

## 数学形态学在图象处理中的应用进展\*

戴青云

(广东工业大学电子与信息工程系·广州, 510643; 华南理工大学通信与电子工程系·广州, 510640)

余英林

(华南理工大学通信与电子工程系·广州, 510640)

**摘要:** 数学形态学是一种非线性滤波方法. 形态和差运算, 即膨胀与腐蚀是数学形态学的基础. 数学形态学已由二值形态学、灰度形态学、软数学形态学、模糊形态学发展到模糊软形态学. 可用于抑制噪声、特征提取、边缘检测、图象分割、形状识别、纹理分析、图象恢复与重建等图象处理问题, 在图象处理领域得到了越来越广泛的应用. 本文结合目前的研究进展, 对数学形态学的理论研究及其应用进展进行综合性阐述.

**关键词:** 膨胀; 腐蚀; 二值形态学; 灰度形态学; 模糊形态学; 软形态学; 模糊软形态学

**文献标识码:** A

## The Advances of Mathematical Morphology in Image Processing

DAI Qingyun

(Institute of Information Engineering, Guangdong University of Technology · Guangzhou, 510643;

Department of Communications and Electronics Engineering, South China University of Technology · Guangzhou, 510640, P. R. China)

YU Yinglin

(Department of Communications and Electronics Engineering, South China University of Technology · Guangzhou, 510640, P. R. China)

**Abstract:** Mathematical morphology is a methodology of nonlinear filters. The basic morphological operations which stem from Minkowski set operations are dilation and erosion. Mathematical morphology firstly handled binary images as sets and probed them with a structuring element which formed binary morphology, and then gradually formed gray-scale morphology, soft mathematical morphology, fuzzy mathematical morphology, and fuzzy soft mathematical morphology. It has been widely used in the area of image processing such as noise suppression, edge detection, image segmentation, feature extraction, nonlinear image filtering and so on. We briefly review some recent advances both in the theory and applications of morphological image analysis.

**Key words:** dilation; erosion; binary morphology; gray-scale morphology; fuzzy mathematical morphology; soft mathematical morphology; fuzzy soft mathematical morphology

### 1 引言(Introduction)

数学形态学历史可回溯到 19 世纪的 Euler, Steiner, Crofton 和本世纪的 Minkowski<sup>[1]</sup>, Matheron<sup>[2]</sup> 和 Serra<sup>[3,4]</sup>. 1964 年法国的 Matheron 和 Serra 在积分几何的研究成果上, 将数学形态学引入图象处理领域, 并研制了基于数学形态学的图象处理系统. 1982 年出版的专著《Image Analysis and Mathematical Morphology》是数学形态学发展的重要里程碑, 表明数学形态学在理论上趋于完备及应用上不断深入. 数学形态学蓬勃发展, 由于其并行快速、易于硬件实现, 已引起了人们的广泛关注. 目前, 数学形态学已在计算机视觉、信号处理与图象分析、模式识别、计算方法与数据处理等方面得到了极为广泛的应用.

数学形态学是一种非线性滤波方法. Minkowski 结构和差运算, 即形态和差(膨胀与腐蚀)是数学形态学的基础. 数学形态学可以用来解决抑制噪声、特征提取、边缘检测、图象分割、形状识别、纹理分析、图象恢复与重建、图象压缩等图象处理问题<sup>[5]</sup>.

数学形态学首先处理二值图象<sup>[6]</sup>. 数学形态学将二值图象看成是集合, 并用结构元素来探察. 结构元素是一个可以在图象上平移, 且尺寸比图象小的集合. 基本的数学形态学运算是将结构元素在图象范围内平移, 同时施加交、并等基本集合运算.

灰度数学形态学是二值数学形态学对灰度图象的自然扩展, 其中, 二值化形态学中所用到的交、并运算分别用最

\* 基金项目: 国家自然科学基金(69772026)与广东省教育厅基金(990049)资助项目.

收稿日期: 1999-08-27; 收修改稿日期: 2001-04-16.

