

带预估控制量二次约束的无静差 FIR 型内模控制器 *

华建兴 席裕庚

(上海交通大学自动化所·上海, 200030)

摘要: 基于对象的脉冲响应序列, 提出一种利用矩阵 QR 分解设计 FIR 型内模逆动态控制器的新方法. 为防止过大控制作用, 引入了对预估控制量的二次约束, 并同时控制器静态增益约束以保证闭环控制系统对阶跃输入的无静差特性. 给出的仿真例子说明了本方法的有效性.

关键词: 内模控制; FIR 型控制; 预估; 无静差

Design of the Zero-Offset FIR Internal Model Controller with Quadratic Constraint on the Predictive Estimation of the Control Actions

Hua Jianxing and Xi Yugeng

(Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai, 200030, P. R. China)

Abstract: A matrix QR decomposition-based approach for the design of internal model controller is developed from the plant impulse response. Both the quadratic constraint on the predictive control actions and the constraint on the stationary gains of the controller are introduced in order to avoid extreme control actions and to guarantee zero-offsetness of the step response in closed loop system. Simulations are given for a proof.

Key words: internal model control; FIR controller; predictive estimation; zero-offsetness

1 引言(Introduction)

内模控制作为一种新颖的控制系统结构, 已经在工业过程控制中得到了成功的应用. 理论分析表明, 不仅基于模型的预测控制(动态矩阵控制 DMC、模型算法控制 MAC、广义预测控制 GPC)都具有内模控制结构^[1,2], 而且基于状态反馈的二次最优控制与极点配置控制也隐含了内模控制结构^[3]. 在内模控制中, 控制器设计的策略是使之逼近受控对象的逆动态, 对单变量系统, 内模控制器取为对象传递函数最小相位部分的逆^[1]. 通常内模控制中采用的是结构化参数模型, 对如何利用非结构化参数模型, 直接设计逆系统内模控制器则很少涉及.

本文则由被控对象的脉冲响应序列出发, 直接设计 FIR 型内模控制器逼近对象逆动态. 为防止产生过大控制作用, 在性能指标中引入了对预估控制量的二次约束, 此外对控制器静态增益进行约束, 以保证闭环控制系统输出对阶跃输入的无静差特性. 为保证数值计算的鲁棒性, 采用矩阵正交变换得到数据矩阵的 QR 分解, 进而计算出满足要求的 FIR 型控制器系数, 给出的仿真试验例子说明了本方法有效性.

2 FIR 内模控制器的设计方法(Design of FIR internal model controller)

2.1 直接逆动态设计(Controller design using direct inverse dynamics approach)

内模控制器的设计准则是使其逼近被控对象逆动态来实现. 内模控制器对被控对象逆动态的逼近程度越准确, 内模控制系统输出对输入控制信号的跟踪也越准确.

设受控对象脉冲响应的 Z 变换函数为 $z^{-1}G(z^{-1})$, 内模控制器为 $C(z^{-1})$:

$$G(z^{-1}) = \sum_{i=1}^N g_i z^{-i+1}, \quad C(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{M-1} c_i z^{-i}, \quad (2.1)$$

假定

$$G(z^{-1})C(z^{-1}) = D(z^{-1}) + E(z^{-1}), \quad (2.2)$$

这里, $D(z^{-1})$ 代表控制器 $C(z^{-1})$ 对 $G(z^{-1})$ 逆动态的逼近函数, $E(z^{-1})$ 代表逼近误差函数, 在理想情形时应有:

$$D(z^{-1}) = 1, \quad E(z^{-1}) = 0. \quad (2.3)$$

将(2.2)式写成矩阵形式

$$GC = D + E, \quad (2.4a)$$

* 国家自然科学基金(69774004)资助课题.

本文于 1997 年 4 月 29 日收到. 1998 年 7 月 3 日收到修改稿.

