\ \Delta A_2(t) = \theta_2 \begin{bmatrix} 0 & 1/\alpha L_r \\ (\eta_1 - \frac{\eta_3}{M}) R_{rN} & -\frac{\eta_3 R_{rN}}{2\alpha M} \end{bmatrix}, \\ B'_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \eta_2(i_a^2 + i_b^2) \end{bmatrix}, B_{22} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{cases} \quad (9)$$

限于篇幅,以下仅给出转速子系统的控制方法,而磁链幅值子系统的控制可同理进行.先给定参考模型:

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_{11M} \\ \dot{z}_{12M} \end{pmatrix} = A_1 \begin{pmatrix} z_{11M} \\ z_{12M} \end{pmatrix} + B_{12} v_{1M}. \quad (10)$$

二系统(8)与(10)相减可得误差模型为

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_{11} \\ \dot{e}_{12} \end{pmatrix} = (A_1 + \Delta A_1) \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \end{pmatrix} + B_{11} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} + B_{12}(v_1 - v_{1M}),$$

$$B_{11} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_r} \left(1 + \frac{M^2}{\sigma L_s L_r}\right) \left(\frac{T_{LN}}{J} + z_{12M}\right) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

经过以上变换后,就变成了调节器问题.而且系数矩阵 B_{11} 中元素的上界易直接由参数和参考模型信号的上界得到,因而可方便地用上节中的定理 1 来解决.

推论 1 对于子系统 I 的误差模型(11),假设参数不确定性 θ_2 有上界 $\bar{\theta}_2$,给定 $\varepsilon_1 > 0, r_1 > 0, Q_1 > 0$.则若存在 $\lambda_1 > 0$ 使 Riccati 不等式

$$\begin{aligned} & A_1^T X_1 + X_1 A_1 + X_1 \begin{bmatrix} \frac{1}{\varepsilon_1 J^2} & 0 \\ 0 & \lambda_1 \zeta^2 + \frac{(\zeta T_{LN})^2}{\varepsilon_1 J^2} - \frac{1}{r_1} \end{bmatrix} X_1 + \\ & Q_1 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda_1^2} \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (12)$$

有解 $X_1 > 0$,可选状态反馈:

$$v_1 = v_{1M} + K_1 \begin{pmatrix} z_{11} \\ z_{12} \end{pmatrix} = v_{1M} - \frac{1}{r_1} B_{12}^T X_1 \begin{pmatrix} z_{11} \\ z_{12} \end{pmatrix},$$

使闭环子系统 I 满足干扰抑制指标 P1)和 P2). ($\zeta = \frac{1}{L_r} \left(1 + \frac{M^2}{\sigma L_s L_r}\right)$).

$$\text{证 令 } E_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\zeta \end{bmatrix}, \Sigma_1 = \frac{\theta_2}{\bar{\theta}_2}, F_1 = \bar{\theta}_2 [0 \ 1].$$

则 $\Delta A_1(t) = E_1 \Sigma_1 F_1$,且 $\Sigma_1^T \Sigma_1 < 1$.又假设稳态时 $z_{12M} = 0$,则可选 B_{11} 的一个上界 $\bar{B}_{11} =$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{J} & 0 \\ 0 & \zeta T_{LN}/J \end{bmatrix}, \text{将 } A_1, \bar{B}_{11}, B_{12}, E_1, F_1 \text{ 分别代替(3)}$$

式中的 $A, \bar{B}_1, B_2, E, F$ 得(12)式.根据定理 1,即得结论. 证毕.

