

# 控制系统的鲁棒性与 Gödel 不完备性定理 \*

韩京清

(中国科学院系统科学研究所·北京, 100080)

**摘要:** “鲁棒性”是 Kalman 体系中依靠  $(A, B, C)$  模型的理论与控制工程实际之间矛盾的产物。本文试图用 Gödel“不完备性定理”来说明, 解决“鲁棒性”问题必须摆脱  $(A, B, C)$  束缚和线性束缚。本文利用简单的非线性特性提出了独立于  $(A, B, C)$  的信号处理及控制的具体办法。为了适应新的控制系统“设计理论”, 需要对现行控制理论中的有些概念予以重新考虑。本文尝试给出新的“适应性”、“鲁棒性”概念和系统描述方法。

**关键词:** 鲁棒控制; 控制器设计; 非线性反馈

## The Robustness of Control System and Gödel's "Incompleteness Theorem"

Han Jingqing

(Institute of Systems Science, Chinese Academy of Sciences · Beijing, 100080, P. R. China)

**Abstract:** The robustness problem is a result of the conflict between the Kalman framework based on the  $(A, B, C)$  model and the modelless engineering practice. Therefore, following Gödel's "Incompleteness Theorem", the true answer lies outside the restriction of the Kalman's model and linear scope. Using a few simple nonlinear functions, this paper proposes a new synthesis approach for controller design and signal processing. The developed new algorithms are free of any  $(A, B, C)$  model. Furthermore, to suit these new synthesis principle, some existing concepts, such as adaptivity and robustness, as well as the system description are need endowed with new meanings.

**Key words:** robust control; controller design; nonlinear feedback

### 1 从 Gödel “不完备性定理”谈起

“任何形式公理体系都是不完备的”。这是有哲学意义的“数学基础”中著名的 Gödel “不完备性定理”。它说明这样一个真理：任意一个确定的公理体系只能解释与之相应的有限范围问题，不能解释所有问题。在数学史中，欧几里得“第五公设”的证明是很著名的史话。“在平面上过给定直线之外的一点，存在且唯一的一条平行线”，是著名的欧几里得“第五公设”。历经几百年，直至十九世纪，许多数学家试图用欧几里得其它公理来证明“第五公设”，结果均以失败而告终。实际上，漫长的这段历史却是数学母体中“非欧几何”发育成长的妊娠期。俄罗斯数学家罗巴切夫斯基把“存在且唯一的一条平行线”改成“存在不只一条平行线”而筑成了另一个完整的新几何体系——罗巴切夫斯基几何。当人们还不认识非欧几何的时候，第五公设的证明确是数学的一个“难题”。然而，非欧几何的出现使人们的思维

步入更高的层次，这个“难题”也就自然而然地消失了。这一历史事实说明了这样一个问题：要想解释原逻辑体系中不可解释的难题，就得摆脱或扩张这个逻辑体系，从而这个难题也就不成其为难题了。

物理学中牛顿力学只能解释宏观低速运动，微观现象的解释就得借助于量子力学和相对论，而天文学中的许多问题就得借助于广义相对论；“永动机”曾是一些人渴望而难以实现的“难题”，但能量守恒定律和热力学第二定律的出现就解决了其不可实现性；热力学第二定律只能解释平衡态的无序的增长行为，不能解释社会和生物中的自组织行为。自组织的有序行为是借助于非平衡态的新理论来解释的。

上面讲的是数学和物理学中的例子。下面看看和控制有关的例子。在文 [2] 中解释“外补原理”时讲了如下和控制有关的例子。设有一控制对象  $\Sigma$ , 对它给一设定值  $v$ 。我们要设计一控制器  $C$ , 使闭环的

\* 国家自然科学基金 (G69174018, G69574033) 和攀登计划项目。

输出  $y(t)$  稳定在  $v$  上. 对不太复杂的  $\Sigma$ , 这是容易做到的. 现在我们假定设定值  $v$  本身就是另一系统  $\Sigma_1$  的输出. 这时就产生  $v$  能否保持定值的问题. 显然, 为了镇定  $v$ , 必须“外补”另一设定值  $v_1$ , 并在  $v_1$  和  $\Sigma_1$  之间“外补”另一控制器  $C_1$ .  $v$  的镇定问题不能由  $v, \Sigma, C, y(t)$  所组成的内环范围来解决. 要想在  $\Sigma, C$  范围内解决  $v$  的镇定问题, 只能成为无法解决的难题.

目前我们所遇到的“鲁棒性”问题, 是否也是一种在新体系中不成问题的旧体系的难题呢?

