文章编号：1000-8152(2001)01-0076-04

WTA 问题的遗传算法研究

曹奇英　　何张兵
（春兰研究院·江苏泰州，225300）（华东船舶工业学院电子与信息系·江苏镇江，212003）

摘要：提出一种解武器-目标分配问题(weapon target assignment, WTA)的遗传算法，此方法根据遗传算法理论，设计了一种新的武器-目标分级组合关系式，并缩小了搜索的可行解空间．经多个战例的仿真表明此算法不仅全局收敛性好、稳定性高，易于进行并行处理，而且每个解都具有实际的可分配性．

关键词：遗传算法；WTA 问题；组合
文献标识码：A

A Genetic Algorithm of Solving WTA Problem

CAO Qiying
(Chunlan Academy, Jiangsu Taizhou, 225300, P.R.China)
CHAO Qiying　and　HE Zhangbing
(Department of Electronics and Information, East China Ship Building Institute·Jiangsu Zhenjiang, 212003, P.R.China)

Abstract: We proposed a genetic algorithm for solving weapon target assignment (WTA) problem. The relation between weapons and targets is established by the classified combinatorial optimization and efficient parallel algorithm, which is assigning the usable weapons to destroy every battle event. The results demonstrate that the algorithm can converge to the ideal steady state with high speed and provide us several optimal solutions.

Key words: genetic algorithm; WTA problem; combination

1　引言(Introduction)

武器-目标分配问题是现代战争中一个十分重要的问题，其解空间随 M(武器总数)和 N(目标总数)的增加而呈指数级的增加，使其成为一个多参数、多约束 NP 问题．这类组合优化的资源分配问题带有大量的局部极值点，往往是不可微的、不连续的、有约束条件和高度非线性．为解决这一问题，人们提出许多算法[1,2]，例如 Kuttar 提出的序列算法，把分配问题假定认为按顺序逐个地进行，用迎击失败概率最小的方式去选择目标与迎击武器组合．还有人提出用分支定界法来搜索求解，但这些算法收敛速度很慢．E. Wacholker 提出一种神经网络的解法，其依据是 Hopfield 和 Tank 的神经网络模型，但惩罚值难于确定，有时得不到稳定的解．有些算法只涉及到武器平台与目标的对应关系，并未直接把武器与目标直接对应起来，存在一定的实用差距．近来又出现朱齐丹等人采用二值神经网络直接把武器与目标相对应来解决 WTA 问题，虽然速度快，但有时得不到稳定的解，其解也不一定完全满足约束条件．

本文提出一种用遗传算法来求解 WTA 问题的方法，通过直接把约束条件编入编码来构造武器与目标分级组合式，从而缩小搜索的可行解空间，减少编码位，不需要惩罚值，使系统收敛速度快、性能稳定，最终获得最优武器-目标分配结果．

2　WTA 问题(Weapon-target assignment problem)

在一个战斗编队中有 M 个武器，N 个目标，设 P_{ij} 为第 j 个武器迎击第 i 个目标的命中概率．其命中概率是由编队 C^3I 系统提供．第 i 个目标所能分配的武器数量的最大值为 $t[i]$．

如系统分配第 j 个武器迎击第 i 个目标则：$y_{ij}=1$，否则 $y_{ij}=0$．

定义 1　武器-目标分配的最佳解是分配迎击全部目标的失败概率和最小．

$$\min \text{sum} = \sum_{i=1}^{N}\prod_{j=1}^{M}(1-P_{ij}Y_{ij}). \qquad (2.1)$$

如编队 C^3I 系统提供每个目标的威胁值 V_i，则可以定义如下：

收稿日期：1999-03-05；收修改稿日期：2000-04-14．

定义 2　武器-目标分配的最佳解是分配迎击全部目标的失败威胁值概率和最小.

$$\min \text{ sum} = \sum_{i=1}^{N} V_i \prod_{j=1}^{M} (1 - P_{ij} Y_{ij}). \qquad (2.2)$$

定义 3　武器-目标分配的最佳解是分配迎击全部目标的杀伤概率和最大.

$$\max \text{ sum} = \sum_{i=1}^{N} V_i \prod_{j=1}^{M} P_{ij} Y_{ij}. \qquad (2.3)$$

