

高速公路入口匝道最优控制 *

徐建闽 谭满春

(华南理工大学自动控制系·广州, 510640)

摘要: 在高速公路某路段发生阻塞现象时, Markos Papageorgiou (1990) 所建立的交通流模型不能反映这一路段交通流的真实状态; 本文给出一个改进的交通流模型, 可以克服全部缺陷. 在新模型基础上构造了入口匝道最优控制问题, 计算机仿真结果表明本文的控制策略在降低入口匝道平均等待时间这一性能上有较好的控制效果.

关键词: 高速公路; 交通流模型; 入口匝道控制; 最优控制; 计算机仿真

On-Ramp Optimal Control in Freeway

Xu Jianmin Tan Manchun

(Department of Automatic Control Engineering, South China University of Technology · Guangzhou, 510640, P. R. China)

Abstract: The traffic flow model established by Markos Papageorgiou (1990) can not describe the real traffic when congestion happens in a section of a freeway. Aiming at the this limitation an improved traffic flow model is presented, on the basis of which an on-ramp optimal control strategy is constructed. Finally the computer simulation results are given, which show that this control strategy is useful in reducing the average waiting time of on-ramp.

Key words: freeway; traffic flow model; on-ramp control; optimal control; computer simulation

城市机动车拥有量及道路交通量急剧上升, 使得高速公路 (尤其是入口匝道处) 的交通阻塞现象增加, 由此导致交通事故发生, 环境污染加剧. 因此有必要对高速公路实行交通管理与控制. 合理的交通管理与控制可使交通基础设施能发挥出最大的效能, 提高服务质量, 从而获得巨大的社会效益和经济效益.

目前高速公路采用的交通控制策略有入口匝道控制、主线控制、通道控制等类型, 此外还有一系列管理措施^[1]. 入口匝道控制是应用最广泛的一种控制策略. 其基本目标是控制高速公路的交通需求, 即在高峰期间控制进入高速公路的车辆数目, 使高速公路交通流能运行在最佳状态附近. 高速公路交通流模型有流体模型、排队模型和点过程模型^[2]. 每一种模型都有其适用范围^[2~8]. 在高速公路某路段发生阻塞现象时, Markos Papageorgiou^[5,6] 所建立的交通流模型不能反映这一路段交通流的真实状态; 本文给出一种改进的交通流模型, 可以克服这一缺陷.

1 交通流模型的建立

Markos Papageorgiou 在文 [5, 6] 中提出了一个

描述高速公路交通流的数学模型, 并把它用于巴黎的一条高速公路的入口匝道控制, 该模型中关于空间平均速度的表达式为:

$$\begin{aligned} \nu_i(k+1) = & \nu_i(k) + \frac{T}{\tau} [V(\rho_i(k) - \nu_i(k)) \\ & + \frac{T}{\Delta_i} \nu_i(k) [\nu_{i-1}(k) - \nu_i(k)] \\ & - \frac{\gamma T}{\tau \Delta_i} \frac{\rho_{i+1}(k) \lambda_i - \rho_i(k) \lambda_{i+1}}{\rho_i(k) \lambda_{i+1} + K \lambda_i \lambda_{i+1}} \\ & - \frac{\delta T}{\Delta_i} \frac{r_i(k) \nu_i(k)}{\rho_i(k) + K \lambda_i} \\ & - \frac{\phi T}{\Delta_i} \frac{(\lambda_i - \lambda_{i+1}) \rho_i(k) \nu_i^2(k)}{\lambda_i^2 \rho_{cr}}]. \quad (p) \end{aligned}$$

