一种基于最速控制的二次积分系统的非线性控制方法

吴 誉 许晓鸣 李保全
(上海交通大学自动化系·上海,200030) (哈尔滨工程大学自动化系·哈尔滨,150001)

摘要: 考虑到系统的鲁棒性和动态抗干扰能力,在二次积分系统最速控制的基础上,提出了一种二次积分系统的非线性控制分析、设计方法.理论分析和仿真表明,这种非线性控制具有很好的控制效果和鲁棒性;同时,通过对控制器形式的修正,对其他一些线性或非线性二阶系统也有比较广泛的适用性.

关键词: 二次积分系统; 二阶系统; 最优控制; 鲁棒性

A Kind of Nonlinear Control Method of Second Order Integral System Based on Optimal Control

Wu Yu and Xu Xiaoming
(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University · Shanghai, 200030, P. R. China)
Li Baoquan
(Department of Automation, Harbin Engineering University · Harbin, 150001, P. R. China)

Abstract: Based on the optimal control of second order integral system, considering the robustness and disturbance, a kind of nonlinear control analysis and design method of second order integral system is proposed in this paper. Simulation results show that this method is effective and successful with strong robustness. With adaptation, this kind of nonlinear control method can also be used to some other linear or nonlinear second order systems.

Key words: second order integral system; second order system; optimal control; robust control

1 前言(Introduction)

二次积分系统是一种常见的典型二阶系统,它的系统状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= ku + f. \end{aligned} \tag{1}$$

其中 u 是控制量,f 是外界扰动,并且有 $|u| \leqslant U_{\max}$, $U_{\max} > 0$, $|f| < kU_{\max}$.

在这个系统模型中,控制的幅度是受到限制的.这是符合实际情况的,因为实际中任何控制都不可能是无限制的,而且往往被限制在一个不大的范围内.

如果控制没有限幅,二次积分系统采用常规 PID 控制就可以取得很好的控制效果;但当控制有限幅时,尤其控制的幅值被限制在较小范围时,采用常规 PID 控制就难以取得理想的控制效果,而且控制器参数的整定也是比较复杂的.

二次积分系统的最速控制,和任何其它控制方法相比,在理想情况下有最快的阶跃响应速度,而且控制限幅总是被考虑在控制器的设计之中的.但当系统参数变化或受到外界扰动时,系统的控制性能则很难保证.

在本文中,首先讨论了二次积分系统的最速控制,并针对其缺点对其加以改进,提出了一种非线性控制器的分析、设计方法.该方法在保证系统鲁棒性和动态抗干扰能力的基础上,使得系统有尽可能快的阶跃响应速度,同时,系统的分析过程也是相当简单的.

2 二次积分系统的最速控制及其优缺点(The optimal control of second order integral system and its strong and weak points)

众所周知,假设增益 k 及 $U_{\max}$ 不变,$k_A = kU_{\max}$,当目标状态 $x_f = 0$,扰动 $f = 0$ 时,根据极小值原理可求得二次积分系统的最速控制状态反馈规律为[1]

$$u^*(x_1, x_2) = \begin{cases} +U_{\max}, & \text{when} \quad x_1 + \dfrac{x_2|x_2|}{2k_A} < 0 \quad \text{or} \quad x_1 + \dfrac{x_2|x_2|}{2k_A} = 0, \quad x_2 < 0; \\ -U_{\max}, & \text{when} \quad x_1 + \dfrac{x_2|x_2|}{2k_A} > 0 \quad \text{or} \quad x_1 + \dfrac{x_2|x_2|}{2k_A} = 0, \quad x_2 > 0; \\ 0, & \text{when} \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 0. \end{cases} \tag{2}$$

本文于 1997 年 12 月 24 日收到. 1998 年 10 月 5 日收到修改稿.

式(2)定义的最速控制中,切换线

$$x_1 + \frac{x_2 \mid x_2 \mid}{2k_A} = 0 \tag{3}$$

将相平面分成上下两个半平面.系统状态在不同的半平面内时,控制 u 相应地取 $+U_{\max}$ 或 $-U_{\max}$.而每当系统状态到达切换线时,控制 u 都要进行一次切换.

这种最速控制,当系统参数准确、无外界扰动时,系统可无超调地以最短时间响应阶跃输入.但当系统参数发生变化或受到外界扰动时,系统的控制性能则不一定能够保证.