## 2 “鲁棒性”问题是否与 Gödel 定理有关?

我们简单回顾控制理论的发展历史.“为了减少误差, 采用误差反馈”. 这是比例控制原理. 这个简单的控制原理解决了许多控制工程问题, 也为人类社会活动的各种场合起了指导作用. 随着控制对象的复杂化和精度要求的提高, 简单的比例控制原理常常不能满足要求. 于是出现了比例-积分反馈, 比例-积分-微分反馈 (PID) 等控制原理. 工程实际不断提出新问题和要求: 加入这些控制器后的闭环是否稳定? 如何搭配这些环节? 各环节的增益如何分配? 等. 于是人们借助于描述系统输入-输出关系的传递函数来进行研究. 从而经典调节理论拉开了其序幕. 经典调节理论除给出稳定性的工程实用判据之外, 还给出了对 PID 添加一些简单形式的补偿器来改善控制性能的设计方法. 这种设计方法可以概括为: 以有限个简单环节 (如, 比例、积分、微分、超前网络、滞后网络等) 的适当组合来构造控制器. 我想, 这是经典调节理论留给我们的具有真正“控制论 (Cybernetics)”思想的遗产.

60 年代初, 人们认识到传递函数作为控制对象的数学描述有其不足之处. 于是引入状态变量而出现了 Kalman 模型  $-(A, B, C)$ . 这个模型作为进行控制系统分析的有力工具, 推动了现代控制理论许多新领域的诞生和发展, 提高了人们对控制系统本质的认识. 控制系统的“能控性”, “能观性”等基本概念的认识就归功于这个 Kalman 模型. 然而, 依靠这个模型给出的控制器设计方法, 除了控制对象模型可知的场合外, 在应用中遇到了许多难以克服的问题.“鲁棒性”是首当其冲的大问题. 于是“鲁棒性”的研究成了当今控制理论界的一大热点.

但是, 目前人们如何去研究“鲁棒性”问题和相关的“不确定”系统控制问题呢? 首先假定有个标称模型, 然后对它加上一定形式的扰动而形成稍

微放松的不确定模型, 并据此进行研究. 可以说, 人们还是靠 Kalman 模型来研究鲁棒性和不确定系统控制问题. 然而, 许多实际对象连这种放松的和不确定模型也建不起来, 工程师们还是喜欢用经典设计方法来解决控制工程实际问题. 有统计表明, 到 90 年为止, 过程控制中所用控制器 90% 以上仍是 PID 调节器及其变种<sup>[1]</sup>. 似乎出现了一种奇怪的矛盾: “先进”的控制理论与“落后”的控制工程.

是 Kalman 模型对控制系统的概括不合理, 还是别的甚么问题? 总体上看, 应该说 Kalman 模型对控制系统的概括是合理的. 问题就出在大量实际工程中的被控对象给不出具体的  $(A, B, C)$  来. 依靠  $(A, B, C)$  的处理办法只能对付用  $(A, B, C)$  能精确描述的对象. 尽管有不少好的辨识方法, 但它们所能确定的只是比较特殊的被控对象的  $(A, B, C)$ . 即是用较放松的  $(A, B, C)$  来研究鲁棒性和不确定问题, 它包含的被控对象范围还是很有限的. 对大量的过程控制对象来说,  $(A, B, C)$  不是易于确定, 就是无法确定. 然而人们仍然试图用依靠  $(A, B, C)$  的处理办法来解决这类问题. 我看, 这就是“鲁棒性”和有关“不确定”系统控制问题的研究目前所忽视的问题, 也是这些研究的困难所在. 我想, Gödel 定理正给我们指出了走出这个困境的出路: 摆脱  $(A, B, C)$  的束缚去探讨独立于  $(A, B, C)$  的控制机理!

如果我们作这样的假定: 独立于  $(A, B, C)$  控制机理存在. 那么原来意义上的鲁棒性问题就不复存在, 对鲁棒性只能赋予新的涵义.

有没有独立于  $(A, B, C)$  的控制机理? 从本质上讲, 经典调节理论所依据的基本原理是: “控制目标和实际行为之间的误差信息来确定消除此误差的策略”- 这样的“控制论”思想. 具体采用的是“误差、误差积分、误差微分 (即误差的现在、过去、将来) 的加权和”形式的策略. 应该说这是一种独立于  $(A, B, C)$  的控制器设计原理. 正因为这样, 经典调节器才具有广泛的实用性.

目前人工神经网络的研究及其应用所探讨的也是独立于  $(A, B, C)$  的控制机理. 生物的自我控制能力和对环境的适应能力决不会是  $(A, B, C)$  模式, 只是目前我们对此了解不深罢了. 不过, 从神经网络, 生物控制论和自组织现象的研究来看, 生物界所固有的控制机理中“非线性”起着非常重要的作用. 可以说“没有非线性效应, 生物就无法生存”.