其中

$$\begin{aligned} D &= [d_1 \ d_2 \ \cdots \ d_N]^T, \\ E &= [e_1 \ e_2 \ \cdots \ e_N]^T, \\ C &= [c_0 \ c_1 \ \cdots \ c_{M-1}]^T, \end{aligned}$$

G 为对象脉冲响应矩阵

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \cdots & 0 \\ g_2 & g_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ g_M & g_{M-1} & \cdots & g_1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ g_N & g_{N-1} & \cdots & g_{N-M+1} \end{bmatrix}. \quad (2.4b)$$

对于理想逆动态控制器, $D = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$, 设计控制器时采用性能指标为:

$$J = E^T E = \|GC - D\|_2^2. \quad (2.5)$$

设矩阵 G 的正交 QR 分解为:

$$G = Q \times \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix}, \quad Q^T D = \begin{bmatrix} X \\ Z \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

则使(2.5)式极小化的逆动态 FIR 型内模控制器为:

$$G_{\text{inv}} = R^{-1}X. \quad (2.7)$$

2.2 预估控制量二次约束的控制器设计方法(Controller design under quadratic constraint on the pre-estimated control actions)

直接采用逆动态方法设计内模控制器, 由于没有对控制作用进行约束, 从而可能导致过大控制作用的产生. 克服这一缺陷的方法之一是对将来的控制作用进行预估并约束. 若设控制器的输入控制信号为 s , 第 k 时刻的控制器输出为 u_k , 带单步预估控制作用约束的控制器系数记为 $\bar{c}_i(k)$, 带多步预估控制作用约束的控制器系数记为 $\bar{\bar{c}}_i(k)$, 则为

$$u_k = \sum_{i=0}^{M-1} \bar{c}_i(k) s_{k-i} = s^T(k) \bar{C}(k), \quad (2.8)$$

这里

$$s^T(k) = [s_k, s_{k-1}, \cdots, s_{k-M+1}].$$

对控制量多步预估时有:

$$u_{k+j} = \sum_{i=0}^{M-1} \bar{\bar{c}}_i(k) s_{k+j-i}, \quad 0 \leq j \leq J-1, \quad (2.9)$$

上式的矩阵形式

$$U(k) = S(k) \bar{\bar{C}}(k), \quad (2.10a)$$

$$S(k) = [s(k), s(k+1), \cdots, s(k+J-1)]^T. \quad (2.10b)$$

控制器的输入控制信号为:

$$s_i = \begin{cases} v_i - e_i, & i \leq k, \\ v_i - e_k, & i > k. \end{cases}$$

其中, v 为内模控制的外部控制信号, e 为内模控制的输出误差信号.

定理 2.1 对单步预估控制量进行二次约束时, 使控制器设计优化指标:

$$J(k) = \| \bar{G}\bar{C}(k) - D \|_2^2 + w^2 u_k^2$$

极小化的控制器最优解为:

$$\bar{C}(k) = K(k) C_{\text{inv}}, \quad (2.11a)$$

其中

$$K(k) = [I - w^2 R^{-1} R^{-T} s(k) s^T(k)] / \beta^2(k), \quad (2.11b)$$

$$\beta^2(k) = 1 + w^2 s^T(k) R^{-1} R^{-T} s(k). \quad (2.11c)$$

w 为选定的加权系数, 矩阵 GR 的意义同(2.6).

证 将性能指标进一步写成:

$$J(k) = [\bar{C}(k) G^T - D^T] [\bar{G}\bar{C}(k) - D] + w^2 \bar{C}^T(k) s(k) s^T(k) \bar{C}(k),$$

由

$$\begin{aligned} \partial J(k) / \partial \bar{C}(k) &= [\bar{C}^T(k) G^T - D^T] G + \\ &w^2 \bar{C}(k) s(k) s^T(k) = 0, \end{aligned}$$

则

$$\bar{C}(k) = [G^T G + w^2 s(k) s^T(k)]^{-1} G^T D. \quad (2.12)$$

由矩阵求逆公式知:

$$\begin{aligned} [G^T G + w^2 s(k) s^T(k)]^{-1} &= \\ \frac{(G^T G)^{-1} - w^2 (G^T G)^{-1} s(k) s^T(k) (G^T G)^{-1}}{1 + w^2 s^T(k) (G^T G)^{-1} s(k)}, \end{aligned}$$

考虑到矩阵正交分解形式有:

$$\begin{aligned} G^T G &= R^T R, \quad (G^T G)^{-1} = R^{-1} R^{-T}, \\ (G^T G)^{-1} G D &= C_{\text{inv}}, \end{aligned}$$

将上式代入(2.12)式即可得证. 证毕.

