

感应电机动态转速的非线性估计

王勋先 丁 刚 韩曾晋

(清华大学自动化系·北京, 100084)

摘要: 本文给出两种观测器, 一种是基于龙勃格观测器和自适应理论的转子磁通观测器, 当转速未知时该观测器仍具有较高的观测精度; 另一种是转子转速的非线性观测器, 在该观测器中, 转子转速是状态变量而非参数, 克服了线性观测器中将转子转速作为参数带来的电机瞬变过程中转速观测不准的缺点, 并在此基础上给出负载转矩的估计公式, 给出了仿真结果。

关键词: 自适应观测器; 非线性观测器; 龙勃格观测器; 鲁棒性

Nonlinear Observer for Induction Motors' Dynamic Speed

Wang Xunxian, Ding Gang and Han Zengjin

(Department of Automation, Tsinghua University·Beijing, 100084, P. R. China)

Abstract: This paper presents two kinds of estimator. The first one is a rotor flux observer based on the Luenberger observer and adaptive theory. The advantage of it is the highly observing precise in spite of the unknown rotor speed. The other one is a nonlinear observer for observing the rotor speed which can observe the rotor speed precisely not only in statistic state but also in dynamic state. The observing method for rotor resistance and torque are also given in the paper. The result of the stimulation is displayed in the last.

Key words: adaptive observer; nonlinear observer; Luenberger observer; robustness

1 引言(Introduction)

无速度传感器交流电机的控制已成为当前研究的热点, 其中估计问题是其关键, 电机转速的准确估计是正确应用 PWM 算法、VVC 算法等基于物理原理控制方法的基础, 其它参数如转子磁通、转子电阻和负载转矩的准确估计可使磁场定向方法和非线性解耦方法应用于无速度传感器电机成为可能。特别是对于非线性解耦方法, 当电机数学模型中各参数准确已知时, 可将磁通子系统和转速子系统完全解耦, 并可方便地应用内容丰富的线性控制理论, 从而大大提高系统的调速性能^[1]。本文第二部分给出转子速度的非线性观测器, 观测电机的动态转速, 第三部分给出了转子磁通和转子电阻的线性观测器, 该观测器亦同时观测电机转速, 给出转速的另一个估计值, 负载转矩通过转速的两个估计值算出, 第四部分给出仿真结果。

2 转速的非线性观测器(Nonlinear observer for observing induction motors' speed)

2.1 非线性观测器结构(Construction of the observer)

将定子电流作为输入变量, 转子磁通作为输出

变量的感应电机的数学模型为

$$\begin{cases} \dot{X} = F_1(X) + F_2(X)U + F_3, \\ Y = HX. \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$X = (\omega, \phi_a, \phi_b)^T,$$

$$F_1(X) = (0 \quad -\alpha\phi_a - n_p\omega\phi_b \quad n_p\omega\phi_a - \alpha\phi_b)^T,$$

$$F_2(X) = \begin{pmatrix} -\mu\phi_b & \mu\phi_a \\ \alpha M & 0 \\ 0 & \alpha M \end{pmatrix}, \quad U = (i_a, i_b)^T,$$

$$F_3 = \begin{pmatrix} -\frac{T_l}{J} & 0 & 0 \end{pmatrix}^T, \quad H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$Y = (\phi_a, \phi_b)^T.$$

T 表示转置。\$\omega\$ 为转子角频率, \$i_{sa}, i_{sb}, \phi_{ra}, \phi_{rb}\$ 分别为分解于 \$a, b\$ 轴的定子电流分量和转子磁通分量, \$n_p\$ 为极对数, \$M\$ 为互感, \$L_r\$ 为转子电感, \$R_r\$ 为转子电阻, \$J\$ 为转动惯量, \$T_l\$ 为负载转矩, \$\mu = (n_p M / J L_r), \alpha = R_r / L_r\$。由于不致引起混淆, 以下将省略下标 \$s, r\$。