大、最小极值运算代替。Sternberg<sup>[7]</sup>对灰度形态学的算法及应用进行了综合的阐述,崔屹<sup>[8]</sup>也对灰度形态学的算法及应用进行了较全面的介绍。

Sinha and Dougherty<sup>[9]</sup>于90年代初将模糊数学引入数学形态学领域,形成模糊数学形态学。在模糊数学形态学的方法中,图象不再看成是硬二值化集合,而是模糊集合。集合的交、并运算分别由凸的交、并运算代替,从而分别形成模糊腐蚀和模糊膨胀。周煦潼<sup>[10]</sup>、施鹏飞等在此方面进行了较深入的研究。

此外,Koskinen<sup>[11]</sup>等还提出了另一种数学形态学方法——软数学形态学。软数学形态学方法用排序加权统计方法代替最小、最大法。权值与结构元素有关,并由核心和软边界两大部分组成。软数学形态学具有硬数学形态学相似的代数特性<sup>[12]</sup>,但具有更强的抗噪声干扰的能力,对加性噪声及微小形状变化不敏感。舒昌献、莫玉龙<sup>[13]</sup>等对基于软化形态学的边缘检测算子的性能也进行了分析和比较。

Gasteratos<sup>[14]</sup>等将模糊集合理论应用到软数学形态学提出了模糊软数学形态学。模糊软数学形态学将模糊数学形态学和软数学形态学结合起来,可根据图象的拓扑结构,合理选择模糊集合运算算子及结构元素核心、软边界的定义域,并通过改变反映结构元素与图象间匹配程度的参数 $K$ 的值调整图象处理的输出结果。

最近由Goustias提出的形态小波<sup>[15]</sup>是一种非线性的多分辨率分析方法,兼顾了数学形态学与小波变换的优点,具有更好的多分辨率分析特性和更好的抗噪声性能。

本文结合目前的研究进展,对数学形态学的理论研究及其应用进展进行了综合性阐述

## 2 二值形态学(Binary morphology)

数学形态学中二值图像的形态变换是一种针对集合的处理过程<sup>[16]</sup>。其形态算子的实质是表达物体或形状的集合与结构元素间的相互作用,结构元素的形状就决定了这种运算所提取的信号的形状信息。形态学图象处理是在图象中移动一个结构元素,然后将结构元素与下面的二值图象进行交、并等集合运算。基本的形态运算是腐蚀和膨胀。

在形态学中,结构元素是最重要最基本的概念。结构元素在形态变换中的作用相当于信号处理中的“滤波窗口”。用 $B(x)$ 代表结构元素,对工作空间 $E$ 中的每一点 $x$ ,腐蚀和膨胀的定义为:

$$\text{腐蚀: } X = E - B = \{x; B(x) \subset E\}, \quad (1)$$

$$\text{膨胀: } Y = E \oplus B = \{y; B(y) \cap E \neq \emptyset\}. \quad (2)$$

用 $B(x)$ 对 $E$ 进行腐蚀的结果就是把结构元素 $B$ 平移后使 $B$ 包含于 $E$ 的所有点构成的集合。用 $B(x)$ 对 $E$ 进行膨胀的结果就是把结构元素 $B$ 平移后使 $B$ 与 $E$ 的交集非空的点构成的集合。先腐蚀后膨胀的过程称为开运算。它具有消除细小物体,在纤细处分离物体和平滑较大物体边界的作用。先膨胀后腐蚀的过程称为闭运算。它具有填充物体内部细小空洞,连接邻近物体和平滑边界的作用。

可见,二值形态膨胀与腐蚀可转化为集合的逻辑运算,

算法简单,适于并行处理,且易于硬件实现<sup>[17]</sup>,适于对二值图象进行图象分割<sup>[18]</sup>、细化<sup>[19]</sup>、抽取骨架<sup>[20]</sup>、边缘提取<sup>[21]</sup>、形状分析<sup>[22]</sup>。但是,在不同的应用场合,结构元素的选择及其相应的处理算法是不一样的,对不同的目标图象需设计不同的结构元素和不同的处理算法。结构元素的大小、形状选择合适与否,将直接影响图象的形态运算结果。因此,很多学者结合自己的应用实际,提出了一系列的改进算法。如梁勇<sup>[23]</sup>提出的用多方位形态学结构元素进行边缘检测算法既具有较好的边缘定位能力,又具有很好的噪声平滑能力。许超<sup>[24]</sup>提出的以最短线段结构元素构造准圆结构元素或序列结构元素生成准圆结构元素相结合的设计方法,用于骨架的提取,可大大减少形态运算的计算量,并可同时满足尺度、平移及旋转相容性,适于对形状进行分析和描述。

