

柔性机械手加速度反馈消振的进一步研究

张戎军 孙增圻 孙富春

(清华大学计算机系智能技术与系统国家重点实验室·北京, 100084)

摘要: 在柔性机械手的控制中, 加速度反馈的方法是一种消除末端振动的有效而简便途径. 然而, 目前对其有效性尚无严格的理论证明和分析. 本文将通过非约束模态分析方法对单柔性臂机械手的动力学方程进行分析, 以此为基础对加速度反馈的理论和实现进行研究和讨论, 得到了一些重要的结论.

关键词: 柔性机械手; 加速度反馈; 振动; 稳定性

A Further Study of Vibration Suppression of Flexible Manipulators Using Acceleration Feedback

Zhang Rongjun, Sun Zengqi and Sun Fuchun

(State Key Lab of Intelligent Technology and Systems, Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University·Beijing, 100084, P. R. China)

Abstract: In the control of flexible manipulators, the acceleration feedback is proven to be an effective and easily implementable method to alleviate vibration. So far, however, there is no strict theoretical proof with regard to its effectiveness. In this paper, the analysis of the dynamic equations of a single-link flexible manipulator is presented using the unconstrained modal analysis method, then the theory and implementation of the acceleration feedback are investigated and discussed. Some important conclusions are drawn.

Key words: flexible manipulators; acceleration feedback; vibration; stability

1 引言(Introduction)

在柔性机械手的控制中, 如何消除柔性振动一直是人们所关注的问题. 加速度计的输出反馈在实际控制中已被证明是一种有效和易实现的消振方法, 它不但对柔性机械手有效, 而且也能消除刚性机械手中出现的振动, 是目前柔性机械手控制研究中不可缺少的一种补偿手段, 用于消除末端的余振. 尽管有人对传感器和驱动器并置(collocated, 即置于同一位置)的情况给予了证明^[1], 但对目前常用的非并置(noncollocated)情况还缺少有力的分析, 多数的研究仅局限于从实验中发现其有效性^[2]. 特别是, 一般认为^[3]远离驱动器的传感器信息易使反馈控制系统不稳定, 但远离驱动器末端的加速度计输出反馈为何对柔性振动有抑制作用, 其中的疑问尚须澄清. 本文将从模态分析的角度着手, 对高阶的振动偏微分方程降维, 引用二阶振动系统稳定性分析方法, 对单柔性臂的加速度反馈机理进行研究, 并在实验平台上完成了理论方法的实验验证.

2 动力学方程分析(Analysis of dynamic equations)

单连杆柔性机械手如其中横向变形远大于其它方向的变形, 按常规的假定振动动力学方程可以用 Euler-Bernoulli 梁方程来表示^[4]:

$$EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + \rho A_0 \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

这里 ρ 为连杆质量密度(kg/m^3), A_0 为连杆截面积(m^2), EI 为连杆刚度(Nm^2), y 表示连杆各点沿纵向为 Y 轴的位移(m), l 为连杆长度(m), $0 < x < l$. 根部的边界条件为

$$y(0, t) = 0, \quad EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + u = J_h \frac{d}{dt^2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right), \quad (2)$$

前端的边界条件为

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= -J_p \frac{d}{dt^2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right), \\ EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} &= m_p \frac{d^2}{dt^2} y(l, t), \end{aligned} \quad (3)$$

其中 J_h 表示关节转动惯量($\text{kg} \cdot \text{m}^2$), m_p 为负载质量(kg), J_p 为负载极惯性矩($\text{kg} \cdot \text{m}^2$). 连杆位移可写成变量分离形式

$$y(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n(x) q_n(t) = x \theta + \bar{y}(x, t), \quad (4a)$$

其中 $\phi_n(x)$ 为特征函数, $q_n(t)$ 为广义坐标, $\bar{y}$ 表示连杆弹性变形(m), 且

$$\phi_0(x) = x, \quad q_0(t) = \theta(t).$$

假定关节角 $\theta(t)$ 包括两部分, 即刚性运动和弹性振动所引起的角度变化^[4]

$$\theta(t) = \eta(t) + \sum_{n=1}^{\infty} p_n q_n(t), \quad (4b)$$

其中 p_i 为待定常数, 引入如下的无因次表示(为简单计, 后文中用了和前文相同的变量名):

$$t \rightarrow t/a, \quad x \rightarrow x/l, \quad y \rightarrow \bar{y}/l; \\ u(t) \rightarrow a^2 u(t)/J_h,$$