当交通流比较均匀时, 该模型可以较好地描述交通流状态, 但当某一路段下游发生阻塞时, 这一模型就不适用了, 进一步的说明见本文第 3 部分. 为了克服该模型的缺陷, 本文提出一个改进模型, 即

$$\begin{aligned} \rho_i(k+1) = & \rho_i(k) + \frac{T}{\Delta_i} [q_{i-1}(k) \\ & - q_i(k) + r_i(k) - s_i(k)], \quad (1) \end{aligned}$$

$$q_i(k) = \rho_i(k) \nu_i(k), \quad (2)$$

$$V(\rho_i) = \nu_f \exp[-0.5 \left(\frac{\rho_i}{\lambda_i \rho_{cr}} \right)^2], \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{temp} = & \nu_i(k) + \frac{T}{\tau} [v(\rho_i(k) - \nu_i(k)) \\ & + \frac{T}{\Delta_i} \nu_i(k) [\nu_{i-1}(k) - \nu_i(k)] \\ & - \frac{\gamma T}{\tau \Delta_i} \frac{\rho_{i+1}(k) \lambda_i - \rho_i(k) \lambda_{i+1}}{\rho_i(k) \lambda_{i+1} + K \lambda_i \lambda_{i+1}} \\ & - \frac{\delta T}{\Delta_i} \frac{r_i(k) \nu_i(k)}{\rho_i(k) + K \lambda_i} \\ & - \frac{\phi T}{\Delta_i} \frac{(\lambda_i - \lambda_{i+1}) \rho_i(k) \nu_i^2(k)}{\lambda_i^2 \rho_{cr}}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\nu_i(k+1) = \begin{cases} \text{temp}, & \rho_i(k) \leq \rho_{cr}, \\ V(\rho_i), & \rho_i(k) > \rho_{cr}. \end{cases} \quad (5)$$

式中 $\rho_i(k)$, $\nu_i(k)$, $q_i(k)$, $r_i(k)$, $s_i(k)$, ν_f , ρ_{cr} , Δ_i , T , τ , γ , λ_i , δ , K , k 等符号的定义与文 [6] 相同. temp 是一个临时变量, 式 (3), (4), (5) 一起决定 $\nu_i(k+1)$.

把由式 (p), (1), (2), (3) 组成的交通流模型称为模型 (P), 而由式 (1)~(5) 组成的交通流模型称为模型 (T). 模型 (T) 就是模型 (P) 的改进模型.

2 入口匝道最优控制问题的构造

入口匝道的汇入量与高速公路容许汇入量有关, 也与入口匝道处等待的车辆数有关, 且各路段的交通量不能超过其最大通行能力, 所以

$$0 \leq r_i(k) \leq \min(g_i(k), f(\rho_i(k)), R_i), \quad (6)$$

$$q_i(k) \leq Q_i, \quad (7)$$

式中, $g_i(k) = d_i(k) + \sum_{j=0}^{k-1} [d_i(j) - r_i(j)]$ 表示入口

匝道 i 处等待的车辆数除以 T ; $d_i(k)$ 表示入口匝道需求, 即在单位时间内到达入口匝道 i 的车辆数; $f(\rho_i(k))$ 是高速公路容许汇入流量; R_i 为入口匝道调节率的最大值; Q_i 是第 i 路段的最大通行能力.

入口匝道最优控制问题描述为: 已知初始状态 $\rho_i(0)$, $\nu_i(0)$, 并实测到公路首末端的状态序列 $\rho_1(k)$, $\nu_1(k)$, $\rho_N(k)$, $\nu_N(k)$ 以及匝道需求量序列 $d_i(k)$, $k = 1, 2, 3, \dots$. 在满足交通流方程 (1)~(5) 和通行能力约束条件 (6) 和 (7) 的前提下, 求一控制序列 $r_i(k)$, 使目标函数 J 取最大值.

$$J = \sum_{j=1}^N \int_a^b [\beta_1 \lambda_i \Delta_i \rho_i(t) \nu_i(t) - \beta_2 \lambda_i \Delta_i \rho_i(t)$$

$$- \beta_3 (d_i(t) - r_i(t))] dt,$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1, \quad \beta_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

这里的目标函数 J 是行程时间、总服务流量和入口匝道总等待时间的加权和. β_i 是加权系数 ($i = 1, 2, 3$).