## 3 灰度形态学(Grayscale morphology)

灰度数学形态学是二值数学形态学对灰度图象的自然扩展。在灰度形态学中,二值化形态学中所用到的交、并运算将分别用最大、最小极值运算代替。灰度图象的腐蚀和膨胀过程可直接从图象和结构元素的灰度级函数计算出来。对图象中的某一点 $f(x, y)$ ,灰度形态学腐蚀运算的定义为<sup>[7]</sup>:

$$(f - g)(x, y) = \min_{i, j} \{f(x-i, y-j) - g(-i, -j)\}; \quad (3)$$

灰度形态学的膨胀运算的定义为:

$$(f \oplus g)(x, y) = \max_{i, j} \{f(x-i, y-j) + g(i, j)\}. \quad (4)$$

其中, $f$ 代表图象的灰度值, $g$ 代表结构元素的灰度值。

灰度形态膨胀即以结构元素 $g(i, j)$ 为模板,搜寻图象在结构基元大小范围内的灰度值的极大值。腐蚀运算过程则是以结构元素 $g(i, j)$ 为模板,搜寻图象在结构基元大小范围内的灰度差的极小值。灰度的形态膨胀与形态腐蚀运算的表达式与图象处理中的卷积积分非常相似(即以和、差代替连乘,用最小、最大运算代替求总和)。从信号处理的角度来看,灰度形态和差是一种极值滤波,因此灰度形态学也是一种非线性的、不可逆的变换。灰度形态膨胀与腐蚀相当于局部最大和最小滤波运算,因此与基于顺序统计的滤波密切相关,其开、闭运算则可构成灰度形态学梯度<sup>[25]</sup>、Top-HaT变换<sup>[26]</sup>、混合滤波器<sup>[8]</sup>、流域分析等方法<sup>[8]</sup>。其中灰度形态学梯度与阈值结合可进行边缘检测,Top-HaT变换可检测噪声污染图象中的边缘<sup>[26]</sup>,混合滤波器具有类似中值滤波器的滤波性能<sup>[8]</sup>,而用分水岭变换则可对灰度图象进行有效分割<sup>[27]</sup>。此外,灰度形态学与分形结合还可进行纹理分析<sup>[28]</sup>。

## 4 软数学形态学(Soft mathematical morphology)

在软数学形态学的运算中,注入了“顺序统计”的数学思想。标准形态学里用到的极大极小运算用加权排序统计法代替<sup>[11]</sup>并将结构元素分为核心和软边界两大部分。软数学形态学可进一步分为灰度软数学形态学和二值软数学形态学。

在灰度软形态学的膨胀与腐蚀运算中,图象 $f$ 的灰度值与传统的形态学一样,需要与结构元素的灰度值结合起来。与结构元素软边界对应的处理结果和与结构元素核心(重复 $K$ 次)对应的结果按升序或降序排列。该排列表中的第 $K$ 个元素即为软数学形态膨胀或腐蚀的结果。令: $\{k \circ f(x)\}$ 表示

$f(x)$  重复  $K$  次, 软灰度结构元素  $[\beta, \alpha, k]$  对灰度图象  $f$  的软形态腐蚀的定义为<sup>[14]</sup>:

$$f - [\beta, \alpha, k](x) = \bigcup_{\substack{(x+y) \in K_1 \\ (x+z) \in K_2}} \{k \text{th smallest of } (\{k \diamond (f(y) - \alpha(x+y))\} \cup \{f(z) - \beta(x+z)\})\}. \quad (5)$$

