模糊联想推理及其实现*

肖　平　邓　达　余英林
(华南理工大学电子与通信工程系·广州,510640)

摘要：本文给出了用模糊联想记忆网络实现肯定前件式,否定后件式或同时包含这两种模糊推理形式的充要条件,并提出了一个增加网络神经元的增强学习算法,这种学习算法能够可靠有效地用于任意多个基于规则的不同形式模糊推理.

关键词：模糊神经网络；模糊推理；联想记忆；增强算法

Fuzzy Associative Inference and Its Implementation

Xiao Ping,　Deng Da　and　Yu Yinglin
(Department of Electronic and Commuciaton Engineering, South China University of Technology·Guangzhou, 510640, P. R. China)

Abstract: In this paper, the sufficient and necessary conditions for fuzzy inference with affirmative premise or negative consequence or both, to be implemented with fuzzy associative memory networks, is proposed. Based on these onditions, a kind of learning algorithm by increasing neurons is also presented, which is called as augmenting learning and is efficient and reliable method to implement the three sorts of fuzzy inference with single system.

Key words: fuzzy neural networks; fuzzy inference; fuzzy associative memory; augmenting learning

1　引言(Introduction)

Kosko 在文[1]中提出的最大最小联想记忆网络是一种前馈式网络模型,文[4]将其发展成双向联想记忆模型.由于模糊推理的三种推理形式即肯定前件式推理,否定后件式推理,以及同时包含这两种形式的推理分别与模糊联想记忆网络的正向联想,反向联想,以及双向联想相对应,因此用模糊联想记忆网络实现这些模糊推理形式是可行的.然而,由于推理规则的获取不同程度的存在人为因素,因此所提取的推理规则不能可靠地存贮在一个网络系统中,从而影响了网络的应用,甚至在推理中出现一些反常的结论.要使所有的推理规则成为网络的吸引子(平衡态),任何不通过增加网络神经元的权值学习算法都是无效的.

本文首先给出了联想记忆网络实现肯定前件式,否定后件式及同时包含这两种形式的推理的充要条件,然后提出了一种增强学习算法,这种算法能在一个模糊系统中有效地实现所有基于规则的不同形式模糊近似推理,而与推理规则获取时受人为因素的影响较少.

2　模糊联想记忆网络模型(The model of FAM network)

Kosko 提出的最大最小联想记忆网络是一个二层前馈式网络,其数学模型[1]为

$$A_k \circ W = B_k, \quad k = 1,2,\cdots,p.$$

用逐点表示为

$$\bigvee_{i=1}^{n}(a_{ki} \wedge W_{ij}) = b_{kj}, \quad j = 1,2,\cdots,m; \quad k = 1,2,\cdots,p. \tag{1}$$

其中 n, m 分别是 A- 域(输入层)及 B- 域(输出层)神经元的个数, p 是规则数. $A_k = (a_{k1}, a_{k2}, \cdots, a_{kn}) \in [0,1]^n$, $B_k = (b_{k1}, b_{k2}, \cdots, b_{km}) \in [0,1]^m$. 文[4]定义连接权矩阵 $W = (w_{ij})_{n\times m}$ 为

$$w_{ij} = \bigwedge_{k=1}^{p}(w_{ij}^{k}) = \bigwedge_{k=1}^{p}(a_{ki}\alpha b_{kj}),$$

$$w_{ij}^{k} = a_{ki}\,\alpha\, b_{kj} = \begin{cases} 1, & a_{ki} \leqslant b_{kj}; \\ b_{kj}, & a_{ki} > b_{kj}; \end{cases} \quad k = 1,2,\cdots,p. \tag{2}$$

这里 α 是一个逻辑蕴涵算子.文[4]还将上述联想记忆模型发展为双向联想记忆网络模型.

3　模糊推理(Fuzzy inference)

一般地,单个规则的模糊推量形式为

大前提：如果 x 是 A,那么 y 是 B

小前提：x 是 $\Psi(A)$

结论：y 是 $\Psi(B)$

* 国家"攀登计划"及国家自然科学基金(NSC92097)资助项目.
本文于 1997 年 6 月 23 日收到.1998 年 5 月 12 日收到修改稿.

其数学表示为 $\Psi(B)(y) = T(\Psi(A)(x), I(A(x), B(y)))$. 其中 T 是一个范数, I 是个逻辑蕴涵算子, Ψ 是一个语气算子(如,很,一般,略微等).