定理 2.2 对多步预估控制量进行约束时, 使以下控制器设计优化指标:

$$J(k) = \| \bar{G}\bar{\bar{C}}(k) - D \|_2^2 + \sum_{j=0}^{J-1} w_j^2 u_{k+j}^2$$

极小化的控制器最优解为:

$$\bar{\bar{C}}(k) = [I - R^{-1} A(k) F^{-1}(k) W S(k)] C_{\text{inv}}, \quad (2.13)$$

其中

$$\begin{aligned} A(k) &= R^{-T} S^T(k) W, \\ F(k) &= I + A^T(k) A(k), \\ W &= \text{diag}[w_0, w_1, \cdots, w_{J-1}]. \end{aligned}$$

证 略.

3 无静差约束下的控制器设计 (Controller design under zero-offset constraint)

当采用 FIR 控制器结构时,无论是直接逆动态设计或是带控制量二次约束的设计方法,都不一定保证闭环系统输出对阶跃输入的无静差特性.因为内模控制器是根据其动态特性逼近受控对象逆动态来设计的,而对内模控制器本身的静态特性并无直接约束.而若在保证这种无静差特性,内模控制系统的前馈控制通道与反馈控制通道都必须具有单位静态增益,控制器静态增益与受控对象静态增益须存在下列关系:

$$C(z^{-1})G(z^{-1})|_{z=1} = 1, \quad (3.1)$$

若设

$$G^{-1}(z^{-1})|_{z=1} = b,$$

则上式也可写成

$$A^T C = b, \quad (3.2)$$

这里 C 为控制器数矢量,矢量 A 为 $[1, 1, \dots, 1]^T$.

定理 3.1 在控制器静态增益 $C(z^{-1})|_{z=1} = b$ 约束下,逆动态内模控制器系数矢量 $\tilde{C}_{\text{inv}}$ 为:

$$\tilde{C}_{\text{inv}} = C_{\text{inv}} - P(A^T C_{\text{inv}} - b)/p, \quad (3.3a)$$

其中

$$P = R^{-1}R^{-T}A, \quad p = A^T P. \quad (3.3b)$$

证 $\tilde{C}_{\text{inv}}$ 的求解可表述为:在 $A^T \tilde{C}_{\text{inv}} = b$ 约束条件下,使优化性能指标 $J = \|G\tilde{C}_{\text{inv}} - D\|_2^2$ 极小化.引入 Lagrange 因子 μ , 并定义函数

$$H = \|G\tilde{C}_{\text{inv}} - D\|_2^2 + \mu(A^T \tilde{C}_{\text{inv}} - b),$$

由 $\partial H / \partial \tilde{C}_{\text{inv}} = 0$, 可得

$$\tilde{C}_{\text{inv}} = C_{\text{inv}} - \mu(G^T G)^{-1}A,$$

将上式代入 $\partial H / \partial \mu = 0$, 则有

$$\mu = (A^T C_{\text{inv}} - b) / A^T (G^T G)^{-1}A.$$

考虑到 $(G^T G)^{-1} = R^{-1}R^{-T}$, 即可得证.

定理 3.2 在控制器静态增益 $\tilde{C}(z^{-1})|_{z=1} = b$ 约束下,带单步预估控制量二次约束的内模控制器系数矢量为:

$$\tilde{C}(k) = \bar{C}(k) - K(k)P[A^T \bar{C}(k) - b] / A^T K(k)P, \quad (3.4)$$

其中, $K(k)$ 意义见(2.11b), P 的意义见(3.3b).