软灰度结构元素  $[\beta, \alpha, k]$  对灰度图象  $f$  的软形态膨胀的定义为:

$$f \oplus [\beta, \alpha, k](x) = \bigcup_{\substack{(x-y) \in K_1 \\ (x-z) \in K_2}} \{k \text{th largest of } (\{k \diamond (f(y) + \alpha(x+y))\} \cup \{f(z) + \beta(x+z)\})\}. \quad (6)$$

其中,  $x, y, z \in Z^2$  是空间坐标,  $f: F \rightarrow Z$  是图象的灰度值,  $\alpha: K_1 \rightarrow Z$  灰度结构元素的核心,  $\beta: K_2 \rightarrow Z$  表示灰度结构元素的软边界,  $F, K_1, K_2 \subseteq Z^2$  分别表示灰度图象、灰度结构元素的核心、灰度结构元素的软边界的定义域,  $K_2 = K/K_1$  (集合差), 其中  $K \subseteq Z^2$  表示灰度结构元素的定义域.

可见, 软数学形态膨胀或腐蚀的结果与结构元素核心重复的次数  $K$  密切相关.  $K = 1$  时, 软化形态学退化为标准形态学. 所以软化形态学比标准形态学具有更强的抑制噪声的能力<sup>[12, 29]</sup>.

## 5 模糊数学形态学 (Fuzzy mathematical morphology)

将模糊集合理论用于数学形态学就形成了模糊形态学. 模糊算子的定义不同, 相应的模糊形态运算的定义也不相同. 在此, 选用 Shinha 的定义方法<sup>[9]</sup>. 模糊性由结构元素对原图象的适应程度来确定. 用有界支撑的模糊结构元素对模糊图象的腐蚀和膨胀运算按它们的隶属函数定义为:

$$\mu_{A-B}(x) = \min_{y \in B} [\min[1, 1 + \mu_A(x+y) - \mu_B(y)]] = \min_{y \in B} [1, \min[1 + \mu_A(x+y) - \mu_B(y)]] \quad (7)$$

$$\mu_{A \oplus B}(x) = \max_{y \in B} [\max[0, \mu_A(x-y) + \mu_B(y) - 1]] = \max_{y \in B} [0, \max[\mu_A(x-y) + \mu_B(y) - 1]] \quad (8)$$

其中,  $x, y \in Z^2$  代表空间坐标,  $\mu_A, \mu_B$  分别代表图象和结构元素的隶属函数.

从(7)、(8)式的结果可知, 经模糊形态腐蚀膨胀运算后的隶属函数均落在  $[0, 1]$  的区间内.

模糊形态学是传统数学形态学从二值逻辑向模糊逻辑的推广, 与传统数学形态学有相似的计算结果和相似的代数特性<sup>[10]</sup>. 模糊形态学重点研究  $n$  维空间目标物体的形状特征和形态变换, 主要应用于图象处理领域, 如模糊增强<sup>[30]</sup>、模糊边缘检测<sup>[31]</sup>、模糊分割<sup>[10]</sup>等.

## 6 模糊软数学形态学 (Fuzzy soft mathematical morphology)

模糊软数学形态运算的定义需考虑到: 在软数学形态学的定义中结构元素被分为核心和软边界两大部分, 且在最后结果所含的信息中, 核心的权重比软边界的权重要大. 而且根据  $K$  值的大小决定了  $K$  次排序统计滤波器的运算结果. 还有, 模糊软数学形态运算应当保留模糊适应度的概念. 模糊

软腐蚀、膨胀可定义<sup>[14]</sup>为:

模糊软腐蚀:

$$\mu_{A-[B_1, B_2, k]}(x) = \min[1, k \text{th smallest of } (\{k \diamond (\mu_A(x+y) - \mu_{B_1}(y) + 1) \mid y \in B_1\} \cup \{k \diamond (\mu_A(x+z) - \mu_{B_2}(z) + 1) \mid z \in B_2\})] \quad (9)$$

$$\mu_{A-[B_1, B_2, k]}(x) = \max[0, k \text{th largest of } (\{k \diamond (\mu_A(x-y) + \mu_{B_1}(y) - 1) \mid y \in B_1\} \cup \{k \diamond (\mu_A(x-z) + \mu_{B_2}(z) - 1) \mid z \in B_2\})] \quad (10)$$

其中,  $x, y, z \in Z^2$  是空间坐标,  $\mu_A, \mu_{B_1}, \mu_{B_2}$  分别代表图象、结构元素核心、结构元素软边界的隶属函数, 此外, 对模糊结构元素  $B \subseteq Z^2$ , 需满足:  $B = B_1 \cup B_2, B_1 \cap B_2 = \emptyset$ .