假设转子磁通可精确测量, 转子电阻和负载转矩准确已知, 构造式(1)的非线性观测器如下:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{X}} = F_1(\tilde{X}) + F_2(\tilde{X})U + F_3 + \Gamma(Y, U)(\tilde{Y} - Y), \\ \tilde{Y} = H\tilde{X}. \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\tilde{X} = (\tilde{\omega}, \tilde{\psi}_a, \tilde{\psi}_b)^T$ 为状态的被估计量, $\tilde{Y} = (\tilde{\psi}_a, \tilde{\psi}_b)^T$ 为观测器的输出, $\Gamma(Y, U)$ 为待定增益时

$$\text{变阵. } \Gamma = \begin{pmatrix} g_1 & g_2 & g_3 \\ g_4 & g_5 & g_6 \end{pmatrix}^T.$$

2.2 非线性观测器误差方程及增益时变阵 Γ 的选择 (Error function of the observer, determination of matrix Γ)

设 $E = (e_1, e_2, e_3) = (\tilde{\omega} - \omega, \tilde{\psi}_a - \psi_a, \tilde{\psi}_b - \psi_b)$, (2) - (1) 并整理得

$$\dot{E} = \Lambda E. \quad (3)$$

其中

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0 & \mu i_b + g_1 & -\mu i_a + g_4 \\ -n_p \psi_b & -\alpha + g_2 & -n_p \hat{\omega} + g_5 \\ n_p \psi_a & n_p \hat{\omega} + g_3 & -\alpha + g_6 \end{pmatrix}.$$

如果选取

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \frac{500}{n_p \psi_b} - \mu i_b & \mu i_a \\ -60 + \alpha & n_p \hat{\omega} \\ -n_p \hat{\omega} + 4 & 0 \end{pmatrix},$$

则

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0 & \frac{500}{n_p \psi_b} & 0 \\ -n_p \psi_b & -60 & 0 \\ n_p \psi_a & 4 & -\alpha \end{pmatrix}.$$

Λ 在任意时刻的特征值为: $-50, -10, -\alpha, (n_p = 1)$, 不仅具有负实部, 而且为定常值.

2.3 非线性观测器渐近收敛性证明 (Proof of the asymptotically convergence of the observer)

由于 Λ 中 ψ_b 是时变量, 所以仅用特征根的方法说明误差方程的渐近稳定性还不够, (反例可见 [2]), 必须用 Lyapunov 第二稳定性理论证明之.

定理 1 对于非线性方程 (1) 的非线性观测器 (2), 当按上式选择 Γ 时, 观测值渐近收敛于真值.

证 分两步进行.

第一步 证明 $e_1 \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0, e_2 \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$.

用变量梯度法求 Lyapunov 函数, 设

$$\text{grad } V = \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial e_1} & \frac{\partial V}{\partial e_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}e_1 + a_{12}e_2 \\ a_{12}e_1 + a_{22}e_2 \end{pmatrix},$$

$$\dot{V}(e_1, e_2) = (\text{grad } V)^T(\dot{e}_1, \dot{e}_2) =$$

$$-n_p \psi_b a_{21} e_1^2 + \left(\frac{500}{n_p \psi_b} a_{11} - n_p \psi_b a_{22} - 60 a_{21} \right) e_1 e_2 + \left(\frac{500}{n_p \psi_b} a_{12} - 60 a_{22} \right) e_2^2.$$

取

$$a_{11} = \frac{69}{500} n_p^2 \psi_b^2, \quad a_{12} = a_{21} = n_p \psi_b, \quad a_{22} = 9,$$

有

$$\dot{V}(e_1, e_2) = -(n_p \psi_b)^2 e_1^2 - 40 e_2^2 \leq 0,$$

$$V(e_1, e_2) = \int_0^{(e_1, e_2)} \sum_{i=1}^2 \frac{\partial V}{\partial e_i} de_i =$$

$$\frac{69}{1000} (n_p \psi_b e_1 + \frac{500}{69} e_2)^2 + \frac{121}{138} e_2^2 > 0,$$

(当 $e_1 \neq 0, e_2 \neq 0$ 时)

所以 $e_1 \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0, e_2 \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$.

第二步 证明 $e_3 \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$.

因为, $\dot{e}_3 = -\alpha e_3 + n_p \psi_a e_1 + 4e_2$, 其齐次方程 $\dot{e}_3 = -\alpha e_3$ 的坐标原点是渐近收敛的, $|\psi_a|$ 有界, $e_1 \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0, e_2 \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$, 所以 $e_3 \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$. 证毕.