“非线性”究竟有甚么效应? 下面看看一些简单

例子.

### 3 “非线性效应”

“非线性”中有许多具有特殊功能和高效率的特性. 我们来看几种简单例子.

设系统

$$\dot{x} = w(x, t) + u, \quad (1)$$

其中,  $|w(x, t)| \leq w_0$ , 把  $w(x, t)$  当作对系统的扰动,  $u$  为控制量. 我们的目的是取状态  $x$  的反馈  $u = u(x)$ , 使闭环系统的稳态误差尽可能小.

今取反馈  $u(x) = -k|x|^\alpha \operatorname{sgn}(x)$  ( $\alpha = 1$  时为线性反馈  $u(x) = -kx$ ), 那么闭环变成

$$\dot{x} = -k|x|^\alpha \operatorname{sgn}(x) + w(x, t).$$

两边乘  $2x$ , 得

$$\frac{dx^2}{dt} \leq -2k|x|(|x|^\alpha - \frac{w_0}{k}) < 0.$$

当  $|x(t)| > (\frac{w_0}{k})^{\frac{1}{\alpha}}$ , 反馈  $u(x) = -k|x|^\alpha \operatorname{sgn}(x)$  将把  $w(x, t)$  引起的稳态误差限制在  $|x| \leq (\frac{w_0}{k})^{\frac{1}{\alpha}}$  的范围内. 当  $\alpha = 1$  (线性反馈) 时, 误差将以指数衰减方式到达稳态误差范围  $|x| \leq \frac{w_0}{k}$ . 然而只要  $\alpha < 1$ , 误差却以有限时间衰减到范围  $|x| \leq (\frac{w_0}{k})^{\frac{1}{\alpha}}$ . 显然, “非线性反馈”的这种效率远远高于“线性反馈”. 在“线性”范畴内误差的“指数衰减”曾是最完美而被追求的事情, 然而在“非线性”范畴中来看“指数衰减”是最低效率的东西. 特别当  $\alpha = 0$  时,  $(\frac{w_0}{k})^{\frac{1}{\alpha}} = 0$ , 扰动  $w(x, t)$  的作用完全被消除, 反馈  $u(x) = -k \operatorname{sgn}(x)$  对扰动具有“独立性”. 这就是“变结构控制”对扰动具有“独立性”的根本机理.

我们也可以把上述“扰动抑制”例子当作“微分对策”问题来考察. 在此, 我们把  $w(x, t)$  当作“对方”的策略, 其策略集为  $|w(x, t)| \leq w_0$ ; 把  $u(x)$  当作“我方”的策略, 其策略集为  $|u| \leq u_0$ . “我方”的目的是, 在未知“对方”策略  $w(x, t)$  的情况下, 选一策略  $u(x), |u(x)| \leq u_0$ , 使得对任意可能的  $w(x, t), |w(x, t)| \leq w_0$ , 方程  $\dot{x} = w(x, t) + u(x)$  的所有解  $x(t)$ , 都相应地存在一有限时间  $T$ , 满足  $x(T) = 0$ . 实际上, 只要  $w_0 < u_0$ , 那么选策略  $u(x) = -u_0 \operatorname{sgn}(x)$  (即前一例中  $k = u_0, \alpha = 0$  的情形) 就能达到目的. 这个例子也可以解释成: “我方”策略  $u(x) = -u_0 \operatorname{sgn}(x)$  是“抑制”未知扰动  $w(x, t)$  作用的反馈控制律, 或  $u(x) = -u_0 \operatorname{sgn}(x)$  是闭环系统稳定的“独立于”系统扰动(动力学模型和外扰作用的总和)的反馈控制律.

再看一个观测器形式的例子. 在系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\beta_1 x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -\beta_2 |x_1|^\alpha \operatorname{sgn}(x_1) + w(x_1, x_2, t) \end{cases} \quad (2)$$

中仍把  $w(x_1, x_2, t)$  看作对系统的扰动. 如果这个扰动满足不等式  $|w(x_1, x_2, t)| < w_0$ , 那么可以证明, 对适当选取的  $\beta_1 > 0, \beta_2 > 0$ , 存在  $\alpha, 0 < \alpha < 1$ , 使系统的轨线  $x_1(t), x_2(t)$  将被不等式  $|x_1| < |\frac{w_0}{\beta_2}|^{\frac{1}{\alpha}}$ ,  $|x_2| < \beta_1 |\frac{w_0}{\beta_2}|^{\frac{1}{\alpha}}$ , 限定的区域所吸引. 显然, 对给定的  $w_0, \beta_1, \beta_2$  来说,  $\alpha < 1$  所确定的吸引区比起  $\alpha = 1$  所确定的吸引区小得多.