3.3 仿真实验 (Simulation experiment)

我们将前面的结论用于一台 15 kW,额定负载 70 Nm,额定转速 220 rad/s 的感应电机^[1]的仿真.控制目标是转速和转子磁链幅值能精确跟踪给定轨迹.参考轨迹选为阶跃函数,并经二阶稳定参考传递函数平滑.不确定参数为负载和转子电阻.其标称值选为: $T_{LN} = 0, R_{rN} = 0.15 \Omega$.转子电阻允许 50% 范围内的扰动.图 1 为对转速子系统的仿真结果.取 $k_1 = 900, k_2 = 60$, (a) 示出了转子电阻值存在正弦时变有界扰动时的转速轨迹. (b) 采用本文方法,根据

推论 1, 取: $\varepsilon_1 = 100$, $r_1 = 1e - 7$, $\lambda_1 = 10$, $Q_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $F_1 = 0.075[0, 1]$, 同时采用内模原理^[6], 加入了参考轨迹的阶跃动态: $\dot{x}_{1m} = e_{11}$. 从仿真结果可看出扰动的影响明显减小, 且消除了稳态误差.

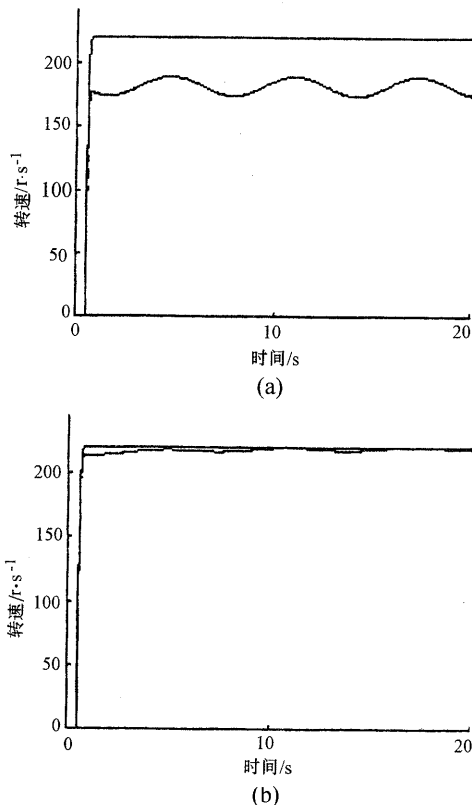


图1 转速子系统仿真结果

Fig.1 Simulation results of speed subsystem

4 结论(Conclusion)

本文利用时域 H_∞ 方法建立了一种新的鲁棒控制方案, 以抑制有界干扰引起的不确定性. 进而将该

方法用于多变量非线性交流感应电机的高精度运动控制中, 详细讨论了模型的转化及新方法的使用. 目前, 关于 Riccati 不等式的求解, 该方法与鲁棒辨识方法相结合的鲁棒自适应控制, 与非线性状态观测器相结合, 以及针对其它类型交流电机的控制等问题的深入研究正在进行中.

参考文献(References)

- 1 Marino R et al. Adaptive input-output linearizing control of induction motors. IEEE Trans. Automat. Contr. 1993, 38(2): 208 - 221
- 2 Wit P A S D et al. Indirect field-oriented control of induction motors is robustly globally stable. Automatica, 1996, 32(10): 1393 - 1402
- 3 Hu H et al. Robust tracking control of an induction motor, Int. J. Robust and Nonlinear Control, 1996, 6(2): 201 - 219
- 4 Zsou Y Y. DSP-based robust control of an AC induction servo drive for motion control, IEEE Trans. CST, 1996, 4(1): 614 - 626
- 5 申铁龙. H_∞ 控制理论及应用. 北京: 清华大学出版社, 1996
- 6 Davison D J and Goldenberg A. Robust control of general servomechanism problem; the servo compensator, Automatica, 1975, 11(2): 261 - 271
- 7 Isidori A. Nonlinear Control Systems. 2nd Ed., Berlin: Springer-Verlag, 1989

本文作者简介

丁 刚 1971 年生. 1995 年毕业于清华大学自动化系, 并免试攻读清华大学自动化系博士学位. 研究方向为模糊神经网络, 鲁棒自适应控制, 鲁棒非线性控制, 交流驱动系统高精度控制等.

王勋先 1964 年生. 1985 年毕业于北京轻工学院自动化系, 1988 年获山东工业大学自动化系硕士学位, 现为清华大学自动化系博士生. 研究方向为电力传动系统的控制及应用.

韩曾晋 见本刊 1999 年第 2 期第 168 页.