

非线性 MIMO 系统的降维状态观测器*

向峥嵘 吴晓蓓 陈庆伟 胡维礼

(南京理工大学自动化系·南京·210094)

0231 TP13

摘要: 研究一类多输入多输出(MIMO)非线性时变系统的降维状态观测器设计问题. 提出一种非线性降维状态观测器设计方案, 并从理论上证明了状态观测误差的指数收敛性. 其中设计的降维状态观测器具有收敛速度可调的特性, 最后给出了数值算例, 仿真结果表明了本文方法的有效性.

关键词: 非线性系统; 降维状态观测器; 坐标变换; 指数收敛性

文献标识码: A

MIMO系统

控制理论

Reduced-Order State Observer for MIMO Nonlinear Systems

XIANG Zhengrong, WU Xiaobei, CHEN Qingwei and HU Weili

(Department of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, 210094, P.R. China)

Abstract: The design problem of reduced-order state observer for a class of multi-input multi-output (MIMO) nonlinear time-varying systems is studied in this paper. A new design method of nonlinear reduced-order state observer is proposed, and the exponential convergence is proved for the proposed state observer. The observer has the characteristics of that the speed of convergence is adjustable. Finally, an example is given to show that this approach is effective.

Key words: nonlinear systems; reduced-order observer; coordinate transformation; exponential convergence

1 引言(Introduction)

状态观测器设计是控制理论及控制工程中的一个重要研究课题. 自 Luenberger 关于观测器设计的研究以来, 线性系统的观测器理论已日渐成熟, 非线性系统的观测器也得到了广泛的讨论^[1-4]. 但由于非线性系统本身的复杂性, 这一问题远未得到解决, 常需要针对不同的对象做相应的讨论.

本文研究一类可以输入输出线性化的 MIMO 非线性系统的状态观测器设计问题, 关于该类系统的全维状态观测器设计已有人研究^[4]. 本文的目的是进一步探讨该类系统的降维观测器设计问题, 提出一种非线性降维状态观测器设计方案, 并证明了状态误差按指数收敛到零, 最后给出了实例与仿真研究, 结果证实了理论分析.

2 系统描述及预备知识(System description and preliminaries)

考虑下列 MIMO 非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, t) + \sum_{i=1}^n g_i(x, t)u_i = f(x, t) + g(x, t)u, \\ y = h(x, t). \end{cases}$$

(1)

其中 $x \in \mathbb{R}^n$ 是系统的状态变量, $u, y \in \mathbb{R}^m$ 分别为控制输入和可测输入; $f(x, t), g_i(x, t)$ 和 $h(x, t)$ 是光滑的向量场, 且对于 $\forall x \in \mathbb{R}^n, t \in \mathbb{R}^+$, $f(0, t) = 0, h(0, t) = 0, g(x, t) \neq 0$. 容许控制输入 $u(t)$ 是一致有界的, 即存在正常数 M , 使得

$$\|u(t)\| < M, t \in \mathbb{R}^+. \quad (2)$$

定义 1^[5] 设 $\phi(x, t)$ 和 $X(x, t)$ 分别为 $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+$ 上的光滑函数及光滑向量场, 则 $\phi(x, t)$ 对 $X(x, t)$ 的时变李导数 $\Gamma_X \phi$ 为

$$\begin{cases} \Gamma_X \phi(x, t) = L_X \phi(x, t) + \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t}, \\ \Gamma_X^k \phi(x, t) = \Gamma_X(\Gamma_X^{k-1} \phi(x, t)), k = 1, 2, \dots. \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\Gamma_X^0 \phi(x, t) = \phi(x, t)$, $L_X \phi(x, t)$ 表示 $\phi(x, t)$ 对 $X(x, t)$ 的李导数.