这些简单例子说明, 适当的“非线性反馈”更能有效地“抑制”一定范围的系统动力学模型和外扰作用. 这也一定程度上说明了, 存在着独立于一定范围的动力学模型和外扰作用的反馈控制机理. 大概生物界就靠着这种“非线性效应”得以生存下来. 我想, 对控制系统设计来说, 探索利用具有独特功能和效率的非线性特性是件很有意义的事情.

能否利用非线性特性来构造出具有特殊功能和效率的新机制呢?

### 4 控制系统的“非线性设计”

根据上述分析和认识, 我们利用一些简单的非线性特性开发出对信号处理和系统控制具有特殊功能和效率的新型非线性环节.

#### 1) 跟踪微分器 [7,8].

若函数  $g(x, \dot{x})$  和  $g(x, \dot{x}, \ddot{x})$  分别使系统

$$\ddot{x} = g(x, \dot{x}), \quad \frac{d^3x}{dt^3} = g(x, \dot{x}, \ddot{x}) \quad (3)$$

稳定, 那么以有界可积信号  $v(t)$  为输入的系统

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= r^2 g(x - v(t), \frac{\dot{x}}{r}), \\ \frac{d^3x}{dt^3} &= r^3 g(x - v(t), \frac{\dot{x}}{r}, \frac{\ddot{x}}{r^2}) \end{aligned} \quad (4)$$

的解  $x(t)$ , 对任给的  $T > 0$ , 均满足

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^T |x(t) - v(t)| dt = 0. \quad (5)$$

从而, 当  $r \rightarrow \infty$  时,  $\dot{x}(t) \rightarrow v(t)$  的广义导数,  $\ddot{x}(t) \rightarrow v(t)$  的二阶广义导数. 因此我们把系统 (4) 叫做信号  $v(t)$  的“跟踪微分器”.

在这里, 首先, 信号  $v(t)$  的微分是通过积分得到的, 因此污染信号的噪声对微分品质的影响较小; 其次, 这个跟踪微分器独立于信号  $v(t)$  的生成源, 即独立于信号发生器的动力学模型, 因此可以通用; 最后, 函数  $g(\cdot)$  的不同选择决定着跟踪效率和微分

品质。原则上  $g(\cdot)$  可以取线性函数，然而线性的  $(\cdot)$  效率很低，参数  $r$  要取相当大才能得到象样的微分近似。但是有些简单的非线性  $g(\cdot)$  对较小的  $r$  也能给出很好的微分信号。

### 2) 非线性 PID 控制器 [9~13]

利用跟踪微分器和其它非线性结构可以把经典 PID 调节器改造成具有更强能力的“非线性 PID 控制器”。为此简单分析经典 PID 调节器结构。在图 1 中给出了经典 PID 调节器结构。

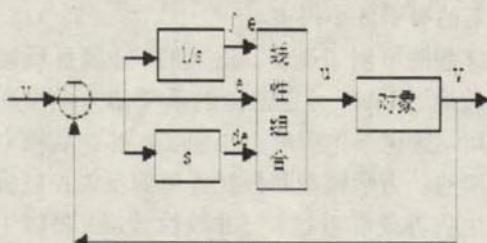


图 1 PID 控制器

这个结构有如下三方面缺陷：其一，变量  $y$  是动态环节的输出，有惯性，只能光滑地变，不能跳变，而控制目标 - 参考信号  $v$  常常是跳变或不光滑的量。要求让光滑变化的量  $y$  来跟踪不光滑变化的量  $v$  是不合理的；其二，由于没有合适的微分器，难以得到较好的误差微分信号  $\frac{d\varepsilon}{dt}$ ；其三，控制策略为何限于误差的过去 ( $\int \varepsilon$ )、现在 ( $\varepsilon$ )、变化趋势 ( $\frac{d\varepsilon}{dt}$ ) 的“线性”的加权和形式？为何不能采用“非线性”策略？针对这三个缺陷，我们采取如下三种办法：根据参考信号和对象能力，先安排光滑的过渡过程；利用跟踪微分器来提取高品质微分信号；适当选择  $\int \varepsilon, \varepsilon, \frac{d\varepsilon}{dt}$  的非线性组合策略。于是，我们提出了图 2 所示“非线性 PID 控制器”方案。