其中

$$a^2 = \frac{\rho A_0 l^4}{EI}, \quad b = \frac{\rho A_0 l^3}{J_h}, \\ c_0 = \frac{M_e}{\rho A_0 l}, \quad c_1 = \frac{J_p}{\rho A_0 l^4}.$$

则振动方程和边界条件可写为:

$$\begin{cases} y^{(4)}(x, t) + x \ddot{\theta}(t) + \dot{y}(x, t) = 0, \\ \ddot{\theta}(t) - b y^{(2)}(0, t) = u(t), \\ y(0, t) = 0, \quad y^{(1)}(0, t) = 0, \\ y^{(2)}(1, t) = -c_1 [\ddot{\theta}(t) + \dot{y}^{(1)}(1, t)], \\ y^{(3)}(1, t) = c_0 [\ddot{\theta}(t) + \dot{y}(1, t)]. \end{cases} \quad (5)$$

假定刚性运动不影响柔性振动的模态和频率, 将 $y(x, t)$ 和 $\theta(t)$ 的分离形式(4a, b)代入(5)得

$$\begin{cases} \phi_i^{(4)}(x) - \omega_i^2(x p_i + \phi_i(x)) = 0, \\ \phi_i(0) = \phi_i^{(1)}(0) = 0, \\ \phi_i^{(2)}(1) = c_1 \omega_i^2 [p_i + \phi_i^{(1)}(1)], \\ \phi_i^{(3)}(1) = -c_0 \omega_i^2 [p_i + \phi_i(1)]. \end{cases} \quad (6)$$

其中 ω_i 为自然频率, 它满足

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = 0, \quad i = 1 \sim \infty, \quad (7)$$

令控制 $u(t)$ 为 0, 由(5)中第二式, 得齐次边界条件为:

$$p_i \ddot{q}_i - b \phi_i^{(2)}(0) q_i = 0, \quad i = 1 \sim \infty. \quad (8)$$

故常数

$$p_i = -\frac{b \phi_i^{(2)}(0)}{\omega_i^2}, \quad i = 1 \sim \infty. \quad (9)$$

根据振动方程和边界条件以及特征函数之间的正交关系, 不难得到含控制量的边界条件为

$$\ddot{\theta}(t) - b y^{(2)}(0, t) = u(t), \quad (10)$$

将齐次边界条件(8)代入(10)式中可得

$$\ddot{\eta}(t) = u(t), \quad (11)$$

利用振动方程

$$y^{(4)}(x, t) + x \ddot{\theta}(t) + \dot{y}(x, t) = 0$$

及边界条件

$$y^{(2)}(1, t) = -c_1 [\ddot{\theta}(t) + \dot{y}^{(1)}(1, t)],$$

$$y^{(3)}(1, t) = c_0 [\ddot{\theta}(t) + \dot{y}(1, t)]$$

的展开式, 并考虑到振动方程和边界条件以及特征函数之间的正交关系, 我们可以导出以下关系:

$$\ddot{q}_j(t) + \omega_j^2 q_j(t) + e p_j \ddot{\eta}(t) = 0, \quad (12)$$

故单柔性臂的动力学方程可写为:

$$\begin{cases} \ddot{\eta}(t) = u(t), \\ \ddot{q}_j(t) + \omega_j^2 q_j(t) = -e p_j u(t), \quad j = 1 \sim \infty. \end{cases} \quad (13)$$

详细的推导过程可参见文献[5]. 深入的研究表明^[5], 边界条件的变化对系统的刚柔解耦动力学方程的形式并无太大的影响, 仅仅某系数有所变化, 如常数 e 等. 由于对关节角作了 η - q 分解, 因此柔性机械手上传感器的输出都可表示为状态量的线性组合, 这样使得我们可以较方便地研究传感器的输出反馈控制问题. 另外, 由于方程推导过程中没有引入截断误差, 我们将能以此为基础分析溢出(spillover)问题, 并能较完整地研究系统的稳定性.

通过振动特征函数的求解及详细的符号推导, 我们有以下结论^[5]:

随着振动阶次 n 的增加

- a) $\phi_n(1)$ 的幅值增加但符号不定;
- b) p_n 的幅值减小, 符号保持不变且一直为正.

