

一类线性离散时滞大系统的分散镇定*

俞立

(浙江工业大学信息工程学院·杭州·310032)

TP271.8

0231

摘要: 用一组线性矩阵不等式给出一类线性离散时滞大系统分散能镇定的一个充分条件,进而,通过建立和求解一个凸优化问题,提出了具有较小反馈增益参数的分散稳定化状态反馈控制律的设计方法.所得到的控制器不仅使得闭环系统是稳定的,而且还可以使得闭环系统状态具有给定的衰减度.

关键词: 离散系统; 时滞; 分散镇定

文献标识码: A

反馈控制律

Decentralized Stabilization of a Class of Large-Scale Linear Discrete Time-Delay Systems

YU LI

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, 310032, P. R. China)

Abstract: This paper considers the decentralized stabilization problem via local state feedback control laws for a class of large-scale linear discrete-time systems with delay interconnections. A sufficient condition for decentralized stabilizability is derived and is expressed as a system of linear matrix inequalities. Furthermore, the problem of designing a decentralized state feedback control law with smaller feedback gain parameters is formulated as a convex optimization problem, and latter can be solved by using existing efficient convex optimization techniques. The obtained controller enables the closed-loop systems to be not only stable, but also of any prescribed stability degree.

Key words: discrete systems; delay; decentralized stabilization

1 引言(Introduction)

由于其实现的可靠性和经济性,大系统的分散控制受到了人们广泛的重视^[1].具有滞后关联的一类关联动态大系统的分散状态反馈镇定问题也已为众多学者所研究^[2-7].然而,对离散时间关联时滞系统,只在文献[2~5]中给以了讨论.文献[3]要求系统的关联项满足一定的结构条件,即只考虑通过输入关联的系统,文献[2,4,5]尽管讨论了一般的关联系统,并提出了系统分散能镇定的充分条件,但并没有给出分散稳定化控制器的系统化设计方法.它所提出的方法只是选定一个分散状态反馈控制律,检验其是否满足闭环系统稳定的充分条件.显然,这样的方法带有很大的盲目性,而且,为了使得闭环系统稳定性的充分条件得以满足,所得到的控制律往往具有较大的反馈增益参数.

本文针对一般结构的离散时间关联时滞系统,提出了其可用分散线性状态反馈控制律镇定的条

件,进而将这样一个条件转化成一组线性矩阵不等式的可解性问题,这样一组线性矩阵不等式系统的解给出了分散稳定化控制律的一个参数化表示.利用该参数化表示可以进一步解决使得闭环系统状态具有给定衰减度和具有较小反馈增益参数等要求的分散控制律设计问题.

2 问题的描述(Problem statement)

考虑由 N 个关联子系统 $S_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 复合而成的关联系统

$$S_i: x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B_i u_i(k) + \sum_{j=1}^N A_{ij} x_j(k-h_{ij}), \quad (1)$$

其中 $x_i(k) \in \mathbb{R}^{n_i}$, $u_i(k) \in \mathbb{R}^{m_i}$ 分别是子系统 S_i 的状态和控制向量, A_i , B_i 和 A_{ij} 是具有适当维数的实常数矩阵, $h_{ij} \geq 0$ 表示关联项中的滞后时间.

假定各个子系统的状态都是可以直接测量得到的,则本文的目的是对每一个子系统设计一个局部

* 基金项目:国家自然科学基金(69974036)和浙江省自然科学基金资助项目.

收稿日期:1997-6-16;收修改稿日期:1999-11-16

无记忆状态反馈控制律

$$u_i(k) = F_i x_i(k). \quad (2)$$

其中 $F_i \in m_i \times n_i$ 表示局部反馈增益矩阵,使得所导出的闭环复合系统

$$x_i(k+1) = A_{ci} x_i(k) + \sum_{j=1}^N A_{ij} x_j(k - h_{ij}), \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

是稳定的,其中 $A_{ci} = A_i + B_i F_i$. 若这样的控制律

$$\begin{bmatrix} -P_i^{-1} & A_i + B_i F_i & A_{i1} & \cdots & A_{iN} \\ A_i^T + F_i^T B_i^T & -P_i + \delta_i R_i & & & \\ A_{i1}^T & & -\delta(A_{i1}) R_1 & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ A_{iN}^T & & & & -\delta(A_{iN}) R_N \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

则系统(1)是分散能镇定的,且具有以上矩阵 K_i 作为局部反馈增益矩阵的状态反馈控制律(2)是系统(1)的一个分散稳定化控制律.其中 $\delta(\cdot)$ 是一个两值函数, $\delta(0) =$

$$0, \text{ 对 } E \neq 0, \delta(E) = 1, \delta_i = \sum_{j=1}^N \delta(A_{ij}).$$

证 在定理条件下,取 $u_i(k) = F_i x_i(k)$, 相应的闭

(2)存在,则称系统(1)是分散能镇定的,相应的控制律(2)称为是系统(1)的一个分散稳定化控制律.