对于多个规则的模糊推理,设 U_k, V_k 分别为第 k 条规则前提与结论论域. 则定义 $U = \bigcup_{k=1}^{p} U_k$, $V = \bigcup_{k=1}^{p} V_k$,这样,各条规则的论域都一致. 上述推理形式也叫做肯定前件式的模糊推理.

否定后件式模糊推理也经常应用,即

大前提: 如果 x_k 是 A_k,那么 y_k 是 B_k

小前提: y 是 $\Psi(B_k^c)$

结论: x 是 $\Psi(A_k^c)$

数学描述为 $\Psi(A_k^c)(x) = T(\Psi(B_k^c)(y), I(A_k(x), B_k(y)))$. 其中 $A_k^c = 1 - A_k$, $B_k^c = 1 - B_k$ 称为 A_k, B_k 的余, $k = 1, 2, \cdots, p$.

在实际应用中,常常选取范数 $T = \max$,逻辑蕴涵算子 $I(A(x) \rightarrow B(y)) = W(A(x), B(y))$. 则上述推理形式就可以转化用联想记忆网络(1)来实现,下面我们给出用模糊联想记忆网络实现肯定前件式,否定后件式或包含既肯定前件式又否定后件式模糊推理的充要条件.

命题 1　给定推理规则 $A_k \rightarrow B_k$,则正向联想记忆网络可以实现肯定前件式推理: $B_k = A_k \circ W$ 的充要条件是对于所有的 k,任意的 $j \in \{1, 2, \cdots, m\}$,都至少存在一个 $i \in \{1, 2, \cdots, m\}$ 使得

$$b_{kj} \leqslant a_{ki} \wedge w_{ij}, \tag{3}$$

其中连接权阵 W 由规则(2)确定.

命题 2　给定推理规则 $A_k \rightarrow B_k$,则反向联想记忆网络可以实现否定后件式推理: $A_k^c = B_k^c \circ W^T$ 的充分条件是对于所有的 k,任意的 $i \in \{1, 2, \cdots, n\}$,都至少存在一个 $j \in \{1, 2, \cdots, m\}$ 使得

$$(1 - a_{kj}) \leqslant (1 - b_{ki}) \wedge w_{ji}. \tag{4}$$

其中

$$w_{ij} = \bigwedge_{k=1}^{p} (w_{ij}^k) = \bigwedge_{k=1}^{p} a_{ki} \beta b_{kj},$$

$$w_{ij}^k = a_{ki} \beta b_{kj} = \begin{cases} 1, & a_{ki} \leqslant b_{kj}; \\ 1 - a_{ki}, & a_{ki} > b_{kj}; \end{cases} \quad k = 1, 2, \cdots, p. \tag{5}$$

命题 3　给定推理规则 $A_k \rightarrow B_k$,则双向联想记忆网络可以实现既肯定前件式又否定后件式推理: $B_k = A_k \circ W$ 且 $A_k^c = B_k^c \circ W^T$ 的充要条件是 a), b) 同时满足.

a) 对于所有的 k,任意的 $j \in \{1, 2, \cdots, m\}$,至少存在一个 $i \in \{1, 2, \cdots, n\}$,使得 $b_{kj} \leqslant a_{ki} \wedge w_{ij}$.

b) 对于所有的 k,任意的 $i \in \{1, 2, \cdots, n\}$,至少存在一个 $j \in \{1, 2, \cdots, m\}$,使得 $(1 - a_{ki}) \leqslant (1 - b_{kj}) \wedge w_{ij}$.

其中

$$w_{ij} = \bigwedge_{k=1}^{p} (w_{ij}^k) = \bigwedge_{k=1}^{p} (a_{ki} \gamma b_{kj}),$$

$$w_{ij}^k = (a_{ki} \gamma b_{kj}) = \begin{cases} 1, & a_{ki} \leqslant b_{kj}; \\ (1 - a_{ki}) \wedge b_{kj}, & a_{ki} > b_{kj}; \end{cases} \quad k = 1, 2, \cdots, p. \tag{6}$$

上述命题中 β 和 γ 均为逻辑蕴涵算子. 篇幅所限,证明从略. 在应用中,上述命题的条件验证很方便.

4　模糊增强学习算法(Fuzzy augmenting learning algorithm)

在实际应用中,提取的推理规则集有可能不满足上述命题条件,因而不能在一个模糊系统中实现模糊推理. 下面我们提出一种在输入层或输出层增加网络神经元的学习算法. 目的是要在一个系统中用模糊联想记忆网络实现这三种形式的模糊推理.