定义 2 考虑系统(1), 如果对 x_0 点的一个邻域 U 内的所有 x 及 $t \in \mathbb{R}^+$ 满足

$$\begin{aligned} 1) & L_{g_j} \Gamma_X^k h_i(x, t) = 0, \\ & i, j = 1, \dots, m, k = 0, 1, \dots, \rho_i - 2; \end{aligned}$$

2) $m \times m$ 矩阵

* 基金项目: 国家自然科学基金(69974021)资助项目.
收稿日期: 1997-11-10; 收修改稿日期: 1998-09-8.

$$\bar{F}(x, t) = \begin{pmatrix} L_{g_1} \Gamma_f^{f_1-1} h_1(x, t) & \cdots & L_{g_m} \Gamma_f^{f_m-1} h_m(x, t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} \Gamma_f^{f_1-1} h_1(x, t) & \cdots & L_{g_m} \Gamma_f^{f_m-1} h_m(x, t) \end{pmatrix} \quad (4)$$

在 x_0 点是非奇异的, 则称系统(1) 在邻域 U 内具有时变向量相对阶 $[\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m]$.

假设 1 系统(1) 在原点的一个邻域 U 内具有时变向量相对阶 $[\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m]$, 且满足条件 $\sum_{i=1}^m \rho_i = n$.

定理 1 如果系统(1) 满足假设 1, 则存在一个局部坐标变换 T

$$z = T(x, t) = (h_1(x, t), \dots, \Gamma_f^{f_1-1} h_1(x, t), \dots, h_m(x, t), \dots, \Gamma_f^{f_m-1} h_m(x, t))^T, \quad (5)$$

使得系统(1) 在 z 坐标下具有如下的标准形

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + B[\alpha(z, t) + F(z, t)u(t)], \\ y(t) = Cz(t). \end{cases} \quad (6)$$

式中

$$\begin{cases} A = \text{blockdiag}(A^1, A^2, \dots, A^m), \\ B = \text{blockdiag}(B^1, B^2, \dots, B^m), \\ C = \text{blockdiag}(C^1, C^2, \dots, C^m), \\ C^i = (1, 0, 0, \dots, 0) \in {}^{1 \times \rho_i}, \\ A^i = \begin{pmatrix} 0 & I_{(\rho_i-1) \times (\rho_i-1)} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in {}^{\rho_i \times \rho_i}, \\ B^i = \begin{pmatrix} 0_{(\rho_i-1) \times 1} \\ 1 \end{pmatrix} \in {}^{\rho_i \times 1}, \\ \alpha(z, t) = \bar{\alpha}(x, t) = (\Gamma_f^{f_1} h_1(x, t), \dots, \Gamma_f^{f_m} h_m(x, t))^T, \\ F(z, t) = \bar{F}(x, t). \end{cases} \quad (7)$$

假设 2 $\alpha(z, t)$ 和 $F(z, t)$ 满足局部 Lipschitz 条件, 即对于 $\forall z_1, z_2 \in T(U, t), t \in \mathbb{R}^+$, 存在 Lipschitz 常数 γ_1, γ_2 使得

$$\begin{aligned} \|\alpha(z_1, t) - \alpha(z_2, t)\| &\leq \gamma_1 \|z_1 - z_2\|, \\ \|F(z_1, t) - F(z_2, t)\| &\leq \gamma_2 \|z_1 - z_2\|. \end{aligned} \quad (8)$$

3 主要结果(Main results)

对系统(6)引入下列非奇异线性变换阵 W

$$W = \begin{pmatrix} E \\ C \end{pmatrix}, \quad Wz = \begin{pmatrix} v \\ y \end{pmatrix}. \quad (9)$$

其中 $E \in {}^{(n-m) \times n}, E = \text{blockdiag}(E^1, E^2, \dots, E^m)$,

$$E^i = (0, I) \in {}^{(\rho_i-1) \times \rho_i},$$

则系统(6)可化为如下形式

$$\begin{cases} \dot{v} = \bar{A}v + \bar{B}[\alpha(z, t) + F(z, t)u(t)], \\ \dot{y} = \bar{C}v. \end{cases} \quad (10)$$