对于 N 个目标, M 个武器, 武器 - 目标分配矩阵如使用一般的二进制编码, 取 $y_{ij} = 1$ 或 $y_{ij} = 0$ 则整个搜索空间为 $2^{N \times M}$, 这个空间十分巨大,

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1M} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{N1} & y_{N2} & \cdots & y_{NM} \end{bmatrix}_{n \times m}. \qquad (2.4)$$

但在武器-目标分配中有三个约束条件:

1) 第 i 个目标最多可以分配 $t[i]$ 个武器;

2) 总分配武器数必须小于等于 M:

$$\sum_{i=1}^{N} t[i] \leqslant M; \qquad (2.5)$$

3) 同一武器不能同时迎击两个及其以上目标:

$$\sum_{i=1}^{N} Y_{ij} \leqslant 1. \qquad (2.6)$$

3　遗传算法(Genetic algorithm)

3.1　遗传算法简介(Introduction of genetic algorithm)

遗传算法是一种鲁棒性强的自适应启发式随机搜索算法,来源于进化论和群体遗传学,它利用随机化技术来指导一个被编码的参数空间进行高效搜索,它处理的对象不是参数本身,而是对参数集进行了编码的个体,它有能同时处理群体中多个个体的能力,即同时对空间中的多个解进行评估,使之具有较好的全局搜索性能,并减少陷入局部优解的风险.遗传算法是全局收敛性主要根据 Holland 的模式定理的定性分析[3], Eiben 等用马尔科夫链(Markov chain)证明了保留最优个体(elitist)的 GA 的概率性全局收敛,恽为民[4]等用齐次马尔科夫链证明了 SGA 不是全局收敛的, OMSGA(optimum maintaining simple genetic algorithm)是全局收敛的,同时指出 AGA(adaptive genetic algorithm)也是全局收敛.

遗传算法中包括以下五个基本要素: 1) 对可行解空间的参数编码; 2) 祖先群体的设定; 3) 适合度函数的设计; 4) 遗传操作的设计; 5) 控制参数的设定(群体规模大小、使用各遗传算子操作的概率和迭代停止准则).这五个要素构成了遗传算法的核心内容.

3.2　分级组合排列编码(Encoding by combination and arrangement)

通过对约束条件的分析,我们可以知道搜索空间中有绝大部分解是无效的非法解.我们设计了一种新的直接把所有约束编入编码的方法来直接构造一个满足所有约束条件的分级组合排列,来直接映射武器-目标的分配.对于一个给定的目标 i 都有一个由分配给它的 $t[i]$ 个武器的组合与之相对应,对于 N 目标就有 N 个分级的组合与之对应.

编码:对于第一个目标可供分配的武器数 M,所需分配的武器数为 $t[1]$,则分配的武器的组合为 $C_M^{t[1]}$.对第二个目标,可供分配的武器数 $M - t[1]$,所需分配的武器 $t[2]$,则分配的武器的组合为 $C_{M-t[1]}^{t[2]}$.其他目标-武器分配类推.

目标(1, 2, 3, …, N):

1	2	3	…	N
$\underbrace{(**..**)}_{t[1]}$	$\underbrace{(**..**)}_{t[2]}$	$\underbrace{(**..**)}_{t[3]}$		$\underbrace{(**..**)}_{t[N]}$

则对应的组合搜索空间:

$$C_M^{t[1]} \cdot C_{M-t[1]}^{t[2]} \cdot C_{M-t[1]-t[2]}^{t[3]} \cdot \cdots \cdot C_{M-\sum_{i=1}^{N-1} t[i]}^{t[N]}, \qquad (3.1)$$

即为

$$\frac{M!}{t[1]!\,t[2]!\,t[3]!\cdots t[N]!\,(M - \sum_{i=1}^{N} t[i])!}. \qquad (3.2)$$