3 自适应磁通观测器 (Adaptive rotor flux observer)

实际系统中, 转子磁通是无法直接测量的, 转子电阻由于受温度影响是一个慢时变量, 为了得到高精度的磁通观测器, 本节利用自适应观测理论构造磁通观测器, 同时估计转子电阻.

3.1 线性观测器的结构及其渐近收敛性条件 (Construction of the observer and condition of its asymptotically convergence)

将电机转速看成系统参数, 以定子电压、电流做为输入、输出量的感应电机数学模型为

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU, \\ I_s = CX. \end{cases} \quad (4)$$

$$A = \begin{pmatrix} -\alpha & -n_p \omega & \alpha M & 0 \\ n_p \omega & -\alpha & 0 & \alpha M \\ \alpha \beta & n_p \beta \omega & -\gamma & 0 \\ -n_p \beta \omega & \alpha \beta & 0 & -\gamma \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1/\sigma L_s & 0 \\ 0 & 1/\sigma L_s \end{pmatrix},$$

$$\sigma = 1 - M^2/L_s L_r, \quad \beta = M/(\sigma L_s L_r),$$

$$\gamma = \alpha M^2/(\sigma L_s L_r) + R_s/(\sigma L_s),$$

L_s, R_s 为定子电感、电阻, $X = (\phi_a, \phi_b, i_a, i_b)^T$, $U = (u_a, u_b)^T$, $I_s = (i_a, i_b)^T$, $C = (0_{2 \times 2} \quad I_{2 \times 2})$.

构造方程(4)的一个线性观测器为

$$\dot{\hat{X}} = \hat{A}\hat{X} + BU + GC(\hat{X} - X). \quad (5)$$

其中

$$\hat{X} = (\hat{\phi}_a, \hat{\phi}_b, \hat{i}_a, \hat{i}_b)^T, \quad \hat{I}_s = (\hat{i}_a, \hat{i}_b)^T,$$

ω, α 的观测值为 $\hat{\omega}, \hat{\alpha}$, 则

$$\hat{\gamma} = \hat{\alpha}M^2/(\sigma L_s L_r) + R_s/(\sigma L_s),$$

G 为增益矩阵.

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} -\alpha & -n_p\hat{\omega} & \hat{\alpha}M & 0 \\ n_p\hat{\omega} & -\hat{\alpha} & 0 & \hat{\alpha}M \\ \hat{\alpha}\beta & n_p\beta\hat{\omega} & -\hat{\gamma} & 0 \\ -n_p\beta\hat{\omega} & \hat{\alpha}\beta & 0 & -\hat{\gamma} \end{pmatrix}.$$

设 $\Delta A = \hat{A} - A$, $e = \hat{X} - X$, 则(5)-(4), 得

$$\dot{e} = (A + GC)e + \Delta A\hat{X}. \quad (6)$$

定理 2 对于式(6)所示误差方程, 给出正定阵 P, Q , 正常数 λ_1, λ_2 , 定义 Lyapunov 函数为:

$$V = e^T P e + \phi_1^2/\lambda_1 + \phi_2^2/\lambda_2,$$

其中

$$\phi_1 = \hat{\omega} - \omega, \quad \phi_2 = \hat{\alpha} - \alpha.$$

如果满足以下两个条件:

a) 存在 G , 使

$$P(A + GC) + (A + GC)^T P = -Q;$$

b) $e^T \Delta A \hat{X} + \phi_1 \dot{\phi}_1/\lambda_1 + \phi_2 \dot{\phi}_2/\lambda_2 = 0$,

则 $(A + GC)$ 渐近稳定, ϕ_1, ϕ_2 有界, 当 $t \rightarrow 0$ 时, $e \rightarrow 0$.

