

反导 - 反飞机直接碰撞的制导与控制

林维菘 李 芸

(中国航天工业总公司二院二部 · 北京, 100854)

摘要: 本文依据直接碰撞的技术要求和末制导所能获取的信息, 提出了视线角 - 角速度最优制导律和开关时变 - 阈值控制律的设想, 并设置了强控和微控两种状态实施轨控, 使之近似地实现了平行接近导引, 以达到直接碰撞杀伤目标的技术要求。据此进行了反导 - 反飞机典型弹道的仿真分析, 其脱靶量均小于 1m, 证实了设想的可行性和正确性, 仿真中还初步分析了有关的轨控特性参数。

关键词: 直接碰撞; 最优制导; 阈值控制

Guidance and Control of Anti-Missile and Anti-Aircraft Direct Collision

Lin Weishong Li Yu

(Beijing Institute of Electronic System Engineering, China Aerospace Corporation · Beijing, 100854, P. R. China)

Abstract: Based on the technical requirements of direct collision and the information available during terminal guidance, this paper suggests the novel idea of angle of line-of-sight/angle speed of line-of-sight optimal guidance law, together with a on-off time-varying threshold value control law. Both strong control and weak control states are designed for the implementation of orbit control, which approximately realizes parallel approach navigation to meet the technical requirements of direct collision and killing of target. On this basis, simulation analysis of typical anti-missile and anti-aircraft trajectories has been carried out. The miss distances in all cases are less than 1 metre, which verifies the correctness and feasibility of the suggested new ideas. Some brief analysis of relevant characteristic parameters of orbit control has also been made during simulation.

Key words: direct collision; optimal guidance; threshold value

1 概述

防空导弹不装备战斗部, 而是在末制导段, 以直接碰撞的方式拦截目标, 在反导 - 反飞机导弹武器系统中, 是一种引人注目的制导方式。本文将在设定的末制导系统条件下, 分析讨论了在反导 - 反飞机武器系统中, 直接碰撞的制导与控制问题, 并提出一种可行的系统方案。末制导段的任务主要是消除中制导的交班误差, 以确保防空导弹能与目标直接碰撞。设在拦截过程中, 防空导弹与目标相距 25km 处完成中制导向末制导交班, 并记忆此时导弹纵轴的指向, 以建立视线指向参量的测量基准。与此同时, 导引头必须稳定地提供视线指向的有关量测信息。末制导系统开始工作后, 采集视线指向的量测信息, 由专用计算机按设计选定的制导律解算形成姿控指令和轨控指令, 启动轨控发动机修正导弹的速度矢量, 实施对导弹质心运动轨迹的控制, 消除导引误差, 直至与目标碰撞。这一制导过程称

为末制导段。

依据末制导系统所能获得的信息资源, 所具备的硬件环境及其特性, 在直接碰撞导引设计中, 拟将末制导过程, 以视线转率($\dot{q}$)等参数为判据划分为强控状态和微控状态。在这两种状态内, 末制导系统的工作原理与控制结构是基本一致的, 其制导规律均采用设计形成的视线角 - 角速度最优制导律, 只是在轨控发动机的使用上有所不同。当系统处于强控状态时, 轨控发动机使用稳态推力(简称大推力), 而在微控状态时, 轨控发动机则使用最小冲量(简称小推力)。其目的是使视线转率值维持在一个允许的最小范围之内, 以求近似地实现平行接近的导引规律, 达到直接碰撞的需求。

中制导向末制导交班, 必须具备下列条件:

- 1) 在距目标 25km 时, 导引头必须提供稳定的视线指向量测信息;
- 2) 准确地记忆交班时刻的弹体纵轴指向;

在论证中假设：拦截的典型目标为战术地地弹 (TBM)、高空侦察机和轰炸机。

对末制导段制导控制的主要技术要求如下：

1) 修正中制导段的导引交班误差 (其中包括在初制导和中制导过程中, 由初始对准误差, 捷联惯导误差, 发动机推力偏差等形成的导引偏差) 以达到直接碰撞的要求, 其具体的定量指标为脱靶量应小于 1m。