3 分散稳定化控制器设计 (Design decentralized stabilizing controllers)

以下定理给出了系统(1)分散能镇定的一个条件.

定理 1 对系统(1),如果存在矩阵 $F_i \in m_i \times n_i$ 和对称正定矩阵 $P_i, R_i \in n_i \times n_i$, 使得

环复合系统是式(3).考虑以下的 Lyapunov 函数

$$V(x_k) = \sum_{i=1}^N [x_i^T(k) P_i x_i(k) + \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^{h_{ij}} \delta(A_{ij}) x_j^T(k-l) R_j x_j(k-l)], \quad (5)$$

则沿系统(3)的任意轨线,

$$\Delta V(x_k) = V(x_{k+1}) - V(x_k) =$$

$$\sum_{i=1}^N | [A_{ci} x_i(k) + \sum_{j=1}^N A_{ij} x_j(k - h_{ij})]^T P_i [A_{ci} x_i(k) + \sum_{j=1}^N A_{ij} x_j(k - h_{ij})] - x_i^T(k) P_i x_i(k) +$$

$$\sum_{j=1}^N \delta(A_{ij}) x_j^T(k) R_j x_j(k) - \sum_{j=1}^N \delta(A_{ij}) x_j^T(k - h_{ij}) R_j x_j(k - h_{ij}) | =$$

$$\sum_{i=1}^N | x_i^T(k) (A_{ci}^T P_i A_{ci} - P_i + \delta_i R_i) x_i(k) + \sum_{j=1}^N 2 x_i^T(k) A_{ci}^T P_i A_{ij} x_j(k - h_{ij}) +$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N x_j^T(k - h_{ij}) A_{ij}^T P_i A_{ij} x_j(k - h_{ij}) - \sum_{j=1}^N \delta(A_{ij}) x_j^T(k - h_{ij}) R_j x_j(k - h_{ij}) | =$$

$$\sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} x_i(k) \\ x_1(k - h_{i1}) \\ \vdots \\ x_N(k - h_{iN}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_{ci}^T P_i A_{ci} - P_i + \delta_i R_i & A_{ci}^T P_i A_{i1} & \cdots & A_{ci}^T P_i A_{iN} \\ A_{i1}^T P_i A_{ci} & A_{i1}^T P_i A_{i1} - \delta(A_{i1}) R_1 & \cdots & A_{i1}^T P_i A_{iN} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{iN}^T P_i A_{ci} & A_{iN}^T P_i A_{i1} & \cdots & A_{iN}^T P_i A_{iN} - \delta(A_{iN}) R_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i(k) \\ x_1(k - h_{i1}) \\ \vdots \\ x_N(k - h_{iN}) \end{bmatrix}.$$

因此,如果

$$\begin{bmatrix} A_{ci}^T P_i A_{ci} - P_i + \delta_i R_i & A_{ci}^T P_i A_{i1} & \cdots & A_{ci}^T P_i A_{iN} \\ A_{i1}^T P_i A_{ci} & A_{i1}^T P_i A_{i1} - \delta(A_{i1}) R_1 & \cdots & A_{i1}^T P_i A_{iN} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{iN}^T P_i A_{ci} & A_{iN}^T P_i A_{i1} & \cdots & A_{iN}^T P_i A_{iN} - \delta(A_{iN}) R_N \end{bmatrix} < 0, \quad (6)$$

则系统(3)是稳定的.而式(6)可进一步写成

$$\begin{bmatrix} A_{ci} & A_{i1} & \cdots & A_{iN} \end{bmatrix}^T P_i \begin{bmatrix} A_{ci} & A_{i1} & \cdots & A_{iN} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -P_i + \delta_i R_i & & & \\ & -\delta(A_{i1}) R_1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & -\delta(A_{iN}) R_N \end{bmatrix} < 0. \quad (7)$$

由矩阵的 Schur 补性质,矩阵不等式(7)成立当且仅当式(4)成立. 证毕.

根据定理 1 的分散能镇定条件,我们提出系统(1)的一个分散稳定化控制器设计方法.