例如,当增益 k 发生变化、小于设计值时,系统的阶跃响应会出现超调现象.这是因为按最速控制律,理想情况下,当系统状态到达切换线后,应沿切换线运动.只要系统状态能够保持在切换线上运动,就可以沿切换线无超调地运动到目标状态.通过相平面分析可以知道,如果 k 变小,当系统状态到达切换线后,将不能保持在切换线上,而是越过切换线,从而产生超调.而当 k 变大时,系统状态同样也不能保持在切换线上运动,但通过控制的高频切换,仍可以沿切换线运动到目标状态,实现无超调的阶跃响应.

因此,当系统参数 k 发生变化时,系统能否保持无超调的鲁棒性将取决于 k 的变化方向:如果 k 变大,系统具有鲁棒性;如果 k 变小,则系统不具有鲁棒性.

类似地,当在阶跃响应过程中受到扰动时,系统也可能出现很大的超调.这是因为,当系统状态到达切换线时,扰动的方向和控制的方向相反,抵消了一部分控制的作用,也就是相当于控制的幅度 $U_{\max}$ 或增益 k 变小了,控制 u 无法维持系统状态运动在切换线上,使得系统状态越过切换线,产生超调现象.

但是,如果当系统状态在切换线上运动时,扰动的方向恰好和控制相同,则相当于控制幅度 $U_{\max}$ 或增益 k 变大了,系统就不会出现超调.

因此,如果系统受到外界扰动,系统的阶跃响应是否出现超调将取决于当系统状态在切换线上时,外界扰动和控制 u 的方向是否一致.

由以上分析可见,考虑到系统参数 k 的变化和外界扰动的作用,最速控制的切换线的设计应当改进,以使系统具有鲁棒性和较强的抗扰动能力.

此外,实际中控制总是要通过执行机构来实现,而执行机构的响应速度总是有限的,理想的控制的切换是实现不了的,因此在设计控制器时必须考虑执行结构的动态特性.

3 二次积分系统最速控制的改进(The improvement of optimal control of second order integral system)

由前面的分析,考虑到理想最速控制存在的各种缺点,应对其做如下改进:

1) 考虑参数 k 发生变化时系统的鲁棒性,设计控制器时,切换线应按最小可能的参数 k 值进行设计,以避免超调.

2) 为了避免由于外界扰动所产生的超调,设计切换线时,应保留一定的余地,将参数 k 设计得小一些,以抵消扰动的影响.

3) 考虑到执行机构的动态特性,在设计控制器时,应使控制的反向是渐变的,而不应有急剧的切换.同时,在目标状态附近,应避免控制器具有很高的增益,以免系统不能渐进稳定.

基于以上几点考虑,可将二阶积分系统控制器设计为式(4)的形式.

$$u = \begin{cases} \dfrac{k_A t_c}{\Delta t} - \dfrac{k_A k_{cd}(\Delta t - t_c)}{\Delta t}, & \text{when } x_1 + \dfrac{x_2 \mid x_2 \mid}{2k_c} \leqslant 0, \quad c = x_1 - \dfrac{x_2^2}{2k_A} \leqslant -\dfrac{k_A \Delta t^2 (k_A + k_c)}{2k_c}, \\ & t_c = \left(\sqrt{\dfrac{2 \mid c \mid k_A k_c}{k_A + k_c}} - x_2\right) / k_A \geqslant 0; \\ -\dfrac{k_A t_c}{\Delta t} + \dfrac{k_A k_{cd}(\Delta t - t_c)}{\Delta t}, & \text{when } x_1 + \dfrac{x_2 \mid x_2 \mid}{2k_c} \geqslant 0, \quad c = x_1 + \dfrac{x_2^2}{2k_A} \geqslant \dfrac{k_A \Delta t^2 (k_A + k_c)}{2k_c}, \\ & t_c = \left(x_2 + \sqrt{\dfrac{2ck_A k_c}{k_A + k_c}}\right) / k_A \geqslant 0; \\ -k_p x_1 - k_d x_2, & \text{else}. \end{cases} \tag{4}$$

(4)中 $\Delta t, k_A, k_c, k_{cd}, k_p, k_d$ 均为大于零的实数,且有 $0 < k_c \leqslant k_A$.

式(4)定义的控制器是从二次积分系统的最速控制改造而来的.其中 k_c 决定切换线方程,t_c 是系统状态 x_1, x_2 在相平面上的任意一点按最速控制律相距切换线的时间.当系统状态向切换线运动并靠近切换线时,控制 u 将根据 t_c 取一个介于 $+U_{\max}$, $-U_{\max}$ 之间的相应值,这就使得控制的切换是渐变的.当系统状态离目标状态较近时,为了使系统能够渐进稳定,控制器是关于状态的线性反馈,由此避免了

控制器在目标状态附近极高的增益,使得系统能够渐进稳定.