很明显,  $k = 1$  时, 上面(9)、(10)式分别与简单模糊形态学(7)、(8)式对应, 即模糊软数学形态学退化为模糊形态学.

模糊软数学形态学具有比软数学形态学、模糊形态学更好的滤波特性<sup>[9]</sup>.

## 7 数学形态学在图象处理中的应用进展 (Advances of mathematical morphology in image processing)

二值形态学与灰度形态学是建立在经典的 Minkowski 结构和差运算基础上的, 又称标准形态学. Minkowski 和差运算是一种集合的逻辑运算, 从信号处理的角度来看, 形态和差实质上是一种极值滤波, 因此是一种非线性的滤波方法.

软数学形态学方法, 将“顺序统计”的思想注入数学形态学, 是一种顺序滤波. 顺序滤波是极值滤波的推广, 当  $K = 1$  时, 即为极小值滤波, 当  $K = |B|$  时, 即为极大值滤波, 当  $K$  为奇数时, 即为中值滤波. 通过采用表示结构元素与图象匹配程度的结构元素参数  $K$ , 可形成加权顺序滤波. 而常用的加权顺序滤波采用“中心加权”, 即对具有对称结构的结构元素, 中心的权高于或低于四周的权.

模糊形态学通过模糊隶属函数表示结构元素与图象之间的适应程度, 使滤波效果更加“平滑”; 模糊软数学形态学继承了模糊数学形态学与软数学形态学的特征.

随着计算机、图象处理、模式识别、计算机视觉等学科的发展, 数学形态学目前正在蓬勃发展. 国内外广大学者对各种类型的形态学的代数特性已进行了充分的研究与论证<sup>[8, 27, 32, 33]</sup>. 因此, 数学形态学在理论上已趋于完备, 且由于其具有并行快速、易于硬件实现<sup>[34, 35]</sup>等优点, 数学形态学在遥感、材料科学、生物医学图象处理、质量检测与定位、自动控制与自动检测、身份认证与安全控制、文档处理、图象编码等图象处理领域得到了越来越广泛的应用, 如形态滤波<sup>[36]</sup>、边缘检测<sup>[37]</sup>、运动目标跟踪<sup>[38]</sup>、图象重建<sup>[39]</sup>、特征提取<sup>[23]</sup>、目标识别<sup>[24]</sup>、图象分割<sup>[40]</sup>等.

形态学图象处理方法以几何学为基础, 着重研究图象的几何结构. 其基本思想是利用一个结构元素去探测一幅图象, 看是否能将结构元素很好的填放在图象的内部, 同时验证填放结构元素的方法是否正确, 可见, 结构元素的尺寸与

形状的选择与图象的结构及形状是密切相关的,通过对图象内适合放入结构元素的位置作标记,便可得到图象的结构信息,因此可广泛应用于工业控制领域的质量检测与定位控制。

数学形态学在质量检测与定位控制中的应用主要体现在以下几个方面:

- 1) 印刷板电路的质量检测<sup>[41]</sup>与薄膜电路的故障检测等;
- 2) IC 缺陷检测与形态分析<sup>[22]</sup>与集成电路制造中的质量检测<sup>[41]</sup>;
- 3) 车牌的定位与分割<sup>[15]</sup>及交通标志的识别等;
- 4) 陶瓷等工艺品<sup>[42]</sup>及农副产品的质量分析与检测;
- 5) 激光雕刻中的定位控制<sup>[43]</sup>;
- 6) 序列图象分割与目标跟踪<sup>[44]</sup>。