定理 2 对系统(1),如果存在正定矩阵 $Q_i > 0, S_i > 0$ 和矩阵 Y_i 使得

$$\begin{bmatrix} -Q_i & A_i Q_i + B_i Y_i & A_{i1} Q_i & \cdots & A_{iN} Q_i \\ Q_i A_i^T + Y_i^T B_i^T & -Q_i + \delta_i S_i & 0 & \cdots & 0 \\ Q_i A_{i1}^T & 0 & -\delta_i (A_{i1}) S_i & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ Q_i A_{iN}^T & 0 & & & -\delta_i (A_{iN}) S_N \end{bmatrix} < 0. \quad (8)$$

则系统(1)是分散能镇定的,且

$$u_i = Y_i Q_i^{-1} x_i, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\begin{bmatrix} -P_i^{-1} & A_i P_i^{-1} + B_i F_i P_i^{-1} & A_{i1} P_i^{-1} & \cdots & A_{iN} P_i^{-1} \\ P_i^{-1} A_i^T + P_i^{-1} F_i^T B_i^T & -P_i^{-1} + \delta_i P_i^{-1} R_i P_i^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ P_i^{-1} A_{i1}^T & 0 & -\delta_i (A_{i1}) P_i^{-1} R_i P_i^{-1} & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ P_i^{-1} A_{iN}^T & 0 & & & -\delta_i (A_{iN}) P_i^{-1} R_i P_i^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

记 $Q_i = P_i^{-1}$, $Y_i = F_i P_i^{-1}$, $S_i = P_i^{-1} R_i P_i^{-1}$, 即可得证本定理的结论.

式(8)是一个关于矩阵变量 Q_i , Y_i 和 S_i 的线性矩阵不等式,应用 MATLAB 软件中有关 LMI 的相应命令可方便地求解矩阵不等式(8).进而,从所得到的可行解 Q_i , Y_i 和 S_i , 根据 $F_i = Y_i Q_i^{-1}$ 和式(2),可得所需要的分散稳定化控制律.这种方法不仅给出了一个分散稳定化控制律,而且给出了一组分散稳定化控制律的参数化表示.从而,便于设计满足其它一些附加要求(例如增益参数的尽可能小,控制器结构的约束等)的分散稳定化控制器.

$$\begin{bmatrix} -Q_i & \alpha^{-1} A_i Q_i + \alpha^{-1} B_i Y_i & \alpha^{-h_{i1}-1} A_{i1} Q_i & \cdots & \alpha^{-h_{iN}-1} A_{iN} Q_i \\ \alpha^{-1} Q_i A_i^T + \alpha^{-1} Y_i^T B_i^T & -Q_i + \delta_i S_i & 0 & \cdots & 0 \\ \alpha^{h_{i1}-1} Q_i A_{i1}^T & 0 & -\delta_i (A_{i1}) S_i & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha^{-h_{iN}-1} Q_i A_{iN}^T & 0 & 0 & \cdots & -\delta_i (A_{iN}) S_N \end{bmatrix} < 0. \quad (9)$$

则分散控制律

$$u_i = Y_i Q_i^{-1} x_i, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

将保证闭环系统的状态具有给定的衰减度 α .

证 事实上,在闭环系统(3)中取变换 $x_i(k) = \alpha^k \tilde{x}_i(k)$, 并利用定理 1 和 2 的结论即可证得本定理.

以下我们进一步探讨具有较小反馈增益参数的分散稳定化控制律的设计方法.

考虑

$$Y_i^T Y_i < \alpha_i I, \quad Q_i^{-1} < \beta_i I, \quad (10)$$

其中 $\alpha_i > 0, \beta_i > 0$. 由于 $F_i = Y_i Q_i^{-1}$, 则

$$F_i^T F_i = Q_i^{-1} Y_i^T Y_i Q_i^{-1} < \alpha_i \beta_i^2 I.$$

因此可以通过使得 α_i, β_i 的极小化来保证分散稳定

是系统(1)的一个分散稳定化控制律.

证 根据定理 1, 并对式(4)左边的矩阵分别左乘和右乘矩阵

$$\begin{bmatrix} I & & & & \\ & P_i^{-1} & & & \\ & & P_i^{-1} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & P_N^{-1} \end{bmatrix}$$

可得

$$\begin{bmatrix} A_{i1} P_i^{-1} & \cdots & A_{iN} P_i^{-1} \\ 0 & \cdots & 0 \\ -\delta_i (A_{i1}) P_i^{-1} R_i P_i^{-1} & & \\ & \ddots & \\ -\delta_i (A_{iN}) P_i^{-1} R_i P_i^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

4 结合特定要求的分散控制器设计 (Controller design with additional constraints)

上一节导出的分散控制律保证了闭环系统的稳定性,但未必能保证其具有良好的动态性能.以下定理给出了闭环系统状态具有给定衰减度的分散控制器设计方法.即对所有的 $i = 1, 2, \dots, N$, $\|x_i(k)\| < \gamma_i \alpha^k$, 其中 γ_i 是确定的常数, $\alpha (0 < \alpha < 1)$ 是由设计者给定的参数.

定理 3 对给定的常数 $\alpha (0 < \alpha < 1)$ 和系统(1), 如果存在正定矩阵 $Q_i > 0, S_i > 0$ 和矩阵 Y_i 使得

化控制律具有较小的反馈增益参数.