控制器参数整定时,k_c 主要取决于系统参数 k 的变化范围和外界扰动的范围、方向,Δt,k_{cd} 的选择主要与执行机构的动态特性有关,k_p,k_d 则主要考虑系统的稳定性和静态误差.

4 改进后的非线性控制器的主要特点(The main advantages of the improved nonlinear control method)

式(4)定义的控制器是一种本质非线性控制器,具有如下特点:

1) 系统的鲁棒性强.

只要系统参数 k 的变化满足 $k_A \geq k_c$,并且扰动 $f = 0$,则系统总能保证是稳定的并且不会出现超调.

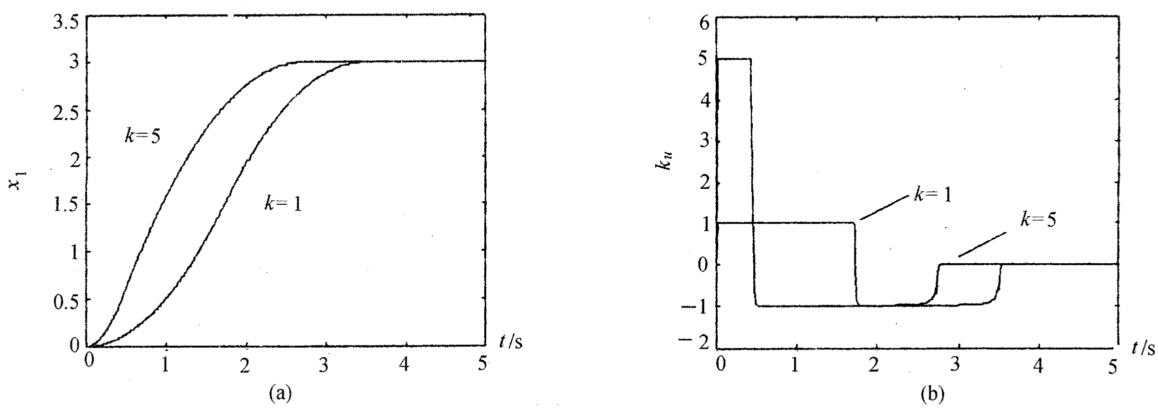

图 1 增益变化时的阶跃响应

Fig. 1 Step responses for gain changes

设控制器按 $k = 1$,$k_c = 1$,$U_{\max} = 1$ 进行设计,当 k 分别取 1,5 时,系统阶跃响应见图 1. 可见当 k 变化时,系统没有出现超调,具有很强的鲁棒性.

2) 系统的动态抗扰动能力强.

假设已知系统的阶跃响应过程中,扰动的幅值满足 $|f| < f_{\max} < k_A$,只要将控制器参数 k_c 设计为 $k_c = k_A - f_{\max}$,则系统总能保证稳定并且不会出现超调.

设扰动 $f = 0.5\sin(2\pi t)$,适当整定控制器参数,系统的阶跃响应见图 2. 由图 2 可见,即使系统阶跃响应过程中受到扰动时,系统也具有很好的动态响应特性,并且没有超调.

这种优良的控制特性来自于控制器中切换线的设计,即使受到扰动,控制器也迫使系统状态沿切换线运动,从而将超调量控制在很小的范围内.