3 控制效果的仿真

与文 [3] 一样, 假定一段长度为 5 公里的双向 4 车道高速公路路段, 并按每段 500 米分成 10 小段. 第 2, 5, 7 三段包含入、出口匝道, 并考虑在第 9 段有轻微的阻塞. 除特别说明, 各区段的初始值以及交通流模型中各参数的选择均与文 [3] 相同. 由于已假设第 9 段有轻微的阻塞, 且

$$\rho_8(0) = 20 \text{ veh/km} \cdot \text{lane}, \quad \nu_8(0) = 80 \text{ km/h},$$

$$\rho_9(0) = 40 \text{ veh/km} \cdot \text{lane}, \quad \nu_9(0) = 45 \text{ km/h},$$

$$\rho_{10}(0) = 15 \text{ veh/km} \cdot \text{lane}, \quad \nu_{10}(0) = 85 \text{ km/h},$$

代入模型 (P) 得

$$\rho_9(1) = 38.8889 \text{ veh/km} \cdot \text{lane},$$

$$\nu_9(1) = 67.1739 \text{ km/h}.$$

由此得第 9 段 (含两车道) 在第二时间段内的交通量为

$$q_9(2) = 5224.6 \text{ veh/h}.$$

但由式 (3) 及 $\nu_f = 90 \text{ km/h}$, $\rho_{cr} = 37.3 \text{ veh/km}$, $\lambda_i = 2$, 不难得到各路段稳态通行能力 4072.2 veh/h . 可见 $q_9(2)$ 远远超过了路段稳态通行能力, 也超过了最大通行能力的假设: $0 \leq \rho_i(k) \leq 2000 \text{ veh/h} \cdot \text{lane}$, 由模型 (P) 导出的结论与假设产生了矛盾. 因此模型 (P) 不适合于上述高速公路交通量的仿真.

模型 (T) 是对模型 (P) 的改进, 利用模型 (T) 不会产生上述矛盾. 本文构造的最优控制问题就是以模型 (T) 为基础的.

高速公路两端的交通状态序列是仿真过程不可缺少的数据, 故进一步假设的 $\rho_1(k) = 15 \text{ veh/km} \cdot \text{lane}$, $\nu_1 = 85 \text{ km/h}$, $k = 1, 2, \dots$. 在式 (4) 中计算 $\nu_{10}(k+1)$ 时需要假设 $\rho_{11}(k) = \rho_{10}(k)$, $k = 1, 2, \dots$.

在上述初始条件下, 第 2 部分所描述最优控制问题的仿真结果见表 1, 仿真时间为 1 小时.

由此可见本文所提出的控制策略在降低入口匝道平均等待时间这一性能上有较好的控制效果.

表 1 性能指标比较

控制策略	性能指标		
	行程时间 (辆·小时)	服务流量 (辆·公里)	入口匝道平均等待时间 (辆·小时)
入口匝道未控 ^[3]	364.52	16145	147.55
独立入口匝道控制 ^[3]	247.46	17224	113.42
入口匝道联合控制 ^[3]	215.57	17895	95.31
本文最优控制	275.45	17824	86.89

参考文献

- 1 荆便顺. 道路交通控制工程. 北京: 人民交通出版社, 1995
- 2 王亦兵, 韩曾晋, 史其信. 高速公路交通流建模. 系统工程学报, 1998,13(2): 83-89
- 3 姜紫峰, 荆便顺, 韩锡令. 高速公路入口匝道控制的仿真研究. 中国公路学报, 1997, 10(2): 83-89
- 4 杨晓光, 杨佩昆, 饭田恭敬. 关于城市高速公路交通动态控制问题的研究. 中国公路学报, 1998, 11(2): 74-85
- 5 Markos Papageorgiou, Jeanmarc Blosseville, Habib Hajsalem. Modelling and real-time control of traffic flow on the southern part of Boulevard Peripherique in Paris: Part I: modelling. Transportation Research A, 1990, 24A(5): 345-359
- 6 Markos Papageorgiou, Jeanmarc Blosseville, Habib Hajsalem. Modelling and real-time control of traffic flow on the southern part of Boulevard Peripherique in Paris: Part II: coordinated on-ramp metering. Transportation Research A, 1990, 24A (5): 361-370
- 7 Markos Papageorgiou, Harib H S, Jean M B ALINEA: A local feedback control law for on-ramp metering. Transportation research record 1320, TRB, National Research Council, Washington, DC, 1991,58-64
- 8 Rong Shiyang, Maze T H. Freeway surveillance and control system using simulation model. Journal of Transportation Engineering, 1989, 115(4): 16