2) 按制导律的要求, 控制和稳定视线指向, 以确保将视线转率约束在要求的范围之内, 使导引头能瞬时跟踪测量视线指向的有关参量, 导引头视场范围设为 $\pm 1.5^\circ$ 。

3) 设定在末制导段内, 导引头测量信息的参照基准为与弹体固联的坐标系 (交班坐标系) 在交班时刻的空间指向。

末制导系统在硬件上主要由导引头, 捷联惯导组合, 姿控与轨控指令形成装置 (专用计算机), 轨控发动机, 姿控发动机组成, 其示意图如图 1。

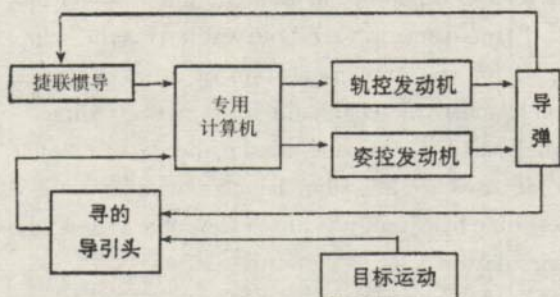


图 1 系统组成框图

2 直接碰撞制导控制分析论证

末制导制导控制含有两个主要组成部分, 即轨控和姿控。其中姿控的主要任务是稳定拦截器纵轴指向, 使其满足导引头测量视线指向参量的需求, 其控制规律可采用相平面开关形式, 本文暂不讨论。以下主要讨论轨控规律。

2.1 基本原理

依据最优过程理论, 末制导拦截问题可描述为：

在已知拦截过程的状态方程、交班时刻 (T_j) 上的状态变量条件下, 求取由交班状态 (末制导起控初态) 至拦截命中 (命中时刻 T_f 上) 状态 (简称终端状态) 的制导律 u , 并且此制导律 u 应使选定的指标函数 (J) 为最小, 使之达到此指标意义下的最优。

终端状态的描述为：

$$\begin{cases} X(T_f) = 0, \\ \dot{X}(T_f) = \dot{X}_0. \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\dot{X}_0$ 是某个要求值。

依据最优线性反馈控制原理, 对线性时变系统, 其状态方程可写为：

$$\dot{X} = F(t)X + G(t)U. \quad (2)$$

式中: X 是 n 维状态变量, $F(t)$ 是 $n \times n$ 的系统阵, U 是 m 维 ($m < n$) 控制变量, $G(t)$ 是 $m \times n$ 的反馈阵。

取定含终端要求和控制能量要求的二次型性能指标

$$J = \frac{1}{2}(X^T S X)_{t=T_f} + \frac{1}{2} \int_t^{T_f} (X^T A X + U^T B U) dt. \quad (3)$$

式中: S 是半正定阵, A 是半正定阵, B 是正定阵。

由状态方程 (2) 可得其哈密尔顿函数为：

$$H = \frac{1}{2}(X^T A X + U^T B U) + \lambda^T (F X + G U). \quad (4)$$

由此可得欧拉 - 拉格朗日方程为：

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = -\partial H / \partial X, \\ \lambda(T_f) = S X(T_f), \\ \partial H / \partial U = 0. \end{cases} \quad (5)$$

联立求解式 (2) 和 (5), 即可求得最优控制律为

$$U = -B^{-1} G^T \lambda. \quad (6)$$

式中 λ 可用下列方程组求得：

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & -GB^{-1}G^T \\ -A & -F^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \lambda \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\lambda(T_f) = S X(T_f).$$

按照上述原理, 对末制导过程具体可有状态方程：

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = u(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t). \end{cases} \quad (8)$$

指标函数：

$$J = \frac{1}{2} \left\{ [(x_1(t) - x_1^*), (x_2(t) - x_2^*)] \cdot \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) - x_1^* \\ x_2(t) - x_2^* \end{bmatrix} \right\}_{t=T_f} + \frac{1}{2} \int_t^{T_f} u^2(t) dt. \quad (9)$$

式中: c_1, c_2 是选定的常数, x_1^*, x_2^* 是选定的末制导状态量的终端期望值, T_f 是选定的终端时刻, 它可以是最终的碰撞时刻, 也可以是制导过程中的某一时刻.