下面我们以肯定前件式推理形式为例,给出模糊增强学习算法.

设 $(A_k, B_k)(k = 1, 2, \cdots, p)$ 是 p 个模式(规则)对集,其中 $A_k = (a_{k1}, a_{k2}, \cdots, a_{kn}) \in [0,1]^n$, $B_k = (b_{k1}, b_{k2}, \cdots, b_{km}) \in [0,1]^m$. 对于肯定前件式推理形式,由命题 1,如果存在一个 $k \in \{1, 2, \cdots, p\}$,使得模式向量 B_k 不能由模糊式向量 A_k 通过联想过程 $A \rightarrow B$ 回想出来,那么一定存在一个 $j \in \{1, 2, \cdots, m\}$ 使得对所有的 $i \in \{1, 2, \cdots, n\}$ 都有 $b_{kj} > a_{kj} \wedge w_{ij}$. 这里 w_{ij} 由规则(2)确定.

记 $J = \{j \mid b_{kj} - a_{ki} \wedge w_{ij} > \varepsilon, j = 1, 2, \cdots m\}$, $j_0 = \min\{j \mid b_{kj} - a_{ki} \wedge w_{ij} > \varepsilon\}$,其中 ε 是一个与推理精度有关的正数. 在 A- 域增加一个神经元,按照下述规则选取 A- 域模式向量 A_k 的 $(n+1)$ 个分量 $a_{k,n+1}(k = 1, 2, \cdots p)$:

a) $a_{k,n+1} = \bigvee_{j \in J} b_{kj} = b_{kj_s}$;

b) $a_{1,n+1} = b_{lj_0}(l \neq k, k = 1, 2, \cdots, p)$.

网络的连接权 $w_{n+1,j}(j = 1, 2, \cdots m)$ 仍按照规则(2)确定.

定理 1　模糊增强算法有下列性质:

1) $w_{n+1,j_0} = b_{kj_s} \alpha b_{kj_0} \geqslant b_{kj_0}$;

2) $b_{kj_0} \leqslant a_{k,n+1} \wedge w_{n+1,j_0}$;

3) 原来的关系不等式 $b_{kj} \leqslant a_{ki} \wedge w_{ij} + \varepsilon (j \neq j_0)$ 不变.

证 1) 由条件 a)及规则(2),可得

$$w_{n+1,j_0}^k = a_{k,n+1} \alpha b_{kj_0} = (\bigvee_{j \in J} b_{kj}) \alpha b_{kj_0} = b_{kj_s} \alpha b_{kj_0} \geqslant b_{kj_0},$$

$$w_{n+1,j_0}^l = a_{l,n+1} \alpha b_{lj_0} = b_{lj_0} \alpha b_{lj_0} = 1. (l \neq k)$$

$$w_{n+1,j_0} = \bigwedge_{k=1}^{p} (w_{n+1,j_0}^k) = \bigwedge_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{p} (w_{n+1,j_0}^l) \wedge (w_{n+1,j_0}^k) = b_{kj_s} \alpha b_{kj_0} \geqslant b_{kj_0}.$$

2) 由于 $a_{k,n+1} = \bigvee_{j \in J} b_{kj} \geqslant b_{kj_0}, W_{n+1,j_0} = b_{kj_0}$. 则 $b_{kj_0} \leqslant a_{k,n+1} \wedge w_{n+1,j_0}$.

3) 由学习规则(2) 可知结论成立.

为了简便起见,我们仍使用 A_k 和 B_k 来表示它们的增强模式. 由定理 1 可知,模糊增强学习算法对于已经记忆的模式没有影响. 对于新的增强模式对集,若仍有 $j \in \{1,2,\cdots,m\}$,使得 $b_{kj} - a_{ki} \wedge W_{ij} > \varepsilon$,可按上述方法继续增加 A- 域神经元,则在至多增加 m 个 A- 域神经元后,所有新的增强模式对集都满足 $b_{kj} \leqslant (a_{ki} \wedge w_{ij}) + \varepsilon, j = 1,2,\cdots,m; i = 1,2,\cdots,n + y, 0 \leqslant y \leqslant m$. 由命题 1,所有新的增强 A- 域模式 A_k 都能 $A \to B$ 联想出 B_k. 不难看出,计算新的连接权阵时,原来的权阵元素 $w_{ij}(i = 1,2,\cdots,n; j = 1,2,\cdots,m)$ 没有改变,因此只需计算增加的矩阵元素 $w_{ij}, i = n+1, n+2, \cdots; j = 1,2,\cdots m$.