此外,数学形态学在货币识别、工程图分析、版面自动分割、油井测量数据处理、矿井监测、传输皮带疲劳强度及断裂纹分析、路面障碍物探测等工业应用领域中的应用也很广泛。

## 8 数学形态学存在的问题与进一步的研究方向 (Some problems and directions of mathematical morphology)

数学形态学是一门建立在集论基础之上的学科,是几何形状分析和描述的有力工具。近年来,数学形态学在数字图象处理、计算机视觉与模式识别等领域中得到了越来越广泛的应用,渐渐形成了一种新的数字图象分析方法和理论,引起了国内外相关领域研究人员的广泛关注。本文结合一些数字图象处理系统的应用实例,对数学形态学在图象处理中的应用情况进行了较全面的分析。虽然数学形态学在理论上已趋于完备,但在实际应用中仍存在很多不完善的地方。目前,数学形态学存在的问题及研究方向主要集中在以下几个方面:

- 1) 形态运算实质上是一种二维卷积运算,当图象维数较大时,特别是用灰度形态学、软数学形态学、模糊形态学等方法时,运算速度很慢,因而不适于实时处理。
- 2) 由于结构元素对形态运算的结果有决定性的作用,所以,需结合实际应用背景和期望合理选择结构元素的大小与形状。
- 3) 软数学形态学中关于结构元素核心、软边界的定义,及对加权统计计数  $K$  的选择也具有较大的灵活性,应根据图象拓扑结构合理选择,没有统一的设计标准。
- 4) 为达到最佳的滤波效果,需结合图象的拓扑特性选择形态开、闭运算的复合方式。
- 5) 对模糊形态学,不同的模糊算子会直接影响模糊形态学的定义及其运算结果。
- 6) 有待进一步将数学形态学与神经网络、模糊数学结合起来<sup>[45,46]</sup>,研究灰度图象、彩色图象的处理和分析方法。
- 7) 有待进一步研究开发形态运算的光学实现及其它硬件实现方法。
- 8) 有待将形态学与小波<sup>[15,47-49]</sup>、分形<sup>[50]</sup>等方法结合起来对现有图象处理方法进行改进,进一步推广应用。

所以如何实现灰度形态学、软数学形态学、模糊软数学形态学的快速算法,如何改善形态运算的通用性,增强形态

运算的适应性,并结合数学形态学的最新应用进展,将其应用到图象处理领域,丰富和发展利用数学形态学的图象处理与分析方法,便成为数学形态学今后的发展方向。

## 参考文献(References)

- [1] Munkowski H. Volumen und oberfläche [J]. *Mathematics*, 1903, 57(1):447-459
- [2] Matheron G. *Random Sets and Integral Geometry* [M]. New York: Wiley, 1975
- [3] Serra J. *Introduction to Mathematical Morphology* [M]. New York: Academic Press, 1982
- [4] Serra J. Introduction to mathematical morphology [J]. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1986, 35(1):283-305
- [5] Maragos P. Tutorial on advances in morphological image processing and analysis [J]. *Optical Engineering*, 1987, 26(7):623-632
- [6] Haralick R, Zhuang X. Image analysis using mathematical morphology [J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1987, 9(4): 532-550
- [7] Sternberg S R. Grayscale morphology [J]. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1986, 35(1):333-355
- [8] Cui Yi. *Image Analysis-Applications and Methods of Mathematical Morphology*[M]. Beijing: Science Press, 2000(in Chinese)
- [9] Shinha D and Dougherty E R. Fuzzy mathematical morphology [J]. *J. Vision, Communication and Image and Representation*, 1992, 3(3):286-302
- [10] Zhou Xutong, Shi Pengfei. *Fuzzy mathematical morphology theory and applications* [D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 1998 (in Chinese)
- [11] Koskinen L, Astola J and Neuvo Y. Soft morphological filters [A]. *Proc. SPIE Int. Society of Optical Engineering* [C], 1991, 1568: 262-270
- [12] Frank Y. Analysis of the properties of soft morphological filtering using threshold decomposition [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43(2):539-544
- [13] Shu Changxian, Mo Yulong. Robust edge detection based on soft morphology[J]. *Journal of Image and Graphics*, 1999, 4A(2):139-142(in Chinese)
- [14] Gasteratos A, Tsalides S. Fuzzy soft mathematical morphology [J]. *Image Signal Processing*, 1998, 145(1): 41-49
- [15] Dai Qingyun. A segmentation method for license plate images based on wavelet and morphology [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2000, 5A(5):411-415(in Chinese)
- [16] Castleman K R. *Digital Image Processing* [M]. Engle-Wood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1998
- [17] Zhao Xiaodong. *Mathematical morphological binary image real-time parallel processing using optical frequency filtering of complex-value kernel* [J]. *Chinese J. Lasers*, 1998, A25(11):1031-1034 (in Chinese)
- [18] Yang Haibo. Segmentation of manmade objects from the natural scenes [J]. *Journal of Images and graphics*, 1998, 3(8):647-650
- [19] Liu Zhimin. Thinning algorithm based on mathematical morphology