据此, 按式 (6) 可求得末制导最优制导律为:

$$u^*(t) = -\eta_1(t) [x_1(t) - x_1^*] - \eta_2(t) [x_2(t) - x_2^*]. \quad (10)$$

式中:

$$\eta_1(t) = \frac{\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_1}(T_f - t)^2 + \frac{1}{3}(T_f - t)^3}{D(T_f - t)},$$

$$\eta_2(t) = \frac{\frac{1}{c_1}(T_f - t) + \frac{1}{2}(T_f - t)^2}{D(T_f - t)},$$

$$D(T_f - t) = \left[\frac{1}{c_2} + \frac{1}{3}(T_f - t)^3 \right] \cdot \left[\frac{1}{c_1} + (T_f - t) \right] - \frac{1}{4}(T_f - t)^4.$$

由此可以看出, 当取 $c_1 \rightarrow 0, c_2 \rightarrow \infty$ 时, 意味着 $x_2 \rightarrow x_2^*$, 而 x_1 不受控, 此时可得最优制导律为:

$$u^*(t) = -3 \left[\frac{x_1(t) - x_1^*}{T_f - t} + \frac{x_2(t) - x_2^*}{(T_f - t)^2} \right]. \quad (11)$$

当取 $c_1 \rightarrow \infty, c_2 \rightarrow \infty$ 时, 意味着 x_1 和 x_2 均受控, 且分别趋于 x_1^* 和 x_2^* . 此时可得最优制导律为:

$$u(t) = \frac{4(x_1(t) - x_1^*)}{T_f - t} - \frac{6(x_2(t) - x_2^*)}{(T_f - t)^2}. \quad (12)$$

对末制导而言, 当状态变量 x 所取定的物理含义不同时, 其最优制导律的物理含义亦不同. 为了实现近似平行接近的控制, 经分析选定视线角及其转率为状态变量. 而对式 (11) 和式 (12) 两种形式, 就末制导而言, 取式 (12) 的形式是适宜的.

2.2 角度 - 角速度最优制导律

以目标视线角及其速率为状态变量, 按式 (12) 求得的最优控制律, 称其为角度 - 角速度最优制导律. 为叙述简单, 以视线高低角方向为例, 讨论角

度 - 角速度最优制导律的具体形成. 此时

$$\begin{cases} x_1(t) = \dot{q}_e(t), \\ x_2(t) = q_e(t), \\ u(t) = \ddot{q}_e(t), \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} x_1^* = 0, \\ x_2^* = q_{e0}. \end{cases} \quad (14)$$

式 (14) 中的 q_{e0} 可取为交班时刻上的导引头测量值, 亦可取为零值. 据此由式 (12) 可得 (略去时间变量):

$$u_e = -\frac{4\dot{q}_e}{T_f - t} - \frac{6q_e}{(T_f - t)^2} + \frac{6q_e^*}{(T_f - t)^2}. \quad (15)$$

同理可得:

$$u_\beta = -\frac{4\dot{q}_\beta}{T_f - t} - \frac{6q_\beta}{(T_f - t)^2} + \frac{6q_\beta^*}{(T_f - t)^2}. \quad (16)$$

依式 (15), (16) 解算的 u_e, u_β 和导引头实测的 $\dot{q}_e, \dot{q}_\beta$, 即可形成轨控发动机的开关指令, 控制轨控发动机的点火与关机, 其控制指标是使视线转率趋于设计选定的阈值. 从而完成近似于平行接近的导引控制, 使制导精度达到精确制导直接碰撞的要求.