类似地,对于否定后件式推理,由命题 2,判断所有的推理规则是否满足命题 2 的条件,若有第 k 条规则不满足:

记 $I = \{i \mid (1 - a_{ki}) - (1 - b_{kj}) \wedge w_{ji} > \varepsilon, i = 1,2,\cdots n\}, i_0 = \min\{i \mid (1 - a_{ki}) - (1 - b_{kj}) \wedge w_{ji} > \varepsilon\}$.

在 B- 域增加一个神经元,按照下述规则选取 B- 域模式向量 B_k 的 $(m+1)$ 个分量 $b_{k,m+1}(k = 1,2,\cdots p)$.

c) $b_{k,m+1} = \bigwedge_{i \in I} a_{ki} = a_{kt}$;

d) $b_{1,m+1} = a_{lio}(l \neq k, k = 1,2,\cdots,p)$.

网络的连接权 $w_{i,m+1}(i = 1,2,\cdots,n)$ 仍按照规则(4) 确定,若仍有 $i \in \{1,2,\cdots,n\}$,使得 $(1 - a_{ki}) > (1 - b_{kj}) \wedge w_{ji}$,可按上述方法继续增加 B- 域神经元,则在至多增加 n 个 A- 域神经元后,所有新的增强模式对集都满足 $(1 - a_{ki}) \leqslant ((1 - b_{kj}) \wedge w_{ji}) + \varepsilon$, $i = 1,2,\cdots,n; j = 1,2,\cdots,m + x, 0 \leqslant x \leqslant n$. 由命题 2,所有新的增强 B- 域模式 B_k^c 都能由 $B^c \to A^c$ 联想出 A_k^c.

对于包含既肯定前件式又否定后件式的模糊推理,首先检查命题 3 的两个条件是否满足. 若不满足,类似肯定前件式推理在 A- 域上增加神经元得到增强模式 A_k,再类似否定后件式推理在 B- 域上增加神经元得到增强模式 B_k,对于所得的增强推理规则,新的网络连接权仍采用(6) 确定.

实现肯定前件式模糊推理的增强学习算法的计算步骤见流程图 1.

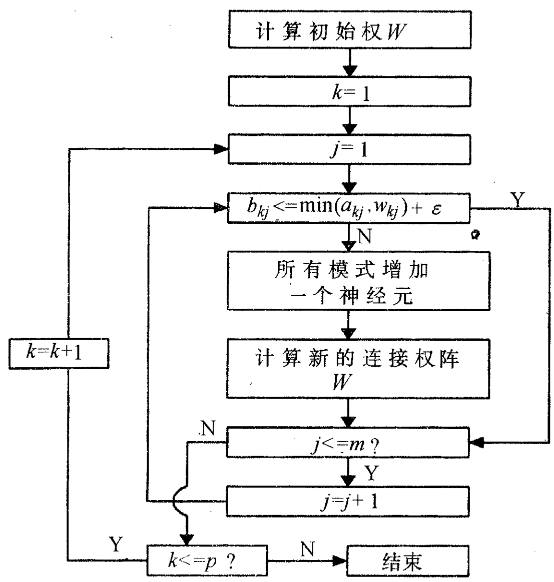

图 1 增强算法计算流程图

Fig. 1 Augmenting algorithm flow chart

在完成上述肯定前件式增强算法后,可按下述方式进行模糊推理.

设给定 n 维A- 域模式A,若 A 是训练模式,则将它变成相应的增强训练增强模式,否则,则选择与 A 最近的欧氏距离的 A- 域训练模式 A_k(若有多个,任选一个),并将 A 变成增强模式,其增强神经元状态取成与 A_k 相同,再用增强算法计算出连接权矩阵,对增强的 A 进行 $A \to B$ 联想推理,则一定得到某个 B- 域模式,取其前 m 个B- 域模式分量作为给定的n 维 A- 域模式A 的 $A \to B$ 联想推理结果.

类似的可得到实现否定后件式模糊推理以及包含既肯定前件又否定后件式推理的增强学习算法和推理过程.

5 应用实例及讨论(The example and discussion)

我们以文[5]给出的实例稍作修改来说明本文

提出的增强算法的有效性.