证 因为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T \{P(A + GC) + (A + GC)^T P\} e + \\ & 2e^T \Delta A \hat{X} + 2\phi_1 \dot{\phi}_1/\lambda_1 + 2\phi_2 \dot{\phi}_2/\lambda_2 = \\ & e^T \{P(A + GC) + (A + GC)^T P\} e = \\ & -e^T Q e \leq 0. \end{aligned}$$

所以 $A + GC$ 渐近稳定, $e \in L_\infty, \phi_1 \in L_\infty, \phi_2 \in L_\infty$, 又由于被控对象本身稳定, $X, \hat{X}$ 有界,

$$\Delta A = \begin{pmatrix} \alpha - \hat{\alpha} & n_p(\omega - \hat{\omega}) & (\hat{\alpha} - \alpha)M & 0 \\ n_p(\hat{\omega} - \omega) & \alpha - \hat{\alpha} & 0 & (\hat{\alpha} - \alpha)M \\ (\hat{\alpha} - \alpha)\beta & n_p\beta(\hat{\omega} - \omega) & (\alpha - \hat{\alpha})\beta & 0 \\ n_p\beta(\omega - \hat{\omega}) & (\hat{\alpha} - \alpha)\beta & 0 & (\alpha - \hat{\alpha})\beta \end{pmatrix}$$

有界, 由(6)知, $\dot{e} \in L_\infty$, 而 $\int_{t_0}^\infty e^T Q e dt = -\int_{t_0}^\infty \dot{V} dt = V(t_0) - V(\infty) < \infty$, 有 $e \in L_2$, 由 Barbalat 引理^[3], 当 $t \rightarrow \infty$ 时 $e \rightarrow 0$, 且当 U 为持续激励信号时, 有当

$t \rightarrow \infty$ 时, $\phi_1 \rightarrow 0, \phi_2 \rightarrow 0$. 证毕.

3.2 速度及转子电阻的自适应律的求取, 增益阵 G 的选择 (Adaptive law of speed and rotor resistance, determination of matrix G)

由于 A 未知, 将(6)改写为

$$\dot{e} = (\hat{A} + GC)e + \Delta A X,$$

则有

$$e^T \Delta A X + \phi_1 \dot{\phi}_1/\lambda_1 + \phi_2 \dot{\phi}_2/\lambda_2 = 0. \quad (7)$$

设

$$\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2,$$

$$\Delta A_1 =$$

$$\begin{pmatrix} \alpha - \hat{\alpha} & 0 & (\hat{\alpha} - \alpha)M & 0 \\ 0 & \alpha - \hat{\alpha} & 0 & (\hat{\alpha} - \alpha)M \\ (\hat{\alpha} - \alpha)\beta & 0 & (\alpha - \hat{\alpha})\beta & 0 \\ 0 & (\hat{\alpha} - \alpha)\beta & 0 & (\alpha - \hat{\alpha})\beta \end{pmatrix},$$

$$\Delta A_2 = \begin{pmatrix} 0 & n_p(\omega - \hat{\omega}) & 0 & 0 \\ n_p(\hat{\omega} - \omega) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_p\beta(\hat{\omega} - \omega) & 0 & 0 \\ n_p\beta(\omega - \hat{\omega}) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

展开(7)式

$$e^T \Delta A_1 X + e^T \Delta A_2 X + \phi_1 \dot{\phi}_1/\lambda_1 + \phi_2 \dot{\phi}_2/\lambda_2 = 0,$$

令

$$e^T \Delta A_1 X + \phi_1 \dot{\phi}_1/\lambda_1 = 0,$$

及

$$e^T \Delta A_2 X + \phi_2 \dot{\phi}_2/\lambda_2 = 0.$$

假设 $|\hat{\omega}| \ll |\dot{\hat{\omega}}|, |\hat{\alpha}| \ll |\dot{\hat{\alpha}}|$, 并设 $\Delta i_i = \hat{i}_i - i_i, i = a, b$, 得速度及转子电阻的自适应律

$$\dot{\hat{\omega}} = -\lambda_2(\Delta i_a \hat{\phi}_b - \Delta i_b \hat{\phi}_a). \quad (8)$$

$$\dot{\hat{\alpha}} = -\lambda_1\beta(-M\Delta i_a \hat{i}_a - M\Delta i_b \hat{i}_b + \Delta i_a \hat{\phi}_a + \Delta i_b \hat{\phi}_b). \quad (9)$$

实际系统中, 选择

$$G = \begin{pmatrix} -\hat{\alpha}M & 0 & \hat{\gamma} - 900 & 0 \\ 0 & -\hat{\alpha}M & 0 & \hat{\gamma} - 900 \end{pmatrix}^T.$$