3 加速度反馈(Acceleration feedback)

安装在柔性臂末端的横向加速度计输出可以无因次化表示为

$$\text{accel} = \dot{y}(1, t) + \ddot{\theta}(t), \quad (14)$$

首先假定所有的加速度输出都将引入反馈控制, 则加速度反馈控制律为

$$U_a = -K_a(\dot{y}(1, t) + \ddot{\theta}(t)). \quad (15)$$

其中 K_a 为反馈控制增益. 如果采用稳定的关节角 PD 控制作为位置控制律, 系统总的控制为

$$U = U_p + U_d + U_a = \\ -K_p \theta(t) - K_d \dot{\theta}(t) - K_a(\dot{y}(1, t) + \ddot{\theta}(t)). \quad (16)$$

按(4a), (4b)式将(16)式展开, 并将其代入方程(13), 则闭环系统方程化为

$$A \ddot{X}(t) + B \dot{X}(t) + C X(t) = 0. \quad (17)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 1 + K_a & (p_1 + \phi_1(1))K_a & \cdots & (p_n + \phi_n)K_a \\ -ep_1K_a & 1 - ep_1(p_1 + \phi_1(1))K_a & \cdots & -ep_1(p_n + \phi_n)K_a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -ep_nK_a & -ep_n(p_1 + \phi_1(1))K_a & \cdots & 1 - ep_n(p_n + \phi_n)K_a \end{bmatrix},$$

$$B = K_d \begin{bmatrix} 1 & p_1 & \cdots & p_n \\ -ep_1 & -ep_1p_1 & \cdots & -ep_1p_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -ep_n & -ep_np_1 & \cdots & -ep_np_n \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -K_p & p_1K_p & \cdots & p_nK_p \\ -ep_1K_p & -ep_1p_1K_p + \omega_1^2 & \cdots & -ep_1p_nK_p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -ep_nK_p & -ep_np_1K_p & \cdots & -ep_np_nK_p + \omega_n^2 \end{bmatrix}.$$

(17)式右乘正实的对角矩阵 $\text{diag}(1, -1/e, -1/e, \dots, -1/e)$ 得(注: $e < 0$)

$$A_1 \ddot{X}(t) + B' \dot{X}(t) + C' X(t) = 0. \quad (18)$$

下面我们将判断(18)式所示系统的稳定性. 首先我们介绍下列一些有用的定理和引理:

定理 1^[5] 对于系统 $A\ddot{X}(t) + B\dot{X}(t) + CX(t) = F(t)$, $X(t)$, $F(t) \in \mathbb{R}^n$, 若 A, B, C 均为正定对称矩阵, 则系统渐近稳定. 如任一系数矩阵含有负的特征值, 则系统不稳定.

定义 1 对于定理 1 所讨论的系统, 其中 A, B, C 为具有相应维数的方阵, $F(t)$ 为不确定或干扰项. 如果 A 是非奇异的, 且

$$A^{-1}B = S_1S_2, \quad A^{-1}C = T_1T_2,$$

T_1, T_2, S_1, S_2 为对称矩阵, 且 T_1, S_1 为正定矩阵(记 $T_1, S_1 > 0$), 则我们称 $A^{-1}B, A^{-1}C$ 为可对称化矩阵, 原系统称为可对称化系统^[6].

定理 2 对可对称化系统, 如果 $S_1 = T_1, A^{-1}B$ 及 $A^{-1}C$ 的特征值为正实数, 则原系统渐近稳定^[6](证明参见文献[5]).

它的一个推论是^[5]:

推论 1 对于可对称化系统, 如果 $S_1 = T_1$, $A^{-1}C$ 的特征值为正实数, 而 $A^{-1}B$ 的特征值只含零和正实数, 则系统仍为渐近稳定. 证明参见文献[6].