即利用输出 y 构成系统(6)状态变量的一部分, 其中

$$\bar{A} = \text{blockdiag}(\bar{A}^1, \bar{A}^2, \dots, \bar{A}^m),$$

$$\bar{B} = \text{blockdiag}(\bar{B}^1, \bar{B}^2, \dots, \bar{B}^m),$$

$$\bar{C} = \text{blockdiag}(\bar{C}^1, \bar{C}^2, \dots, \bar{C}^m),$$

$\bar{A}^i, \bar{B}^i, \bar{C}^i$ 是具有与 A^i, B^i, C^i 相同结构的 Brunowsky 标准形, 且

$$\bar{A}^i \in {}^{(\rho_i-1) \times (\rho_i-1)}, \bar{B}^i \in {}^{(\rho_i-1) \times 1}, \bar{C}^i \in {}^{1 \times (\rho_i-1)}. \quad (11)$$

定义输入 $\bar{u} = \bar{B}[\alpha(z, t) + F(z, t)u(t)]$ 和输出 $\bar{y} = y$, 则可把系统(10)化为

$$\begin{cases} \dot{v} = \bar{A}v + \bar{u}, \\ \bar{y} = \bar{C}v \end{cases} \quad (12)$$

对上述 $(n-m)$ 维子系统构造全维状态观测器如下

$$\begin{aligned} \dot{\hat{v}} &= (\bar{A} - H\bar{C})\hat{v} + H\bar{y} + \bar{u} = \\ &(\bar{A} - H\bar{C})\hat{v} + H\bar{y} + \\ &\bar{B}[\alpha(\hat{z}, t) + F(\hat{z}, t)u(t)], \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $H \in {}^{(n-m) \times m}$ 为降维状态观测器增益矩阵, $H = \text{blockdiag}(H^1, H^2, \dots, H^m), H^i = (H_1^i, H_2^i, \dots, H_{\rho_i-1}^i)^T$. 易见观测器(13)中包含输出 y 的导数, 从抗干扰性的角度而言这是不希望的. 为此, 通过引入下式而达到在观测器方程中消去 $\dot{y}$ 的目的

$$\hat{\omega}(t) = \hat{v}(t) - H\bar{y}(t). \quad (14)$$

这样由式(13), (14)得到系统(6)的降维状态观测器为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\omega}}(t) = (\bar{A} - H\bar{C})(\hat{\omega}(t) + H\bar{y}(t)) + \\ \bar{B}[\alpha(\hat{z}, t) + F(\hat{z}, t)u(t)], \\ \hat{z}(t) = W^{-1} \begin{pmatrix} \hat{\omega}(t) + H\bar{y}(t) \\ y(t) \end{pmatrix}. \end{cases} \quad (15)$$

设 $\lambda_j^i (i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, \rho_i - 1, \lambda_j^i < 0)$ 为观测器(15)的一组期望极点, 显然存在非奇异变换阵 $V \in {}^{(n-m) \times (n-m)}$, 使得

$$V(\bar{A} - H\bar{C})V^{-1} = \text{diag}(\lambda_1^1, \dots, \lambda_{\rho_1-1}^1, \dots, \lambda_1^m, \dots, \lambda_{\rho_m-1}^m) = \Lambda. \quad (16)$$

定义状态观测误差 $e(t) = \hat{z}(t) - z(t)$, 则有如下的定理.

定理 2 如果系统(1)满足假设 1, 2, 则可构造下列指数收敛的非线性降维状态观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{\omega}}(t) = (\bar{A} - H\bar{C})(\hat{\omega}(t) + Hy(t)) + \\ \quad \bar{B}[a(\hat{z}, t) + F(\hat{z}, t)u(t)], \\ \hat{z}(t) = W^{-1} \begin{pmatrix} \hat{\omega}(t) + Hy(t) \\ y(t) \end{pmatrix}, \\ \hat{x} = T^{-1}(\hat{z}, t). \end{cases} \quad (17)$$

证 记 $\omega(t) = v(t) - Hy(t)$, 则由式(10)可得

$$\dot{\omega}(t) = (\bar{A} - H\bar{C})(\omega(t) + Hy(t)) + \bar{B}[a(z, t) + F(z, t)u(t)], \quad (18)$$