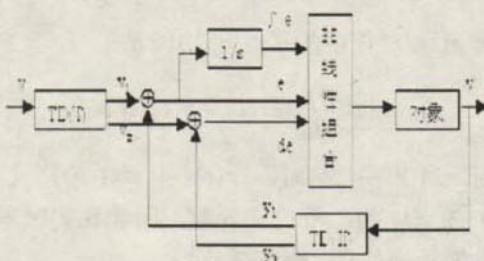


图 2 非线性 PID 控制器

其中， $v_1, y_1$  分别跟踪  $v$  和  $y$ ，而  $v_2, y_2$  则是  $v_1, y_1$  的微分。跟踪微分器 TD(I) 的作用是安排合适的过渡过程  $v_1$  并给出其微分  $v_2$ ；而 TD(II) 的作用是尽可能复原信号  $y$  并给出其微分。可以选取

TD(I) 中的  $g(\cdot)$ ，使安排的过渡过程  $v_1$  既快又无超调。TD(I) 的这种性质和非线性组合策略的结合能顺利解决经典 PID 调节中不可协调的快速性和超调之间矛盾。在系统设计中，过去“高增益”问题常使人伤脑筋：为了提高效率需用高增益，但用了高增益又引起别的不良后果，这是局部和全局同性的线性性质所固有的现象。实际上，许多具体设计问题需要的却是“小误差的高增益和大误差的小增益”，这在“线性设计”中是难以实现的。于是人们用“变增益控制”，“智能控制”，“专家系统”等手段来予以补充。然而，一旦跳出“线性”范畴而进入非线性领域，解决这类问题是轻而易举的事情。在非线性 PID 控制器结构中采用非线性组合策略之意就在于此。对适当选取的 TD(I), TD(II) 及非线性组合，使这种控制器具有很好的控制品质，其适应性和鲁棒性都很好。

### 3) 扩张状态观测器 [14]

我们知道，当函数  $f(x_1, x_2, t)$  和  $u(t)$  已知时，对系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, t) + bu(t), \\ y = x_1 \end{cases} \quad (6)$$

可以建立如下状态观测器： $\varepsilon = z_1 - y$ ，

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 \varepsilon, \\ \dot{z}_2 = f(z_1, z_2, t) - \beta_2 \varepsilon + bu(t). \end{cases}$$

然而，若  $f(x_1, x_2, t)$  未知，不能把它放到状态观测器方程中。“非线性反馈能抑制不确定因素”，把  $\beta_1 \varepsilon, \beta_2 \varepsilon$  改成适当非线性函数  $\beta_1 g_1(\varepsilon), \beta_2 g_2(\varepsilon)$  并忽略  $f(x_1, x_2, t)$ ，得

$$\begin{cases} \varepsilon = z_1 - y, \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 g_1(\varepsilon), \\ \dot{z}_2 = -\beta_2 g_2(\varepsilon) + bu(t). \end{cases} \quad (7)$$

大量仿真研究表明，对适当选取的函数  $g_1(\varepsilon), g_2(\varepsilon)$  和参数  $\beta_1, \beta_2$ ，这种观测器能很好地估计出一定范围 (6) 型对象的状态。

进一步，令  $x_3 = f(x_1, x_2, t)$ ，则  $\dot{x}_3 = \frac{\partial f}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial f}{\partial t} = w(x_1, x_2, t)$ ，系统 (6) 可变成

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3 + bu(t), \\ \dot{x}_3 = w(x_1, x_2, t), \\ y = x_1. \end{cases}$$

当  $f(x_1, x_2, t)$ ,  $w(x_1, x_2, t)$  均未知。现在按前述方式对这个系统建立非线性状态观测器：

$$\begin{cases} \varepsilon = z_1 - y, \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 g_1(\varepsilon), \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_2 g_2(\varepsilon) + bu(t), \\ \dot{z}_3 = -\beta_3 g_3(\varepsilon). \end{cases} \quad (8)$$

这种观测器除了给出状态变量  $x_1, x_2$  的估计  $z_1, z_2$  外, 还给出未知函数  $f(x_1, x_2, t)$  在过程中的“实时作用量”

$$\alpha(t) = f(x_1(t), x_2(t), t) \quad (9)$$

的估计  $z_3$ . 因此, 我们把这个观测器称做系统 (6) 的“扩张状态观测器”. 这是一个独立于系统模型的观测器.