(18)式所示系统, 如 $K_p, K_d > 0$, 则 B', C' 为对称非负定矩阵. 但是, 由于 $\phi_i(1)$ 的符号不定, A_1 不但是非对称的, 而且是不定的. 因此当 K_a 满足式(19)时(即大于某一小的数), 系统将不稳定.

$$K_a > \left(\left| \frac{1}{1 - ep_i(p_i + \phi_i(1))} \right| \right)_{\min}, \quad i = 1 \sim \infty, \quad (19)$$

这将意味着, 如果加速度计的所有输出均被引入反馈控制, 则系统稳定性将会降低或被破坏. 仔细分析可以发现, 系统的不稳定性是由振动加速度项 $\ddot{y}(1, t)$ 造成的. 因此, 如果这一项被滤去, 闭环系统稳定性可能仍会得以保持. 假定 $\ddot{y}(1, t)$ 被滤去, 闭环系

统化为:

$$A_2 \ddot{X}(t) + B\dot{X}(t) + CX(t) = 0. \quad (20)$$

其中

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 + K_a & (p_1)K_a & \cdots & (p_n)K_a \\ -ep_1K_a & 1 - ep_1(p_1)K_a & \cdots & -ep_1(p_n)K_a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -ep_nK_a & -ep_n(p_1)K_a & \cdots & 1 - ep_n(p_n)K_a \end{bmatrix}.$$

$n \rightarrow \infty$, B 和 C 同前. (20) 右乘对角阵 $\text{diag}(1, -1/e, -1/e, \dots, -1/e)$, 闭环系统方程化为

$$A_2' \ddot{X}(t) + B' \dot{X}(t) + C' X(t) = 0, \quad (21)$$

其中, A_2' 和 C' 是正定的, B' 为对称且非负定, (21) 左乘 $(A_2')^{-1}$ 后, 令 $T_1 = S_1 = (A_2')^{-1}$, 此时, 定理 2 及推论 1 的条件得以满足, 系统渐近稳定. 这样, 在经过滤波后的加速度计输出反馈作用下, 闭环系统渐近稳定. 同时, 我们可看出, 系统的惯性矩阵幅值增加, 整个系统的通频带下移, 这将能有效地将抑制高频的振动. 不过, 加速度反馈增益幅值不能太大, 否则, 由于惯性矩阵幅值过大, 使系统阻尼相对减小, 对系统暂态特性不利.

4 加速度反馈的实现 (Implementation of the acceleration feedback)

加速度计的输出由两部分组成, 即末端的振动加速度 $\ddot{y}(1, t)$ 和关节运动加速度

$$\text{accel} = \ddot{y}(1, t) + \ddot{\theta}(t),$$

从频谱的角度来看^[5], 这两部分有较明显的差异, $\ddot{\theta}(t)$ 的功率谱能量主要集中在很低的频段 ($0 \sim f_0$), 而 $\ddot{y}(1, t)$ 的功率谱能量主要集中在柔性臂的振动频率 ($f_1, f_2, \dots, f_n$) 处, 且 $f_0 < f_1$. 据此, $\ddot{y}(1, t)$ 可用上限截止频率为 f_0 的低通滤波器滤掉. 为了得到末端的振动加速度, 可用下限截止频率为 f_L 的高通滤波器将 $\ddot{\theta}(t)$ 滤掉, 同时考虑到测量过程中可能出现的噪声, 其后再加上一级上限截止频率为 f_H 的低通滤波器. 这一输出便只反映了振动加速度. 对其两次积分便得到了末端振动位移. 整个电路设计可参见文献[5].

5 实验研究(Experimental study)

加速度反馈的实验在我们自行设计和制造的柔性机械手实验平台上进行.该平台为平面转动的双关节柔性机械手,拆除第二关节即可变为单关节的机械手,单臂机械手的主要参数为:臂长 0.75m,臂

宽 0.08m,臂厚 0.003m,末端负重 1.5kg,关节转动惯量 $1100 \times 10^{-5} \text{kgm}^2$,手臂由硬铝制成,末端安装有 JN-06E 型高精度加速度计.加速度计主要测量范围 0~500Hz,精度为 10^{-6}g .位置控制采用关节角的 PD 控制律,控制目标是使手臂尽快偏转 60° ,并消除末端的余振.实验装置示意图如图 1:

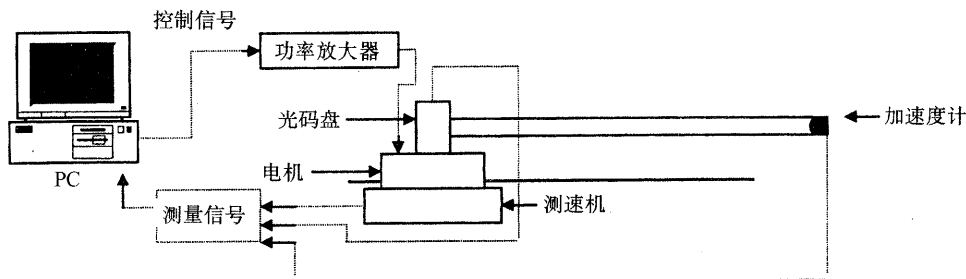


图 1 实验装置

Fig. 1 Experimental installation

实验 1 无加速度反馈的控制.如图 2,末端振动位移(末端振动加速度的积分输出),横坐标为时间.反馈增益系数 $K_p = 0.6, K_d = 10$.