考虑状态观测误差 $e(t)$

$$\begin{aligned} e(t) &= \hat{z}(t) - z(t) = \\ &W^{-1} \begin{pmatrix} \hat{\omega}(t) + Hy(t) \\ y(t) \end{pmatrix} - W^{-1} \begin{pmatrix} \omega(t) + Hy(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \\ &W^{-1} \begin{pmatrix} \hat{\omega}(t) - \omega(t) \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (19)$$

由式(19)得

$$Ee(t) = \hat{\omega}(t) - \omega(t),$$

于是

$$\dot{E}e(t) = (\bar{A} - H\bar{C})Ee(t) + \bar{B}[a(\hat{z}, t) - a(z, t) + u(t)(F(\hat{z}, t) - F(z, t))]. \quad (20)$$

对上式积分可得

$$\begin{aligned} Ee(t) &= e^{(\bar{A} - H\bar{C})t} Ee(0) + \\ &\int_0^t e^{(\bar{A} - H\bar{C})(t-\tau)} \bar{B}[a(\hat{z}, \tau) - a(z, \tau) + \\ &u(\tau)(F(\hat{z}, \tau) - F(z, \tau))] d\tau, \end{aligned}$$

上式两边取范数, 并注意到

$$\|e^{(\bar{A} - H\bar{C})t}\| = e^{\lambda t},$$

$$\|a(\hat{z}, t) + F(\hat{z}, t)u(t) - (a(z, t) + F(z, t)u(t))\| \leq (\gamma_1 + \gamma_2 M) \|\hat{z}(t) - z(t)\| = \gamma \|e(t)\|,$$

其中 $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 M$. 则不等式

$$\begin{aligned} \|VEe(t)\| &\leq e^{\lambda t} \|VEe(0)\| + \\ &\int_0^t e^{\lambda(t-\tau)} \gamma \|VB\| \cdot \|e(t)\| d\tau \leq \\ &e^{\lambda t} \|VEe(0)\| + \\ &\int_0^t e^{\lambda(t-\tau)} \gamma \sqrt{n-m} \|(VE)^{-1}\| \cdot \\ &\|VEe(t)\| dt. \end{aligned} \quad (21)$$

式中 $\bar{\lambda} = \max_{i,j} \lambda_j^i$. 对上式应用 Bellman-Gronwall 不等式^[6], 有

$$\|e(t)\| \leq \|(VE)^{-1}\| \cdot \|VEe(0)\| \exp(at). \quad (22)$$

其中 $a = \bar{\lambda} + \gamma \sqrt{n-m} \|(VE)^{-1}\| < 0$.

证毕.

注 1 观测器(17)收敛的条件是 $a = \max_{i,j} \lambda_j^i + \gamma$

$\sqrt{n-m} \|(VE)^{-1}\| < 0$. 该条件总可以通过选取适当的观测器极点 λ_j^i 而得到满足^[4].

注 2 本文设计的降维状态观测器(17)是 $n-m$ 维的, 且观测器的估计状态是以 α 指数衰减至系统(1)的真实状态. 此外, α 的选取并不唯一, 即观测器(17)的收敛速度是可调的.

注 3 设 $\lambda_j^i (i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, \rho_i-1, \lambda_j^i < 0)$ 为降维状态观测器的一组期望极点, 则观测器增益阵 H 可由下式得到

$$\begin{cases} H = \text{blockdiag}(H^1, H^2, \dots, H^m), \\ H^i = (H_1^i, H_2^i, \dots, H_{\rho_i}^i)^T, \\ (\lambda - \lambda_1^i)(\lambda - \lambda_2^i) \cdots (\lambda - \lambda_{\rho_i-1}^i) = \\ \lambda^{\rho_i-1} + H_1^i \lambda^{\rho_i-2} + \cdots + H_{\rho_i-1}^i. \end{cases} \quad (23)$$

注 4 观测器(17)能够局部收敛的区域取决于假设 1, 2 成立的领域 U . 如果 $U = \mathbb{R}^n$, 则式(17)是系统(1)的一个全局指数收敛的降维状态观测器.