3.3 负载转矩的计算 (Calculation of the load torque)

从以上观测器的构造可以看出, $\hat{\omega}$ 不依赖于负载转矩, 但 $\hat{\omega}$ 依赖于负载转矩, 据此, 设计负载转矩 T_l 的估算式为

$$\hat{T}_l = J(\mu(\hat{\phi}_a \hat{i}_b - \hat{\phi}_b \hat{i}_a) - \dot{\hat{\omega}}).$$

4 仿真结果 (Simulation result)

被仿真电机参数:

$$n_p = 1, R_s = 0.18\Omega, R_r = 0.25\Omega, R_{r0} = 0.15,$$

$$J = 0.0586 \text{kgm}^2, L_r = 0.0699 \text{H}, M = 0.068 \text{H},$$

$$L_s = 0.0699 \text{H}, T_l = 70 \text{Nm}, T_{l0} = 60 \text{Nm}.$$

选取 $\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 500$, 仿真曲线见图 1 所示, 其

中, 除速度由非线性观测器给出外, 转子电阻和磁通由线性观测器给出. 实际使用中, 所得负载转矩加以滤波. 另外, 为了清楚地看出各个量的估计值与实际值之差, 使用了不同的时间范围.

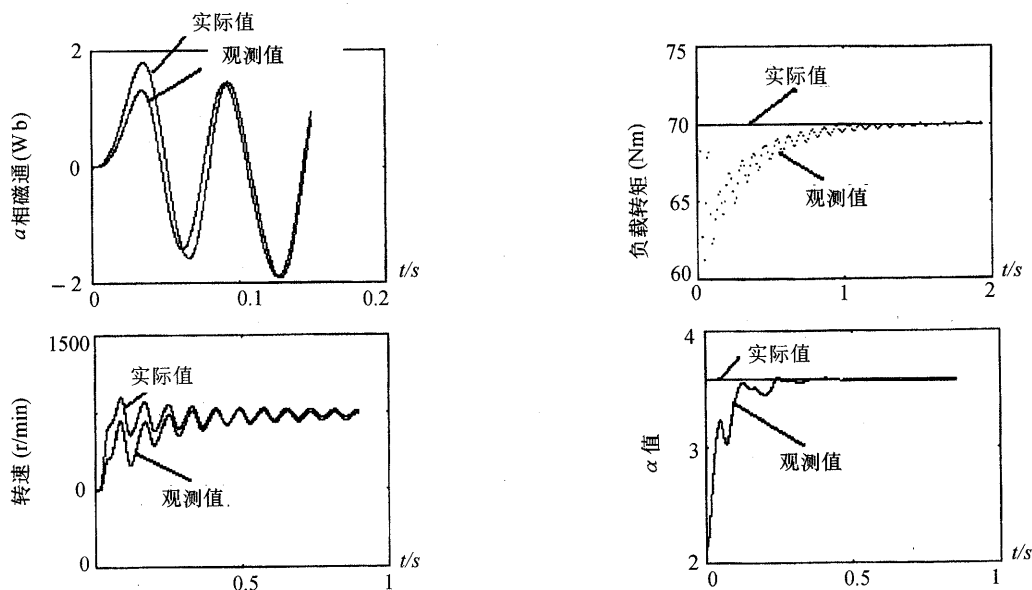


图 1 仿真结果
Fig.1 Simulation result

5 结论 (Conclusion)

本文中提出的两个观测器可以观测转子磁通、转子电阻、转速以及负载转矩, 需要指出的是, 因该方法对系统的硬件要求较高, 将本文所述方法应用于实际系统中还有很多工作要做.

参考文献 (References)

- 1 王勋先, 丁刚, 韩曾晋. 基于逆系统方法感应电机调速系统的分析

与控制. 电机与控制学报, 1998, 12(3): 162-165

- 2 Chen C T. Linear System Theory and Design. Holt, Rinehart and Winston, 1984
- 3 韩曾晋. 自适应控制. 北京: 清华大学出版社, 1995

本文作者简介

王勋先 见本刊 1999 年第 4 期第 486 页.

丁刚 见本刊 1999 年第 4 期第 486 页.

韩曾晋 见本刊 1999 年第 2 期第 168 页.