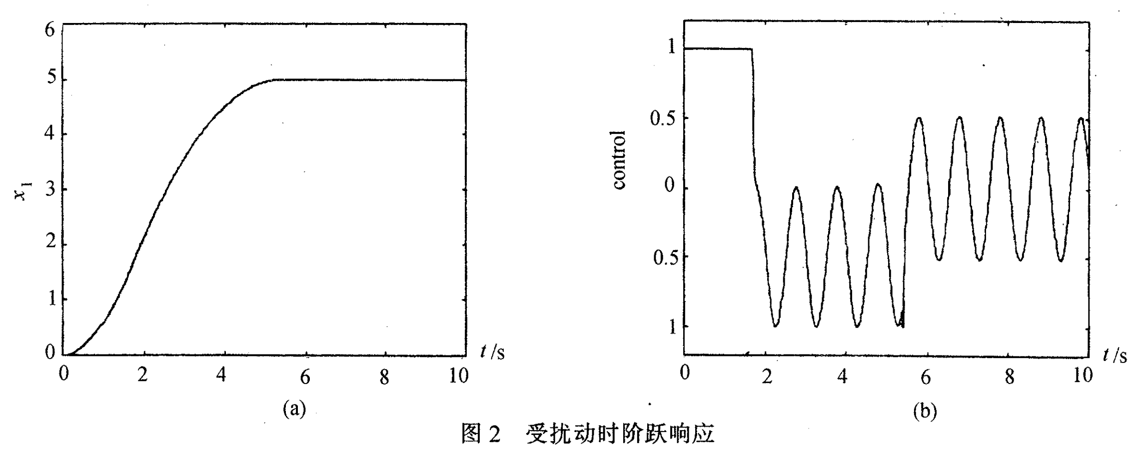

图 2 受扰动时阶跃响应

Fig. 2 Step response when disturbed

3) 控制的反向是渐变的,因此控制器对执行机构的动态响应适应能力较强.

考虑到执行机构的动态响应特性,在控制器中切换线附近设置了控制反向的过渡区域,过渡区域的大小和控制器输出变化的缓急可通过参数 Δt,k_{cd} 来调整. 如果执行机构响应速度较快,可以把参数 Δt 设置得小一些;如果执行机构响应速度较慢,则参数 Δt 应设置得大一些. Δt 的大小大致与执行机构响应速度成正比.

4) 可广泛应用于一类二阶系统.

式(4)定义的基于最速控制的非线性控制器,不仅适用于二次积分系统的控制,而且利用其鲁棒性和抗扰动能力强的特点,根据被控对象的特点,通过对控制器形式的适当修正,对其他一些形式如式(5)的二阶线性、非线性系统也是适用的.

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2,\\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + ku.\end{cases} \tag{5}$$

式(5)定义的二阶系统和二次积分系统相比,增加了一分量 $f(x_1, x_2)$. 它可以被简单地看作外界扰动,系统仍可具有鲁棒性. 但这样设计有时有些保守. 由于 $f(x_1, x_2)$ 与纯外界扰动不同,具有相对的确定性,可以通过对分量 $f(x_1, x_2)$ 性质的分析,利用它对控制器形式进行适当修正,以使系统具有尽可能快的响应速度.

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2,\\ \dot{x}_2 = -ax_2 + ku.\end{cases} \tag{6}$$

例如二阶系统(6),通过相平面分析可以知道,按最速控制律式(2),当系统状态处于切换线上时,式(6)中分量 $-ax_2(a > 0)$ 的方向总是和控制的方向相同的,也就是说分量 $-ax_2$ 总是帮助系统稳定和避免超调. 这时,可以利用分量 $-ax_2$ 的作用,在控制过程中,将控制器中参数 k_c 修正为(7)式的形式. 这样修正有利于加快系统的响应速度.

$$k_c = k_A + k_\delta \mid ax_2 \mid, \quad 0 \leqslant k_\delta \leqslant 1. \tag{7}$$

类似地,式(4)定义的非线性控制器经过修正也可适用于二阶系统 $1/(as+1)(bs+1)$, 只是此时系统的分析要复杂一些.

5 结语(Conclusion)

式(4)定义的非线性控制器是考虑了系统参数的变化、外界扰动作用、执行机构的响应特性基于极小值原理设计的. 由分析、仿真可见,对已知范围内的系统参数变化、外界扰动,系统均能保证稳定和尽可能小的超调. 虽然为了保证系统的鲁棒性和抗扰动能力,这样设计有些过于保守,不能实现理想的最速控制,但这也是固定参数控制器为实现系统的强鲁棒性、强抗扰动能力所必须的.

利用本文提出的这种非线性控制的强鲁棒性和抗扰动能力,它不仅适用于具有式(5)形式的二阶线性或非线性系统,而且还可以被用来控制其它一些比较复杂的耦合二阶系统.

参考文献(References)

1 胡中楫,邹伯敏,林冬青,曹毅编. 最优控制原理及应用. 杭州:浙江大学出版社,1988

本文作者简介

吴 誉 1972年生. 现在上海交通大学攻读博士学位. 主要研究兴趣是非线性控制,计算机通信.

许晓鸣 1957年生. 现为上海交通大学教授、博士生导师. 主要研究兴趣是智能控制和复杂工业系统预测控制等方面的研究.

李保全 1961年生. 现为哈尔滨工程大学副教授、硕士生导师. 主要研究兴趣是机器人系统控制领域,智能控制,计算机控制系统.