4 仿真例子 (Simulation example)

考虑下列系统的降维观测器设计问题

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - (2 + \cos t)x_2, \\ \dot{x}_2 = x_2^2 - 2x_1x_3 + e^{-t}u_1, \\ \dot{x}_3 = x_3 + x_4, \\ \dot{x}_4 = x_2 \sin t + u_2, \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = x_1, \\ y_2 = x_3. \end{cases} \quad (24)$$

据定理 2 可设计系统(24)的非线性降维状态观测器为:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\omega}} = (1 - H_1)(\hat{\omega}_1 + H_1 y_1) - (2 + \cos t)[(\hat{\omega}_2 + \\ H_2 y_2 - y_2)^2 - 2y_1 y_2 + e^{-t}u_1] + \\ \frac{\sin t}{2 + \cos t}(y_1 - \hat{\omega}_1 - H_1 y_1), \\ \dot{\hat{\omega}}_2 = (1 - H_2)(\hat{\omega}_2 + H_2 y_2) + u_2 + \\ \frac{\sin t}{2 + \cos t}(y_1 - \hat{\omega}_1 - H_1 y_1), \\ \hat{x}_1 = y_1, \quad \hat{x}_2 = (y_1 - \hat{\omega}_1 - H_1 y_1)/(2 + \cos t), \\ \hat{x}_3 = y_2, \quad \hat{x}_4 = \hat{\omega}_2 + H_2 y_2 - y_2. \end{cases} \quad (25)$$

取输入 $u_1 = -1, u_2 = -\sin t$, 初始值 $x_1(0) = 1, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0.5, x_4(0) = 0.5, \hat{x}_2(0) = -2, \hat{x}_4(0) = 3.5$, 观测器增益 $H_1 = 5, H_2 = 8$. 这时得仿真结果如图 1 所示, 其中状态估计误差 $e_2 = \hat{x}_2 - x_2, e_4 = \hat{x}_4 - x_4$. 由仿真结果可以看出, 利用本文设计的降维观测器得到的估计状态是指指数规律渐近收敛到系统的真实状态. 进一步调整观测器增益阵 H 还可改变状态

(下转第 95 页)

采用文[6]中普通 ANN 串并联模型进行辨识, 取 BP 网络结构为 4-20-1, 权值阈值学习速率 $\eta = 0.01$, 经过 100000 次的学习, 辨识结果仍有差异, 两种方法的辨识均方差曲线比较见图 5。

可见, 对于 W 模型的辨识, 文[6]的模型虽然跟踪速度较快, 权值能短时间内收敛到真值的附近, 但经过长时间训练仍存在较大差异; 而本文方法虽然开始时跟踪较慢, 但经过一段时间训练后, 权值能最终收敛到真值, 这是因为本文模型是从结构上模拟 W 模型的。

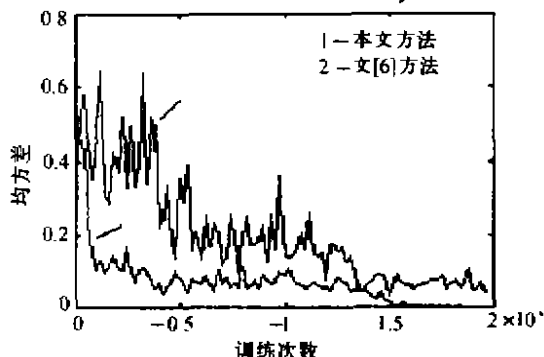


图 5 辨识均方差曲线比较
Fig. 5 Error curve

4 结论 (Conclusion)

仿真结果说明了该方法的有效性, 在噪声情况下, 仍能获得较高精度的估计结果, 并且该方法模型结构简单, 计算量少, 收敛性较好。

(上接第 91 页)

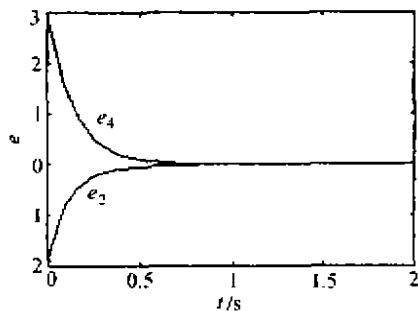


图 1 状态估计误差 e_2, e_4
Fig. 1 Estimated state errors e_2, e_4

观测误差收敛速度, 这正是我们给出的理论分析结果。

参考文献 (References)