如果在函数  $f(x_1, x_2, t)$  中有已知部分  $f_0(x_1, x_2, t)$ , 那么方程 (8) 可改成

$$\begin{cases} \varepsilon = z_1 - y, \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 g_1(\varepsilon), \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_2 g_2(\varepsilon) + f_0(z_1, z_2, t) + bu(t), \\ \dot{z}_3 = -\beta_3 g_3(\varepsilon). \end{cases} \quad (10)$$

这时,  $z_3$  估计的却是剩下的未知部分实时作用量:

$$a(t) = f(x_1(t), x_2(t), t) - f_0(x_1(t), x_2(t), t).$$

#### 4) 自抗扰控制器 [15~17].

对受控对象 (6), 我们利用跟踪微分器和扩张状态观测器建立具有自动检测并补偿不确定因素功能的如下新型非线性控制器:

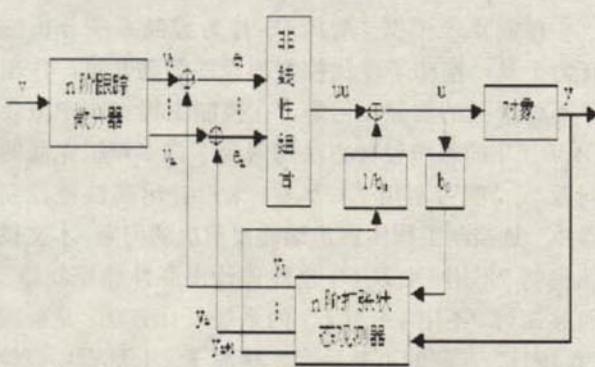


图 3 自抗扰控制器

其中, 点线所框部分为控制器. 在这里, 控制量  $u$  被分成两部分:

$$u = u_0 - \frac{z_3}{b},$$

其中,  $z_3(t) \approx f(x_1(t), x_2(t), t)$ , 因此其补偿作用便

使系统 (6) 变成

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= f(x_1, x_2, t) + bu \\ &= f(x_1, x_2, t) + b(u_0 - \frac{z_3}{b}) \approx bu_0, \end{aligned}$$

即对象被化成积分器串联型(即被线性化). 控制分量  $u_0$  是由误差  $\varepsilon_1 = v_1 - z_1$  及其微分  $\varepsilon_2 = v_2 - z_2$  的“非线性函数”组成, 是让闭环的输出  $y$  跟踪安排的过渡过程的.

扩张状态观测器的输出  $z_3$  估计对象的动力学模型和外扰的总和作用, 但不区分动力学模型和外扰部分, 只检测它们的总和作用. 若把系统的动力学模型部分当作“内扰”, 那么“内扰”和“外扰”的总和就是对系统的总“扰动”.  $z_3$  检测的就是这个总“扰动”, 而其补偿作用  $-\frac{z_3}{b}$  就是抵抗这个总“扰动”. 因此把这个控制器称做“自抗扰控制器”. 这是一个独立于模型的控制器.

关于“扰动控制”(或“扰动抑制”)问题, 30 年代末苏联 Г. В. Шапанов 提出了“不变性原理”和控制器设计的“双通道原理”<sup>[3]</sup>: 为了实现输出对外扰的不变性, 除控制通道外还需要一个由外扰到对象的补偿通道; 70 年代加拿大 W. M. Wonham 提出了“内模原理”<sup>[4]</sup>: 为了实现输出对外扰的不变性需要控制器里包含外扰模型. 这里, “不变性原理”需要外扰能被检测, 而“内模原理”需要知道外扰模型. 然而, 在自抗扰控制器中实现“自抗扰性”—即输出对扰动的不变性, 既不需要直接检测外扰, 也不需要预先知道外扰模型. 因此“自抗扰性”是“不变性原理”和“内模原理”的进一步发展.

如果在  $f(x_1, x_2, t)$  中有已知部分  $f_0(x_1, x_2, t)$ , 那么对上述控制器补充一个函数  $f_0(z_1, z_2, t)$  的发生器得如下改进结构:

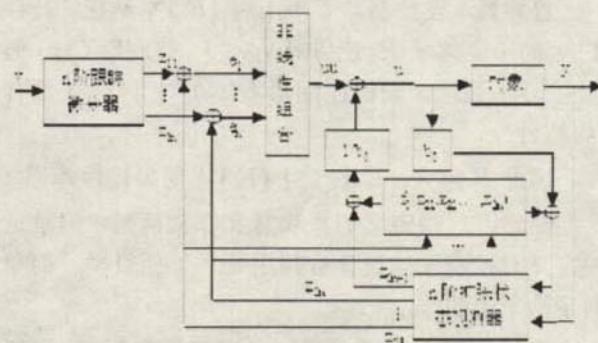


图 4 模型补偿自抗扰控制器

$f_0(x_1, x_2, t) = 0$  就是前述情形. 大量仿真研究和实验研究证实, 关于  $f(x_1, x_2, t)$  的已知“知识”