证 $\tilde{C}(k)$ 的求解可表述为:在 $A^T \tilde{C}(k) = b$ 约束条件下,使下列优化指标极小化:

$$J(k) = \|G\tilde{C}(k) - D\|_2^2 + w^2 u_k^2,$$

$$u_k = s^T(k)\tilde{C}(k).$$

采用定理 3.1 相类似方法,可得其解为:

$$\tilde{C}(k) = \bar{C}(k) - B^{-1}B^{-T}A[A^T \bar{C}(k) - b] / A^T B^{-1}B^{-T}A, \quad (3.5)$$

B 为上三角化矩阵且满足:

$$B^T B = R^T R + w^2 s(k)s^T(k),$$

考虑到 $K(k)$ 与 P 的形式,可得 $B^T B$ 的逆矩阵为:

$$B^{-1}B^{-T} = K(k)R^{-1}R^{-T},$$

进而有

$$B^{-1}B^{-T}A = K(k)R^{-1}R^{-T}A = K(k)P,$$

代入(3.5)式即可得证. 证毕.

定理 3.3 在控制器静态增益 $\tilde{C}(z^{-1})|_{z=1} = b$ 约束下,带多步预估控制量二次约束的内模控制器系数矢量 $\tilde{C}(k)$ 为:

$$\tilde{C}(k) = \bar{C}(k) - H^{-1}(k)H^{-T}(k)A[A^T \bar{C}(k) - b] / A^T H^{-1}(k)H^{-T}(k)A,$$

其中

$$H^T(k)H(k) = R^T R + S^T(k)W^2 S(k),$$

$H(k)$ 为上三角化矩阵.

4 一阶时延环节的逆动态 FIR 型控制器特性分析 (Properties analysis of FIR inverse dynamics controller)

从上面控制器设计方法可知,内模控制器的基本形式是逆动态控制器,带预估控制量二次约束的内模控制器与无静差内模控制器,都是由逆动态控制器推导出来,将受控对象脉冲响应的 Z 变换函数 $z^{-1}G(z^{-1})$ 写成其零点因子分解模型:

$$G(z) = g_1 \prod_{i=1}^{N-1} (1 - \alpha_i z^{-1}), \quad (4.1)$$

其中, α_i 是 $G(z^{-1})$ 的复零点,故而逆动态控制器可由对 $N-1$ 个子控制器串级组成,每一子控制器都是对对应一阶时延环节逆动态的逼近.

定理 4.1 对于一阶时延环节 $(1 - \alpha z^{-1})$, 其长度为 m 的 FIR 逆动态控制器系数为:

$$c_i = \frac{\alpha^i - (\alpha^* \alpha)^m (\alpha^*)^{-i}}{1 - (\alpha^* \alpha)^{m+1}}, \quad 0 \leq i \leq m-1, \quad (4.2a)$$

相应的控制器系数序列 Z 变换函数为:

$$C(z^{-1}) = \frac{1}{1 - (\alpha^* \alpha)^{m+1}} \cdot \left(\frac{1 - \alpha^m z^{-m}}{1 - \alpha z^{-1}} - \frac{(\alpha^* \alpha)^m - \alpha^m z^{-m}}{1 - (\alpha^* z)^{-1}} \right). \quad (4.2b)$$

* 为取共轭.

证 (过程略). 可由求解逆动态控制器的矩阵方程而得.

定理 4.2 长度为 m 的 FIR 控制器, 对一阶时

延环节 $(1 - \alpha z^{-1})$ 的逆动态逼近误差序列为:

$$e_i = \frac{(\alpha^* \alpha)^m (\alpha^* \alpha - 1) (\alpha^*)^{-i}}{1 - (\alpha^* \alpha)^{m+1}}, \quad 0 \leq i \leq m, \quad (4.3a)$$

误差序列的 Z 变换函数为:

$$E(z^{-1}) = \frac{(\alpha^* \alpha - 1) (\alpha^* \alpha)^m}{1 - (\alpha^* \alpha)^{m+1}} \cdot \frac{1 - (\alpha^*)^{-m-1} z^{-m-1}}{1 - (\alpha^* \alpha)^{-1}}, \quad (4.3b)$$

总体逼近误差为:

$$\|E\|_2^2 = (\alpha^* \alpha)^m \cdot \frac{1 - \alpha^* \alpha}{1 - (\alpha^* \alpha)^{m+1}}. \quad (4.3c)$$

证 略.