在此搜索空间中每一个数 n 唯一对应一个分级组合式,每一个分级组合式都可以唯一映射成一个数 n,它们一一映射,每个分级组合式就是一个可行解,它满足所有的约束条件.然后再对 n 进行二进制编码,用遗传算法求解最优解的 n,即 n 所对应的一个武器-目标分配的分级组合式.通过这种直接分级组合编码,可以将搜索空间极大地减小:

$$2^{N \times M} \to \frac{M!}{t[1]!\,t[2]!\,t[3]!\cdots t[N]!\,(M - \sum_{i=1}^{N} t[i])!}. \qquad (3.3)$$

对选择、交叉、变异等遗传操作后所得到的二进制编码串转换为数 n,对数 n 再转换为分级武器与目标组合式.第 i 级组合分别对应 n_i,所得到的最终分级武器-目标组合式即分配武器的结果,根据分配武器的结果求适应值 sum.

$$n = n_1 + C_M^{t[1]}(n_2 + C_{M-t[1]}^{t[2]}(n_3 + C_{M-t[1]-t[2]}^{t[3]}(n_4 + \cdots + C_{M-\sum_{i=1}^{N-1} t[i]}^{t[N]} n_N)\cdots)). \qquad (3.4)$$

4 仿真(simulation)

4.1 算法控制(Control method in the algorithm)

我们采用期望值模型(expected value model)选择机制,它克服赌轮选择机制因群体规格有限等原因所产生的随机选择错误.即个体被实际选中的次数与它应被选中的期望值 $(n \cdot f(x_i)/\sum_{i=1}^{n} f(x_i))$ 之间可能存在一定的误差.我们采取先按期望值 $(n \cdot f(x_i)/\sum_{i=1}^{n})f(x_i))$ 的整数部分安排个体被选中的次数,而对其望值的小数部分作为概率进行贝努利实验(Bernolli trials).若实验成功,则个体被选择,如此反复实验,直到选满为止.

适应度函数的定标(fitness scaling):对目标函数值进行某种映射变换.采用幂函数定标,即 $f(z) = z^a$,a 为一常量.遗传算法的选择强度可以通过适应度函数值伸缩加以控制.一般来说,在遗传优化的初始阶段希望选择的强度稍低一些,以避免群体被单个或少数几个适应度较高的个体所支配,而导致未成熟收敛现象,定 $a = 1$,在遗传优化的后期,即遗传算法接近收敛的情况下,由于群体内的个体间适应度的差异较小,继续优化的潜能较低.应适当地提高选择强度,以便遗传算法得到一个更优的解,定 $a = 2$.

4.2 仿真结果(Simulation results)

某舰艇编队共有武器数为14个,即 $M = 14$,现有攻击目标个数 $N = 12, N = 10, N = 8, N = 6, N = 4$ 五种情况进行武器-目标分配,迎击武器的命中概率由舰艇编队 C^3I 系统提供:

表1 命中概率 P_{ij}

Table 1 Probability of hit P_{ij}

i	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0.10	0.20	0.40	0.70	0.90	0.10	0.08	0.70	0.60	0.50	0.20	0.34	0.78	0.65
2	0.15	0.75	0.86	0.80	0.00	0.20	0.35	0.45	0.50	0.23	0.12	0.43	0.56	0.74
3	0.20	0.45	0.40	0.70	0.65	0.00	0.10	0.10	0.65	0.45	0.34	0.54	0.76	0.34
4	0.56	0.56	0.00	0.06	0.40	0.20	0.50	0.40	0.50	0.67	0.87	0.95	0.45	0.63
5	0.32	0.00	0.40	0.54	0.90	0.00	0.70	0.60	0.20	0.65	0.10	0.08	0.65	0.05
6	0.10	0.20	0.45	0.15	0.95	0.0	0.90	0.70	0.30	0.00	0.50	0.40	0.50	0.04
7	0.00	0.74	0.65	0.10	0.08	0.60	0.80	0.43	0.50	0.30	0.45	0.67	0.79	0.40
8	0.80	0.25	0.40	0.20	0.45	0.60	0.30	0.50	0.60	0.40	0.50	0.70	0.80	0.40
9	0.50	0.20	0.75	0.35	0.87	0.50	0.50	0.65	0.70	0.30	0.10	0.70	0.56	0.34
10	0.40	0.00	0.23	0.80	0.32	0.00	0.80	0.30	0.60	0.10	0.45	0.54	0.65	0.76
11	0.55	0.30	0.40	0.60	0.75	0.00	0.50	0.56	0.43	0.43	0.54	0.65	0.76	0.34
12	0.20	0.20	0.30	0.40	0.00	0.00	0.40	0.70	0.60	0.87	0.67	0.90	0.45	0.34
13	0.03	0.42	0.40	0.30	0.00	0.90	0.30	0.55	0.55	0.25	0.35	0.45	0.65	0.45
14	0.67	0.23	0.04	0.72	0.10	0.00	0.20	0.00	0.60	0.96	0.00	0.30	0.63	0.20