- [1] Walcott B L, Corless M J and Zak S H. Comparative study of nonlinear state-observation techniques [J]. Int. J. Control, 1987, 45 (6): 2109 - 2132
- [2] Raghavan S and Hedrick J K. Observer design for a class of nonlinear systems [J]. Int. J. Control, 1994, 59 (2): 515 - 528
- [3] 马克茂, 王子才, 史小平. 一类非线性系统的观测器设计 [J]. 控

参考文献 (References)

- [1] Hsia T C 著, 关礼民译. 系统辨识与应用 [M]. 长沙: 中南工业大学出版社, 1986
- [2] Krempf R. Application of three-level-pseudorandom-signals for parameter estimation of nonlinear system [A]. 3rd IFAC Symp. on Identification and System Parameter Estimation [C], 1973, 2: 835 - 838
- [3] 胡德文, 王正志. 非线性系统 Wiener 模型辨识 [J]. 自动化学报, 1991, 17 (2): 151 - 159
- [4] 黄正良, 吴坚, 万百五. 辨识 Wiener 模型的一种新方法 [J]. 控制理论与应用, 1996, 13 (3): 326 - 332
- [5] Chen S, et al. Nonlinear system identification using neural networks [J]. Int. J. Control, 1990, 51 (6): 1191 - 1214
- [6] 田明, 戴汝为. 基于动态 BP 神经网络的系统辨识方法 [J]. 自动化学报, 1993, 19 (4): 450 - 453
- [7] Al-Duwaihi H, et al. Use of multilayer feedforward neural networks in identification and control of Wiener model [J]. IEE Proc. Control Theory and Application, 1996, 143 (3): 25 - 258
- [8] Narendra K S and Parthasarathy K. Identification and control of dynamic systems using neural networks [J]. IEEE Trans Neural Networks, 1990, 1 (1): 4 - 27

本文作者简介

李世华 1975 年生, 分别于 1995 年, 1998 年在东南大学获得学士和硕士学位, 现于东南大学自动控制系攻读博士学位, 主要研究方向为: 系统辨识, 智能控制, 机器人控制。

吴福保 1972 年生, 1997 年在东南大学获得硕士学位, 现于东南大学自动化所攻读博士学位, 主要研究方向为: 粗糙集合理论与应用, 模糊控制, 神经网络控制。

李 奇 1963 年生, 1992 年在东南大学获博士学位, 现为东南大学教授, 主要研究方向: 系统辨识, 复杂系统智能控制与计算机控制。

制理论与应用, 1998, 15 (3): 443 - 446

- [4] Ciccarella G, Dalla Mora M and Germani A. A luenberger-like observer for nonlinear systems [J]. Int. J. Control, 1993, 57 (3): 537 - 556
- [5] Cheng D Z and Yun X P. Linearization of time-varying affine nonlinear systems [J]. System Sciences and Mathematical Sciences, 1988, 1 (2): 119 - 130
- [6] Slotine J J E and Li W. 应用非线性控制 [M]. 蔡自兴等译. 北京: 国防工业出版社, 1992

本文作者简介

向峰嵘 1969 年生, 讲师, 1998 年在南京理工大学获博士学位, 主要研究兴趣是非线性控制, 不确定性系统的鲁棒控制, 神经网络在控制中的应用等。

陈庆伟 1963 年生, 高级工程师, 1988 年在南京理工大学自动控制系获硕士学位, 目前主要研究方向为智能控制理论及应用, 计算机控制系统等。

吴晓蕾 1958 年生, 副教授, 1986 年在南京理工大学自动控制系获硕士学位, 目前主要研究方向为智能控制理论及神经网络在控制中的应用等。

胡维礼 1941 年生, 南京理工大学教授, 博士生导师, 1965 年毕业于清华大学自控系, 目前研究领域为鲁棒自适应控制, 非线性控制及智能控制理论在伺服驱动系统中的应用等。