2.3 轨控阈值的选定

为了合理地使用轨控发动机, 改善末制导过程的动态特性, 达到直接碰撞的要求. 设定一视线转率阈值, 将其作为强控状态和微控状态转换的判据, 同时设计选定了“终端”时刻 (T_f) 的形成规律, 对此简称为“开关时变 - 阈值转换”开关控制律.

转换判据的形式如下:

$$I_i = \begin{cases} I_{ci} = 1, & |\dot{q}_i| \leq \dot{q}_{i0}, \\ I_{ri} = 0, & \\ I_{ci} = 0, & |\dot{q}_i| > \dot{q}_{i0}, \\ I_{ri} = 1, & \end{cases} \quad i = Y, Z. \quad (17)$$

式中 I_i 是状态标志, I_{ri} 是强控标志, I_{ci} 是微控标志.

阈值 $\dot{q}_{i0}$ 的设计选定应考虑两个因素, 一是轨控发动机最小冲量所能形成的在视线转率上的修正值; 一是在遭遇碰撞前 1 ~ 2 个控制步长未启动轨控时, 因 $\dot{q}$ 的积累所形成的脱靶距离. 据此可得选择 $\dot{q}_{i0}$ 的约束条件如下:

第一约束条件

$$\dot{q}_{t0} < \eta(h\alpha_P \cos q)/\Delta R. \quad (18)$$

式中: α_P 是轨控发动机形成的导弹加速度, ΔR 是相对距离, h 是控制步长, η 是调整系数.

第二约束条件

$$\dot{q}_{t0} < |(\delta R_0 - C)/(nh\Delta R)|. \quad (19)$$

式中: δR_0 是允许的理论脱靶距离, n 是熄火步数, C 是考虑误差因素的修正量, h 是控制步长, ΔR 是相对距离.

比较式 (18) 和式 (19) 取其小者.

2.4 轨控开关律与轨控加速度

按照角度 - 角速度最优制导律式 (15) 和式 (16), 轨控发动机开关控制律的形式取为:

$$U_I = \begin{cases} [U_{\ominus} = 0, U_{\oplus} = 1], & (\ddot{q}_I > \epsilon), \\ [U_{\ominus} = 0, U_{\oplus} = 0], & (|\ddot{q}_I| < \epsilon), \\ [U_{\oplus} = 0, U_{\ominus} = 1], & (\ddot{q}_I < -\epsilon). \end{cases} \quad (20)$$

式中: U_I 是轨控开关指令, $U_I = +1$ 则轨控发动机点火, $U_I = 0$ 则轨控发动机熄火; $U_{\ominus} = 0, U_{\oplus} = 1$, 表示负向发动机熄火, 正向发动机点火, 反之亦然; $U_{\ominus} = 0, U_{\oplus} = 0$, 表示正向和负向发动机均熄火; $\ddot{q}_I(I=Y, Z)$ 由式 (15) 和式 (16) 所得计算值; ϵ 为取定的角加速度阈值. ϵ 值可按下式取定:

$$\epsilon < \eta \dot{q}_{t0}/h. \quad (21)$$

式中 η 为调整系数.

依据式 (17) 给出的强控 - 微控标志和式 (20) 给出的开关值, 即可确定发动机的工作状态, 形成轨

控加速度. 其表达式如下:

$$a = \begin{cases} a_r, & (I_r = 1) \wedge (U_I = 1), \\ -a_r, & (I_r = 1) \wedge (U_I = -1), \\ a_c, & (I_c = 1) \wedge (U_I = 1), \\ -a_c, & (I_c = 1) \wedge (U_I = -1), \\ 0, & U_I = 0. \end{cases} \quad (22)$$

式中 a_r 为强控加速度, a_c 为微控加速度.

2.5 制导框图

综合以上讨论, 末制导的制导框图如图 2 所示.