引理 1 1) $Y_i^T Y_i < \alpha_i I$ 当且仅当

$$\begin{bmatrix} -\alpha_i I & Y_i^T \\ Y_i & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (11)$$

2) $Q_i^{-1} < \beta_i I$ 当且仅当

$$\begin{bmatrix} Q_i & I \\ I & \beta_i I \end{bmatrix} > 0. \quad (12)$$

证 由初等矩阵运算即可证之.

容易看到矩阵不等式(11), (12)关于变量 $(Y_i, \alpha_i), (Q_i, \beta_i)$ 是仿射线性的.

由以上讨论,建立一个优化问题:

(下转第 132 页)

6 结束语(Conclusion)

本文根据滑模控制原理,提出了一种新的基于 FNN 的滑模控制方法.从仿真结果可以看出,采用本文提出的 FNN 控制不仅能抑制高频颤动,对模型的不确定性和外部扰动亦具有较强的鲁棒性,而且跟踪精度也是令人满意的.尤其要指出的是,本文的方法比一般的变结构控制鲁棒性强,而且在设计中不需要知道系统中不确定性和扰动的上界.但是从仿真中也可以看到模糊神经网络滑模控制器的上升时间大于常规滑模控制器,且其跟踪误差稍大.因此如何减少上升时间,进一步消除静差将是我们下一步的工作.

参考文献(References)

- [1] 冯纯伯.非线性控制系统分析与设计[M].南京:东南大学出版社

(上接第 127 页)

$$\min \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i + \sum_{i=1}^n \beta_i \right) \quad (13)$$

s. t. 式(8)或(9), (11), (12)

这是一个具有线性矩阵不等式约束的凸优化问题,因此,可以应用 MATLAB 软件中有关 LMI 中的 mincx 命令求解之.利用这个问题的解可以构造一个具有较小反馈增益参数的分散稳定化控制律.

以上的优化问题提供了一个分散稳定化控制律的系统化设计方法.

参考文献(References)

- [1] Jamshidi M. Large-Scale Systems, Modeling and Control [M]. New York: Elsevier Science Publishing Co., Inc, 1983
- [2] Lee T N and Radovic U L. General decentralized stabilization of large-scale linear continuous and discrete time-delay systems [J]. Int. J. Control, 1987, 46(6): 2127 - 2140
- [3] Lee T N and Radovic U L. Decentralized stabilization of linear continu-

ous and discrete-time systems with delay in interconnections [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1988, 33(8): 757 - 761

- [2] 高为炳.变结构控制理论基础[M].北京:中国科学技术出版社,1990
- [3] Slotine J J E. Sliding controller design for nonlinear systems [J]. Int. J. Control, 1984, 40(2): 421 - 434
- [4] 金耀初,蒋静坪.一类非线性系统的模糊变结构控制及应用.控制与决策,1992,7(1):36 - 40
- [5] Hwang G C, Chang S. A stability approach to fuzzy control design for nonlinear system [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1992, 48: 279 - 287
- [6] 达飞鹏,徐嗣鑫.基于模糊神经网络的系统辨识[J].控制与决策,1997,12(4):377 - 380
- [4] Wang W J, Wang R J and Chen C S. Stabilization, estimation and robustness for discrete large scale systems with delays [J]. Control-Theory and Advanced Technology, 1995, 10(4): 1717 - 1736
- [5] Wang W J and Mau L G. Stabilization and estimation for perturbed discrete time-delay large-scale systems [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1997, 42(9): 1277 - 1282
- [6] Yu Li, Holmberg U and Bonvin D. Decentralized robust stabilization of a class of interconnected uncertain delay systems [J]. Control-Theory and Advanced Technology, 1995, 10(4): 1475 - 1483
- [7] 俞立,陈国定.一类关联时滞系统的分散稳定化控制器设计[J].控制与决策,1997,12(5):559 - 564

本文作者简介

达飞鹏 1968 年生.1998 年 5 月毕业于东南大学自动化研究所并获博士学位.现从事企业博士后工作.研究方向为模糊控制,神经网络及快速制造系统.

宋文忠 1936 年生.1960 年毕业于南京工学院.现任东南大学自动化研究所教授,博士生导师.从事生产过程自动化及计算机集成制造系统的研究

本文作者简介

俞立 1961 年生.1982 年获南开大学控制理论专业学士学位,后在浙江大学工业自动化专业获硕士和博士学位,1993 年至 1995 年获瑞士联邦政府奖学金留学瑞士联邦洛桑理工学院.现为浙江工业大学信息工程学院教授.主要研究领域包括不确定系统的鲁棒控制, H_∞ 控制,大系统的分散控制和时滞系统的控制等.发表论文 70 余篇.