当控制长度 m 趋于无穷, 一阶时延环节的零点位于单位圆内有:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} c_i = \alpha^i, \quad \lim_{m \rightarrow \infty} \|E\|_2^2 = 0, \quad \lim_{m \rightarrow \infty} E(z^{-1})|_{z=1} = 0, \quad (4.4a)$$

当控制器长度 m 趋于无穷, 一阶时延环节的零点位于单位圆外时有:

$$\begin{cases} \lim_{m \rightarrow \infty} c_i = (\alpha^*)^{-i} / (\alpha^* \alpha), \\ \lim_{m \rightarrow \infty} \|E\|_2^2 = 1 - \frac{1}{\alpha^* \alpha}, \\ \lim_{m \rightarrow \infty} E(z^{-1})|_{z=1} = \frac{1 - \alpha^* \alpha}{\alpha^* \alpha - \alpha}, \end{cases} \quad (4.4b)$$

这里, $E(z^{-1})|_{z=1}$ 代表静态误差.

从(4.2)~(4.4)式可以看出, 无论对象是最小相位的还是非最小相位的, FIR 逆动态控制器系数总是有界的, 而且逼近误差也有界收敛的. (4.4b) 还说明, 当对象是非最小相位时, 直接采用逆动态控制

器, 将使闭环控制系统存在静态误差, 这也是采用无静差约束控制器的主要原因之一.

5 仿真例子 (Simulations)

例 1 考虑一非最小相位工业过程对象, 其传递函数为: $\frac{-0.098s + 0.006544}{s^2 + 0.024s + 0.006544}$, 采样间隔为 10, 脉冲响应序列长度为 60, FIR 内模控制器长度为 10, 加单步预估控制量二次约束与闭环系统阶跃响应无静差约束, 仿真试验结果如图 1 所示, 点划线代表对象的开环阶跃响应, 虚线代表闭环系统阶跃响应, 实线代表闭环系统的控制作用.

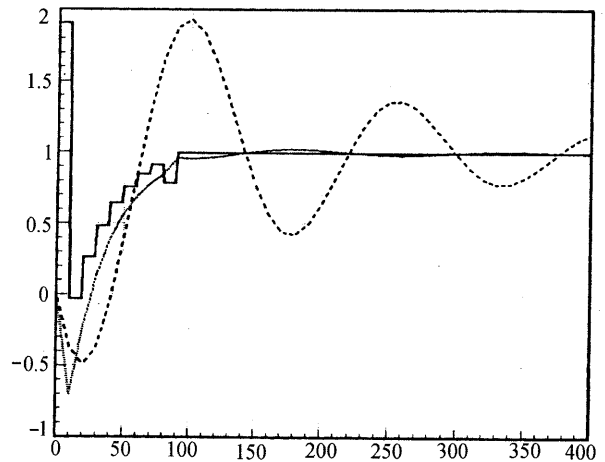


图 1 例 1 仿真结果
Fig. 1 Simulation results for example one

例 2 考虑四种类型的一阶时延环节, 分别具有单位圆内实零点 $(1 + 0.8z^{-1})$ 、单位圆内复零点 $[1 + (0.4 + j0.8)z^{-1}]$ 、单位圆外实零点 $(1 + 1.25z^{-1})$ 以及单位圆外复零点 $[1 + (0.8 + j0.8)z^{-1}]$. 该四种环节的 FIR 型逆动态控制器的逼近误差与控制器的长度关系可见表 1 数据.

表 1 FIR 型逆动态控制器长度与逼近误差的关系

Table 1 Relation between the length of FIR inverse dynamics controller and the approximation error