当 $N = 12$ 时,分配武器数:

$t[3] = t[4] = 2, t[i] = 1\ (i = 1,2,5,6,\cdots,N)$;

当 $N = 10$ 时,分配武器数:

$t[1] = t[2] = 3, t[i] = 1\ (i = 3,4,\cdots,N)$;

当 $N = 8$ 时,分配武器数:

$t[i] = 2\ (i = 1,2,3,4,5,6), t[7] = t[8] = 1$;

当 $N = 6$ 时,分配武器数:

$t[i] = 3\ (i = 1,2,3,4), t[5] = t[6] = 1$;

当 $N = 4$ 时,分配武器数:

$t[i] = 4\ (i = 1,2,3), t[4] = 2$.

如 C^3I 系统提供每个目标的威胁值 V_i,则将威胁值大的目标排在前面.

群体规模 $nn = 200$;交叉概率 $P_c = 0.8$,变异概率 $P_m = 0.02$,选择期望值模型为选择机制,种群代数 gen = 3000. 此例采用定义1武器-目标分配的最佳解是分配迎击全部目标的失败概率和最小.

表 2 五种战例的分配结果

Table 2 Results of assignment for five example

i	j: 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1					◇	△○		△□◇	△	○◇			○	▲□○
2	○		▲○◇	△□		○	◇		○	△		△	□	◇
3	○	○◇	□	○◇		▲			▲□◇				△◇	
4								○			▲△◇□○	▲□○◇		
5					□○	□	△			▲				
6					△		▲□○			□				
7		▲△□												
8	▲△□													
9			△		▲									
10				▲										△
11													▲	
12								▲						

表 2 中 N = 12,10,8,6,4 时武器-目标分配结果分别用符号▲,△,□,○,◇表示.每个武器在不影响全局最优的情况下,能够尽可能选择命中概率最大的目标攻击,并且分配结果完全满足三个约束要求.系统运行时间在 30 秒 ~ 60 秒.

5 结论(Conclusion)

本文首先介绍了 WTA 的各种算法,并指出这些算法存在的问题,然后分析提出了遗传算法适合于解决此类资源分配的组合优化问题.同时也提出一种新的直接把所有约束编入编码来极大地减小搜索空间的编码方法.实验证明这种算法全局收敛性好、稳定性高,易于进行并行处理.本方法特别适合此类资源分配的组合优化问题,具有广阔的应用前景.

参考文献(References)

[1] Zhu Qidan, Hu Shaoyong and Song Fuxiang. A neural network algorithm of solving weapon-target assignment problem [J]. Journal of Harbin Engineering University, 1997, 18(3): 36 - 41

[2] Gui Baoqi, Cao Qiying and Zheng Feng. Backtracking algorithm for solving weapon-target assignment problem [J]. Journal of East China Shipbuilding Institute, 1997, 12(4): 52 - 57 (in Chinese)

[3] Holland J H. Adaptation in Nature and Artificial Systems [M]. Michigan: The University of Michigan Press, 1975

[4] Yun Weimin and Xi Yugeng. The analysis of global convergence and computational efficiency for genetic algorithm [J]. Control Theory and Applications, 1996, 13(4): 455 - 460 (in Chinese)

本文作者简介

曹奇英 1960 年生.1998 年于江苏理工大学获得工学博士学位.教授.主要从事优化、决策、相关分析等研究.目前在春兰博士后工作站从事数字化家庭网络研究工作.

何张兵 1975 年生.2000 年毕业于华东船舶工业学院,获工学硕士学位.