$f_0(x_1, x_2, t)$  利用的越多, ADRC 的控制品质越好。由于 ESO 的输出  $z_1, z_2, z_3$  已含有有关未知部分  $f(x_1, x_2, t) - f_0(x_1, x_2, t)$  的充分信息, 可以用来提炼剩余未知部分进一步充实已知“知识”  $f_0(x_1, x_2, t)$ , 从而再行改善控制器性能。这样, 在图 4 结构中补充用  $z_1, z_2, z_3$  辨识未知部分并用此结果来充实“已知知识”的环节, 那么这个控制器将是“越用, 越好用”, 将具备“自学习”功能。另外, 这个 ADRC 结构实际上统一了不确定系统 ( $f_0(x_1, x_2, t) = 0$  的情形) 控制问题和确定系统 ( $f_0(x_1, x_2, t) = f(x_1, x_2, t)$  的情形) 的控制问题。

大量仿真研究和实物实验表明, 对于时变、强非线性、强耦合、大时滞等广泛的被控对象, ADRC 均能给出很好的控制效果<sup>[17~24]</sup>。

## 5 “适应性”和“鲁棒性”的新涵义

前面已指出了独立于  $(A, B, C)$  的控制机理, 对这种控制器来说, 现行的“适应性”、“鲁棒性”已失去了原来意义, 需要赋予新的涵义。

下面, 用  $F$  表示对象动力学模型  $f(x_1, x_2, t)$  的某一个集合;  $V$  表示参考输入  $v(t)$  的某一个集合;  $C(p)$  表示带有参数组  $p$  的控制器。

这里要研究的问题是, 如何设计控制器  $C(p)$ , 使得它对  $\forall f(x_1, x_2, t) \in F, \forall v(t) \in V$ , 都能使闭环的输出  $y(t)$  跟踪参考输入  $v(t)$ , 因此不妨把集合对  $\{F, V\}$  当作被控对象(实际上是一类对象)。

适应性。如果对  $\forall f(x_1, x_2, t) \in F, \forall v(t) \in V$ , 控制器  $C(p)$  都能按给定品质指标使闭环输出  $y(t)$  跟踪参考输入  $v(t)$ , 则说控制器  $C(p)$  对  $\{F, V\}$  “适应”。

因此  $F$  和  $V$  越大, 控制器  $C(p)$  的适应范围越大。

鲁棒性。设控制器  $C(p_0)$  对  $\{F, V\}$  适应。若存在  $p_0$  的一个邻域  $P$ , 使得对  $\forall p \in P$ , 控制器  $C(p)$  仍对  $\{F, V\}$  适应, 则说控制器  $C(p_0)$  对  $\{F, V\}$  具有“鲁棒性”。

因此  $P$  越大,  $C(p_0)$  对  $\{F, V\}$  的鲁棒性越强。

显然, 这些定义的直观意义非常清楚。但是这种定义对控制系统设计有何用处? 下面只举一简单例子给予说明。

根据集合  $F$  和控制量  $u$  的可能变化范围, 可以定出衡量系统变化快慢的“时间尺度”<sup>[12]</sup>, 用  $\tau$  表示这个时间尺度。这时, 集合  $F$  的“大小”将取决于  $\tau$ , 被控对象类可表示成  $\{F(\tau), V\}$ 。对给定的控制器

$C(p)$ , 其参数组  $p$  对  $\tau$  的依赖关系  $p(\tau)$  是能够确定得出来的。如果对某一“标准”时间尺度对象类, 如  $\tau_0 = 1$  的对象类, 定出了控制器参数组  $p(\tau_0)$ , 那么可以得出如下结论: 当控制器  $C(p(\tau_0))$  对  $\{F(\tau_0), V\}$  适应且具有鲁棒性, 那么对  $\{F(\tau), V\}$  适应且具有鲁棒性的控制器将是  $C(p(\tau))$ 。

这个结论说明, 有了函数关系  $p(\tau)$ , 那么控制器的设计全部归结为: 对标准对象  $\{F(\tau_0), V\}$  设计出适应且具有鲁棒性的控制器  $C(p(\tau_0))$  的问题了。

在实际问题中时间尺度不一定事先知道, 但是根据函数关系  $p(\tau)$  (这是由  $C(p)$  的结构容易确定的) 和时间尺度的适当估计方法相结合, 可以设计出控制器参数自整定的学习算法<sup>[12]</sup>。初步研究表明这种学习算法简单且效率很高。

如何刻画被控对象类, 是进一步需要探讨的问题。我们的初步研究表明, 对无时滞的单变量系统  $x^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, t) + bu$  而言, 当控制器结构确定之后, 时间尺度  $\tau$  是影响控制器参数的最关键的参数, 因此用  $\{F(\tau), V\}$  的方式来刻画这类被控对象是比较合适的。对于有控制作用时滞的系统, 时滞的大小也是影响控制器参数的因素, 而对于多变量系统来说, 输入 - 输出静态耦合关系(不是动态耦合关系)是影响解耦控制的因素。因此诸如时间尺度、时滞、静态耦合关系等是系统综合所需要的刻画系统的部分“表征量”。显然, 这些表征量的确定比起确定模型  $(A, B, C)$  容易的多, 而且前述的控制器 NLPID, ADRC 的参数对这些表征量并不敏感。