实验 2 在实验 1 的基础上加大速度反馈幅值,如图 3,反馈增益系数 $K_p = 0.6, K_d = 60$.可以看出,增加速度反馈,系统阻尼增加,系统暂态特性提高,但对末端振动影响不大.

实验 3 在实验 1 的基础上引入高频的振动加

速度反馈的控制结果,如图 4,反馈系数 $K_p = 0.6, K_d = 10, K_a = 0.095$,可看出末端振动不但没有消除,而且稳定性还有恶化的可能.继续增加 K_a 的幅值至 $K_a = 0.15$ 左右时,系统将剧烈振动并开始失稳.

实验 4 在实验 2 的基础上引入低频的加速度反馈,可以看出,末端振动几乎得到有效的抑制. $K_p = 0.6, K_d = 60, K_a = 0.285$. 实验结果如图 5.

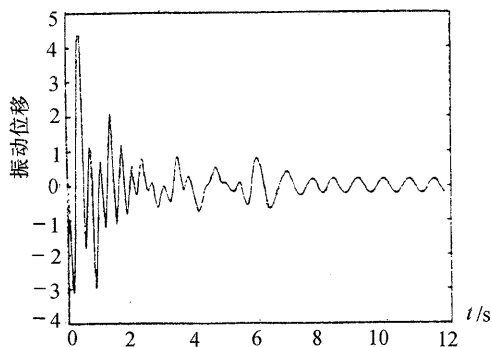


图 2 末端振动位移响应曲线

Fig. 2 Responses for the end-point deflection

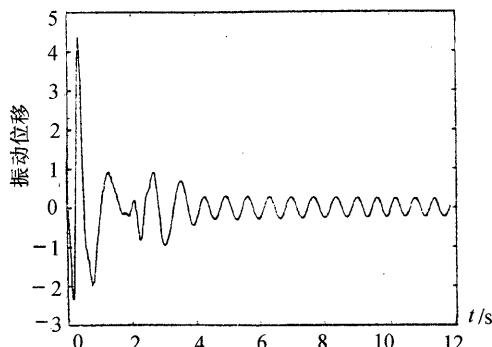


图 3 末端振动位移响应曲线

Fig. 3 Responses for the end-point deflection

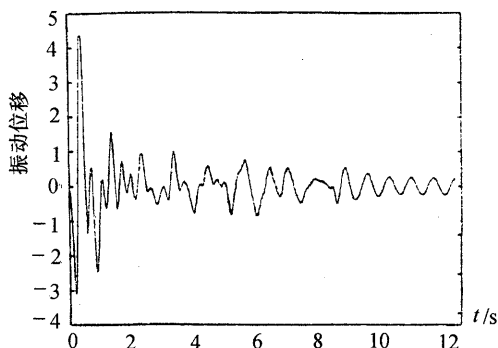


图 4 末端振动位移响应曲线

Fig. 4 Responses for the end-point deflection

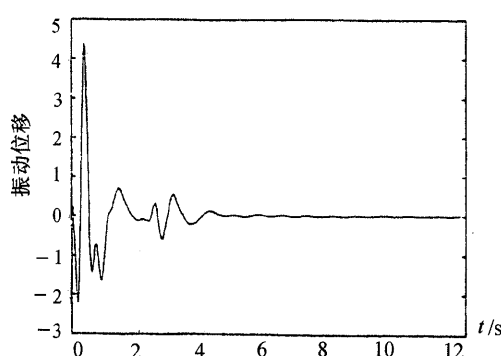


图 5 末端振动位移响应曲线

Fig. 5 Responses for the end-point deflection

从实验结果我们可以得出结论,加速度计的低频输出反馈确实能有效地消除末端振动,而其中的高频输出不但不能消除开端振动,而且对系统的稳定性不利。

6 结论(Conclusion)