有一个水位控制器,其推理形式是一种肯定前件式推理,模糊集采用高斯函数定义,即 $G(x,\mu,\sigma) = \exp(-(x-\mu)/\sigma))^2$,均方差 $\sigma = 2$.

1) 观察量:考虑水位对零点偏差 $e \in X = \{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$(等级),设水位模糊观察量为模糊集 PB_e(正大),PS_e(正小),0_e(零),NS_e(负小),NB_e(负大),其隶属度分别对应均值 $\mu = 3,1,0,1,3$ 的高斯函数在论域 X 上的取值.

2) 控制量:考虑阀门角度增量 $\varphi \in Y = \{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$(等级),阀门模糊控制为模糊集 PB_φ(正大),PS_φ(正小),0_φ(零),NS_φ(负小),NB_φ(负大),其隶属度分别对应均值 $\mu = 4,1,0,1,4$ 的高斯函数在论域 Y 上的取值.控制等级采用最大平均去模糊法,即 $y^0 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} y_i'$,($y_i'' = \max_{y\in Y} B(y)$,$i = 1,2,\cdots m$)以误差平方和 $E = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{p}\sum_{j=1}^{m}(b_{kj} - \bar{b}_{kj})^2$($b_{kj}$,$\bar{b}_{kj}$ 分别为期望输出和实际输出)以及输出控制等级序列(PB_φ,NS_φ,0_φ,NS_φ,NB_φ)为测度刻划推理效果.语言控制规则为表1.

表1 推理规则

Table 1 Inference rule

若	PB_e	PS_e	0_e	NS_e	NB_e
则	NB_φ	NS_φ	0_φ	PS_φ	PB_φ

如果直接使用正向模糊联想记忆网络,则推理的总误差 $E = 5.3$,联想推理输出结果见表2.从表2中可看出,其推理误差较大,而且表2中 NS_φ 的输出全为0,不能确定控制等级.因而在一个联想记忆网络中不能有效地存储这些推理规则.表3给出了使用增强算法对于不同精度 ε 下,增加输入层神经元个数 s 的推理结果.表3中最后一例的推理结果分别表示控制等级序列,从表3的结果可看出,推理误差较小,因此,可根据需要,适当增加网络神经元的个数,便可以在一个模糊联想记忆网络中存贮这些推理规则,进而可按照上一节给出的推理过程实现模糊推理.

表2 联想记忆网络推理结果

Table 2 Inference result of FAM network

	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	控制等级
PB_φ	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.3	0.6	0.0	0.0	2
PS_φ	0.0	0.0	0.1	0.3	0.1	0.3	0.6	0.0	0.0	2
0_φ	0.0	0.0	0..	0.3	0.1	0.3	0.3	0.0	0.0	0
NS_φ	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	−
NB_φ	0.0	0.0	0.6	0.3	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	−2

表3 增强算法推理效果

Table 3 Inference effect of augmenting algorithm

ε	E	s	(PB_φ,PS_φ,0_φ,NS_φ,)
0.0	0	9	(4,1,0,1,−4)
0.3	0.19	7	(4,1.5,0,−1.5,−4)
0.8	1.08	5	(4,0,0,−1,−4)
0.9	1.93	3	(4,0.5,−1,−1,−4)
0.95	2.35	2	(4,2,0,−2.5,−4)

参考文献(References)

1 Kosko B. Neural Networks and Fuzzy Systems: A Dynamical Approach to Machine Intelligence. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1992

2 Castro J L. Fuzzy logic controllers are universal approximators. IEEE Trans. Syst. Man, and Cybern., 1995, 25(4): 629−635

3 Costro J L and Delgado. Fuzzy systems with defuzzificaton are universal approximators. IEEE Trans. Syst. Man, and Cybern., 1996, 26(1): 149−152

4 刘增良,刘有才.因素神经网络理论及应用.贵州:贵州科技出版社,1994

5 罗承忠.模糊集引论(上册).北京:北京师范大学出版社,1989

6 房育栋,余英林.基于规则的模糊似然推理.控制理论与应用,1996,13(2):182−190

本文作者简介

肖 平 1964年生.副教授,博士生.从事模糊神经网络及ATM网络研究.已发表论文十余篇.

邓 达 1969年生.博士.主要研究领域是图象分析,模式识别,神经网络及多媒体信息系统.

余英林 1932年生.教授,博士生导师.从事神经网络和图象处理方面的研究.