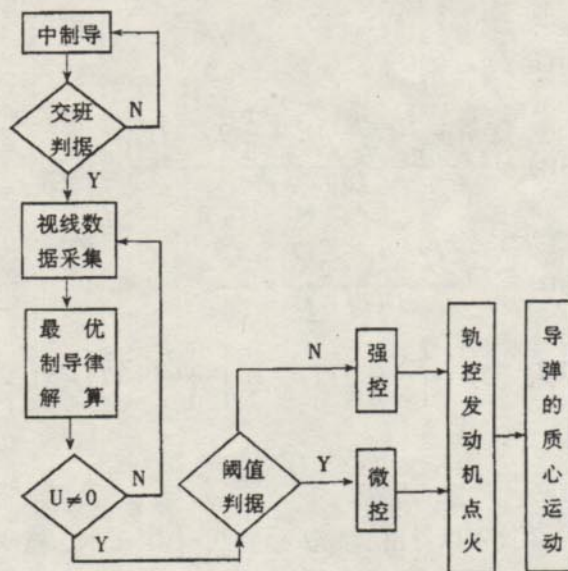


图 2 末制导段制导框图

3 仿真模型

3.1 典型弹道的设置

在仿真分析中, 选定如表 1 所示的典型弹道.

表 1 典型弹道参数

序号	$\Delta R_Y/\text{m}$	$\Delta R_Z/\text{m}$	$\Delta R/\text{m}$	$V_{tx}/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$V_{ty}/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$V_{tz}/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$V_m/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
1#	12500	0	25000	-2598	1500	0	3000
2#	21650	6250	25000	-1299	-1500	2250	3000
3#	12500	0	25000	-363.7	210	0	3000
4#	21650	6250	25000	-181.9	-210	315	3000

表中: $\Delta R, \Delta R_Y$ 和 ΔR_Z 分别表示相对距离模值及其在惯性坐标系 Y, Z 轴方向上的分量; V_{tx}, V_{ty} 和 V_{tz} 分别表示目标速度在惯性坐标系 X, Y 和 Z 轴方向上的分量; V_m 表示导弹速度模值; 1# 和 2# 为反导弹道; 3# 和 4# 为反飞机弹道.

3.2 误差状态的设置

为了验证直接碰撞导引的性能和简化仿真状态, 按照中 - 末制导交班可能存在的误差, 将其合成成为速度指向误差, 并以速度倾角误差 ($\Delta\theta_m$) 和偏角误差 ($\Delta\phi_m$) 表示.

3.3 模型状态的设置

在仿真模型的建立中,主要的特征状态取定如下:

- 1) 取定目标运动为匀速直线运动;
- 2) 导弹的运动考虑了重力、阻力和轨控加速度的影响;
- 3) 设定姿态控制是理想状态.

3.4 仿真模型框图

仿真模型的组成框图如图 3 所示.

4 仿真分析验证

4.1 仿真结果

按照上述取定的典型弹道,进行了 20 种不同误差状态的仿真.在表 2 中给出了速度矢量指向误差状态下的典型特征参数,其中: Δr 为脱靶距离, $T_{\max}$ 为轨控发动机最大工作时间, Q_e 和 Q_b 为视线角;在图 4 至图 7 中给出了几组典型视线角和

视线转率的时变特性;在图 8 中给了轨控发动机最大工作时间随误差变化的特性曲线(轨控加速度为 $4g$);在图 9 中给出了轨控发动机最大工作时间随轨控加速度变化的特性曲线.