m	$1 + 0.8z^{-1}$		$1 + (0.4 + j0.8)z^{-1}$		$1 + 1.25z^{-1}$		$1 + (0.8 + j0.8)z^{-1}$	
	$E(1)$	$\ E\ _2^2$	$E(1)$	$\ E\ _2^2$	$E(1)$	$\ E\ _2^2$	$E(1)$	$\ E\ _2^2$
1	0.0976	0.3920	0.2222 - j0.4444	0.4444	-0.1220	0.6098	0.2105 + j0.3509	0.5614
2	-0.2633	0.1988	0.0656 - j0.0000	0.2623	-0.4098	0.4879	-0.1568 - j0.0653	0.4181
3	0.0726	0.1134	-0.1591 - j0.0434	0.1734	-0.1419	0.4326	-0.3010 + j0.1158	0.3486
4	-0.1218	0.0677	-0.0838 + j0.1523	0.1218	-0.2975	0.4033	-0.0780 + j0.1024	0.3085
5	0.0519	0.0415	0.0527 + j0.0056	0.0888	-0.1585	0.3866	-0.1796 - j0.0140	0.2831
10	-0.0235	0.0042	-0.0358 + j0.0440	0.0235	-0.2188	0.3627	-0.1115 + j0.0167	0.2343
20	-0.0023	0.0005	0.0095 + j0.0091	0.0023	-0.2019	0.3600	-0.1093 + j0.0492	0.2200
30	-0.0002	0.0000	0.0029 - j0.0031	0.0002	-0.2002	0.3600	-0.1184 + j0.0476	0.2189
50	0.0000	0.0000	-0.0004 + j0.0003	0.0000	0.2000	0.3600	-0.1172 + j0.0449	0.2188

参考文献(References)

- 1 郑锋,程勉,高为炳.随机系统的变结构控制.控制与决策,1992,7(1):2-12
- 2 Zheng Feng, Chen Mian and Gao Weibin. Variable structure control of stochastic systems. Systems & Control Letters, 1994, 22(3): 209-222
- 3 夏常弟,李治.具有随机量测噪声的变结构控制.控制与决策,1994,9(3):226-229
- 4 邓飞其等.随机系统的变结构控制.自动化学报,1997,23(2):124-127
- 5 Kushner H J. Stochastic Stability and Control. New York: Academic Press, 1967
- 6 Michael C Mackey and Irina G Nechaeva. Noise and stability in differential delay equations. J. of Dynamics and Differential Equations. 1994, 6(3):395-426
- 7 Soong T T. Random Differential Equations in Science and Engineering. New York: Academic Press, 1973
- 8 Arnold L. Stochastic Differential Equations: Theory and Applications. New York: John Wiley and Sons, 1974
- 9 高为炳.变结构控制理论基础.北京:科学出版社,1995
- 10 Lakshmikantham V, Leela S and Martynylk A A. Practical Stability of Nonlinear Systems, Singapore: World Scientific, 1991
- 11 Feng Zhaoshu and Liu Yongqing. Stability Analysis and Stabilization Synthesis of Stochastic Large-Scale Systems. Beijing & New York: Science Press, 1995

本文作者简介

邓飞其 1962年生.1983年毕业于湖南大学应用数学系,获理学学士学位,1997年毕业于华南理工大学自动控制工程系,获工学博士学位,广东省十佳博士生,现为华南理工大学系统工程研究所副教授、副所长、硕士生导师.感兴趣的研究方向是:随机系统与滞后系统的稳定、镇定与综合,发表论文120多篇,获得省部级科技奖励2项.

刘永清 见本刊1999年第1期第122页.

冯昭枢 见本刊1999年第3期第348页.

(上接第495页)

6 结论(Conclusion)

本文给出了由对象脉冲响应直接设计内模控制器的方法,为防止产生过大控制作用并保证闭环系统输出对阶跃输入的无静差特性,引入了对预估控制作用的二次约束和对控制器的静态增益约束,从而保证了内模控制系统的合理性.

参考文献(References)

- 1 Garcia C E and Morari M. Internal model control—1. a unifying reviews and some new results. Ind. Engng. Chem. Process Des. Dev., 1982, 21(3): 308-323
- 2 Garcia C E, Prett D M and Morari M. Model predictive control: theory and practice—a survey. Automatica, 1989, 25(3): 335-348
- 3 Grimble M J. Relationship between internal model control and LQG control structure. Automatica, 1989, 25(1): 41-53
- 4 席裕庚.预测控制.北京:国防工业出版社,1993,18-28
- 5 华建兴.基于FIR型控制器的内模控制策略研究:[博士学位论文].上海:上海交通大学,1998

本文作者简介

华建兴 见本刊1999年第1期第116页.

席裕庚 见本刊1999年第1期第116页.