## 6 结束语

控制系统模型  $(A, B, C)$  作为控制系统分析的有力工具, 推动了现代控制理论的蓬勃发展, 作出了不可磨灭的贡献。但是, 在控制工程实践中依靠  $(A, B, C)$  的系统设计方法却遇到了许多难以克服的问题。“能否不用  $(A, B, C)$  来设计出高性能控制器?”是控制工程实践迫切需要解决的问题。本文试图说明“不用  $(A, B, C)$  也能设计出高性能控制器”, 而且探讨“不用  $(A, B, C)$  的系统设计方法”是解决“鲁棒性”难题的有效途径。摆脱了  $(A, B, C)$ , 被控对象的线性和非线性之间差异显不出来。实际上, 反馈机制的引入就已填平了线性和非线性的明显鸿沟。控制工程实践需要发展一种新的系统“综合(设计)方法”和相应“综合(设计)理论”。这种新的“综合方法和理论”所要依据的不是对象的  $(A, B, C)$ , 而是象“时间尺度”、“时滞”、输入 - 输出之间的“静

态耦合关系”(不是动态耦合关系)、“控制能力范围”等,有明显直观物理意义并且容易拿得到的新的系统“表征量”。关于这些新的“表征量”的刻画,我们只有一些初步结果,尚需进一步探讨。尽管如此,有一点是清楚的:非线性是产生功能和效率的源泉,开发利用简单而高效的非线性特性是新“设计方法”不可缺少的重要手段,因此需要发展控制系统的“非线性综合方法和理论”。

### 参考文献

- 1 须田信英. PID 制御. システム制御情報ライブラリ -6, 朝仓书店, 1993
- 2 А. Г. Ивахненко, Индуктивный Метод Семоорганизации Моделей Сложных Систем. НАУКОВАДУМКА, КИЕВ, 1982
- 3 Теория Инвариантности в Системах Автоматического Управления. Труды Второго Всесоюзного Советования (КИЕВ), 29, Москва: Издательство, НАУКА, 1964
- 4 旺纳姆 W M. 线性多变量控制:一种几何方法. 北京:科学出版社, 1984
- 5 韩京清. 反馈系统中的线性和非线性. 控制与决策, 1988, (2): 27-32
- 6 韩京清. 控制理论 — 模型论还是控制论. 系统科学与数学, 1989, (4): 328-335
- 7 韩京清, 王伟. 非线性跟踪 - 微分器. 系统科学与数学, 1994, (2): 177-183
- 8 韩京清, 袁露林. 跟踪微分器的离散形式. 控制系统仿真与 CAD 学术会议, 台州, 1996
- 9 韩京清. 非线性 PID 控制器. 自动化学报, 1994, (4): 487-490
- 10 韩京清. 一种新型控制器 -NLPIID. 控制与决策 1994, (6): 401-407
- 11 韩京清, 王学军. 控制系统的时间尺度与控制器. 中国控制会议论文集, 太原, 1994, 314-321
- 12 韩京清. 利用非线性特性改进 PID 控制律. 信息与控制, 1995, (6): 356-364
- 13 韩京清. 一类不确定对象的“扩张状态观测器”. 控制与决策, 1995, (1): 85-88
- 14 韩京清. 非线性状态误差反馈律 —NLSEF. 控制与决策, 1995, (3): 221-225
- 15 韩京清. 自抗扰控制器及其应用. 控制与决策, 1998, (1): 18-23
- 16 韩京清. 大时滞系统的自抗扰控制. 控制与决策, 1999, (4): 354-358
- 17 李华, 张宝霖, 周荣光. 发电机励磁系统的新型非线性控制器. 清华大学学报, 1992, (4): 1-10
- 18 高龙, 郭国晓, 李德源. 非线性 PID 电力系统控制器. 中国控制会议论文集, 太原, 1994, 327-333
- 19 丁曙初, 韩京清. 无塔供水系统控制. 中国控制会议论文集, 黄山, 1995, 1579-1583
- 20 周力军, 韩京清. 不确定系统在线自寻最优点的一种途径. 中国控制会议论文集, 庐山, 1997, 633-636
- 21 黄远灿, 韩京清. 自抗扰控制器在空间降噪中的应用. 中国控制会议论文集, 1997, 庐山, 1105-1108