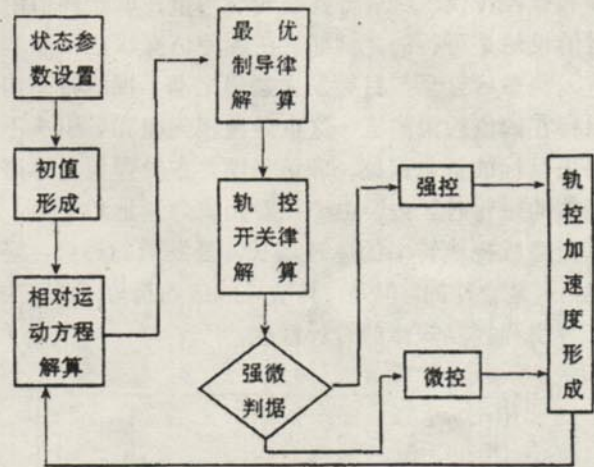


图 3 仿真模型组成框图

表 2 仿真结果特征参量

序号	$\Delta\theta_m/\text{mrad}$	$\Delta\phi_m/\text{mrad}$	$\Delta r/\text{m}$	$T_{\max}/\text{s}$	Q_e/mrad	Q_b/mrad	备注
1	5	5	0.91	2.95	-9.5	5.2	1 [#]
2	10	10	0.82	3.34	-9.7	3.4	1 [#]
3	15	15	0.77	3.79	-10.3	6.3	1 [#]
4	20	20	0.86	4.24	-11.0	-9.1	1 [#]
5	30	30	0.84	5.26	-14.8	9.0	1 [#]
6	5	5	0.99	2.49	-10.2	6.0	2 [#]
7	10	10	0.85	3.00	-10.7	-9.0	2 [#]
8	15	15	1.11	3.41	-11.0	-9.4	2 [#]
9	20	20	0.98	3.78	-11.9	9.6	2 [#]
10	30	30	0.91	4.74	-14.5	-10.4	2 [#]
11	5	5	0.99	2.85	-9.0	-7.3	3 [#]
12	10	10	0.92	3.25	-9.4	-8.5	3 [#]
13	15	15	0.83	3.67	-9.4	-8.7	3 [#]
14	20	20	0.83	4.15	-10.4	-9.3	3 [#]
15	30	30	0.98	5.20	-14.9	-11.6	3 [#]
16	5	5	0.88	2.16	-8.4	-7.3	4 [#]
17	10	10	0.81	2.61	-8.9	-8.6	4 [#]
18	15	15	0.95	2.99	-9.2	-8.6	4 [#]
19	20	20	0.93	3.34	-10.3	-9.4	4 [#]
20	30	30	0.72	4.48	-13.3	-11.8	4 [#]

4.2 结果分析

分析上述结果可以得出如下几点看法:

- 1) 在给定的反导、反飞机典型弹道和误差状态

下,经 20 种不同状态仿真验算,其脱靶量均小于 1m,可达到直接碰撞的要求;

- 2) 在上述给定的典型弹道和误差状态下,末制

导过程中其视线角均小于 1.5° , 能够确保目标不致逸出导引头视场范围;

3) 分析视线转率的时变特性可以看出, 采取强控和微控转换, 以求将视线转率约束在取定阈值附近的设想是可行的. 例如, 在各种仿真状态下系统进入稳态后直至与目标发生碰撞之前, 视线转率均保持在阈值约束附近. 这也是直接碰撞和导引头不丢失目标的基本保证. 应该说明, 在导弹与目标碰撞前的短暂时区内, 由于相对距离急速地趋于零, 从而造成视线转率的急速增长, 呈发散的趋势. 显然, 这是合理的. 但是, 其增长时区的长短, 则取决于导引和控制规律的设计性能.