本文采用非拘束模态分析方法,对单连杆柔性机械手的加速度反馈问题进行了研究,理论研究和实验研究的结果表明,经过滤波后的末端加速度计的反馈不会破坏系统稳定性,且能有效地抑制末端的振动。而不经滤波的高频加速度反馈对系统的稳定性不利,也无法消除末端振动。一般来说,非并置的传感器输出反馈可能使系统有不稳定倾向,但加速度反馈作为一种特殊的非并置的传感器输出反馈,由于其中含有低频的关节运动分量,这一分量能消除末端的振动并且使闭环系统保持稳定。

参考文献(References)

- 1 Sim E and Lee S W. Active vibration control of flexible structures with acceleration feedback. *J. of Guidance Control & Dynamics*, 1993, 16(2):413-415
- 2 Korrami F and Jain Sandeep. Nonlinear control with end-point acceleration feedback for a two-link flexible manipulator; experimental results. *J. of Robotic Systems*, 1993, 10(4):505-530
- 3 Park J H and Asada H. Design and analysis of flexible arms for minimum-phase end-point control. *Proc. Amer. Control Conf.*, 1990, 2:

1220-1225

- 4 Cetinkunt S and Yu W L. Closed-loop behavior of a feedback-controlled flexible arm; a comparative study. *Int. J. Robotics Research*, 1991, 10(3):263-275
- 5 张戎军. 基于传感器的柔性机械手控制研究:[博士后研究报告]. 北京:清华大学计算机系, 1996
- 6 Inman D J. Dynamics of asymmetric nonconservative systems. *Trans. ASME, J. Applied Mechanics*, 1983, 50(1):199-203

本文作者简介

张戎军 1968年生. 1994年在华中理工大学船舶与海洋工程力学专业获博士学位. 1995年至1996年在清华大学计算机系计算机应用专业从事博士后研究. 1997年1月起在美国普渡大学印第安纳分校电子工程系从事博士后二站研究. 主要从事柔性机械手和电动汽车的控制理论与实验系统研究. 在国内外期刊以第一作者发表论文20余篇.

孙增圻 1943年生. 1966年毕业于清华大学自动控制系, 1981年在瑞典获博士学位. 现为清华大学计算机系教授, 博士生导师, 并兼任国家航天863遥科学及空间机器人专家组组长, 全国智能自动化学会副主任等职务. 共鉴定8项成果, 三项获国家教委科技进步二等奖, 一项获三等奖, 发表论文100多篇, 编著书7本. 主要研究领域为神经网络控制, 模糊控制, 机器人智能控制与仿真.

孙富春 1964年生. 1998年在清华大学计算机系计算机应用专业获博士学位. 现在清华大学自动控制博士后流动站从事空间机器人及智能控制方面的研究. 共鉴定成果5项, 以第一作者在IEEE汇刊等国际刊物发表论文5篇, 国内刊物发表论文15篇. 目前研究兴趣为模糊逻辑和神经网络控制, 离散系统的滑动模控制和柔性机器人的建模与智能控制.

(上接第552页)

(而不是依赖于特定的控制律的形式), 便于进一步的研究. 事实上, 本文已经为设计全面融合模糊控制和变结构控制思想的新一代控制器(FVSC)作出了有意义的理论探索.

参考文献(References)

- 1 王灏, 毛宗源, 周其节. 结构自组织间接自适应模糊控制算法的研究. *控制理论与应用*, 1996, 13(增刊):141-146
- 2 Filipov A F. Differential Equations with Discontinuous Right Hand Sides. *Am. Math. Soc. Trans.*, 1964, 42:199-231
- 3 Yi S Y and Chung M J. Systematic design and stability analysis of a

fuzzy logic controller. *Fuzzy Sets and Systems*, 1995, 72:271-298

- 4 Corless M J and Leitmann G. Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems. *IEEE Trans.*, 1981, AC-26(5):1139-1144
- 5 Wang L X. *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*. Singapore: PTR Prentice Hall, 1995

本文作者简介

王灏 1964年生. 博士研究生, 副教授. 研究领域: 智能控制, 机器人学及工业可编程控制系统.

毛宗源 见本刊1999年第1期第20页.

周其节 见本刊1999年第1期第42页.