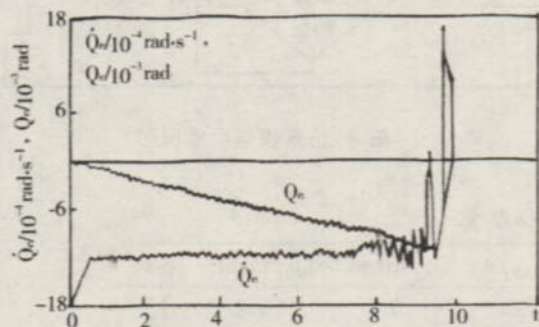


图4 序号8的 $\dot{Q}_e(t), Q_e(t)$ 曲线

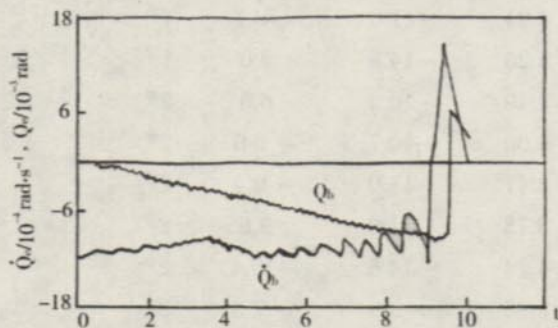


图5 序号8的 $\dot{Q}_b(t), Q_b(t)$ 曲线

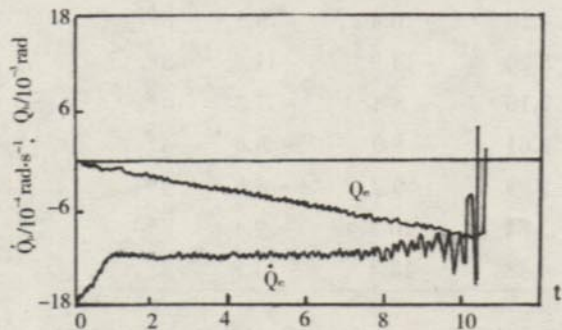


图6 序号18的 $\dot{Q}_e(t), Q_e(t)$ 曲线

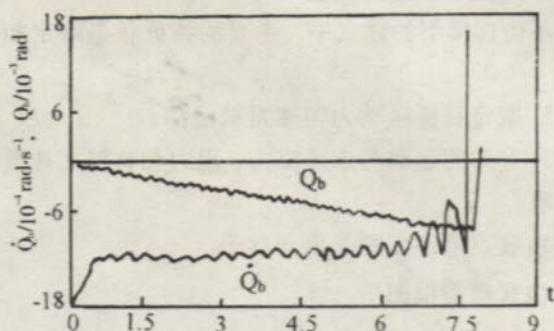


图7 序号18的 $\dot{Q}_b(t), Q_b(t)$ 曲线

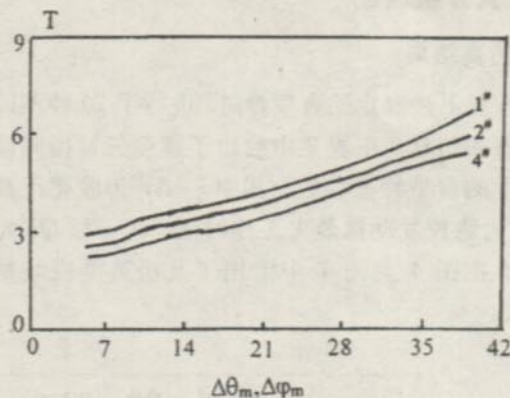


图8 $T_{\max}(\Delta\theta_m, \Delta\varphi_m)$ 曲线

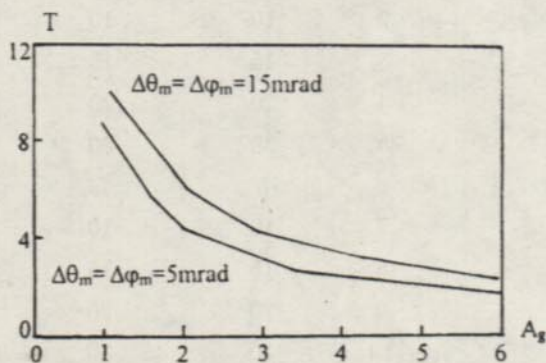


图9 $T_{\max}(a_g)$ 曲线

4) 由图8和9可以看出: 在系统设计中, 应注意轨控发动机最大工作时间和轨控加速度的匹配性. 在设定的条件下, 轨控发动机形成的轨控加速度取为 $4g$ 左右是较为适宜的, 此时轨控发动机的最大工作时间约为 $4s$.

5 结束语

根据系统分析及其仿真验证, 可以看出, 采用角度-角速度最优制导律和“开关时变-阈值转换”开关控制律, 在合理地选择特征参数(如轨控阈值、时变规律等)条件下, 在反导、反飞机的武器系统中, 可以实现以直接碰撞的形式杀伤目标.