- [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 1998, 32(9): 15 - 19 (in Chinese)
- [20] Wang Junping. Morphological methods in the discontinuous line image processing [J]. Journal of Xidian University, 1998, 25(5): 625 - 628 (in Chinese)
- [21] Li Xiangji. Mathematical morphological edge detectors for noisy image corrupted by impulses [J]. Journal of Image and Graphics, 1998, 3(11): 903 - 906 (in Chinese)
- [22] Wang Junping. Boundary extraction based on morphology and size-shape measurement for the IC real defect [J]. Chinese Journal of Computers, 2000, 23(7): 673 - 678 (in Chinese)
- [23] Xu Chao. Analysis of morphological quasi-circular structure elements and skeleton [J]. Acta Electronica Sinica, 1999, 27(8): 78 - 81 (in Chinese)
- [24] Liu Haisong. Target recognition processor based on extensive complementary encoding [J]. Chinese J. Lasers, 1999, A26(3): 1031 - 1035 (in Chinese)
- [25] Serra and Soille. Mathematical Morphology and Its Applications to Image and Signal Processing [M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996
- [26] Soille P. Morphological Image Analysis: Principles and Applications [M]. Berlin: Springer, 1999
- [27] Lu Guanming. Region growth watershed algorithm and its applications in image sequence segmentation [J]. Journal of Nanjing University of Posts and Communications, 2000, 20(3): 51 - 54 (in Chinese)
- [28] Maragos P & Sun F K. Measuring the fractal dimensions of signals: morphological covers and iterative optimization [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1993, 41(1): 108 - 121
- [29] Huang Fenggang. The soft morphology applied to detecting image edge [J]. Journal of Image and graphics, 2000, 5A(4): 89 - 93 (in Chinese)
- [30] Pal S K, Rosenfeld. Image enhancement and thresholding by optimization of fuzzy compactness [J]. Pattern Recognition Letters, 1988, 7: 77 - 86
- [31] Todd L H I, Hirshisa S. Image filtering, edge detection and edge tracing using fuzzy reasoning [J]. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1996, 18(5): 481 - 491
- [32] Pu C C. Threshold decomposition of gray-scale soft morphology into binary soft morphology [J]. Graphics Models and Image Processing, 1995, 57(6): 522 - 526
- [33] Michel A. Efficient algorithms for the soft morphological Filters [J]. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1996, 18(11): 1142 - 1147
- [34] Cheng Gang. Morphological gray scale image algebra suiting for optical implementation [J]. High Technology Letters, 1998, (5): 14 - 19 (in Chinese)
- [35] Chen Huiquan. Rank order morphological hit-russ transform and its optical implementation [J]. Acta Optica Sinica, 1999, 19(9): 1251 - 1255 (in Chinese)
- [36] Foresti G, Regazzonic C. Statistical morphological skeleton for representing and coding noisy shapes [J]. IEE Proceedings: Vision, Image and Signal Processing, 1999, 146 (2): 85 - 92
- [37] Liang Yong. Applications of multi-orientation morphological structure elements in edge detection [J]. J. Yunnan University, 1999, 21 (25): 392 - 394 (in Chinese)
- [38] Xu Jiebin, Wei Gang. Moving range estimate moving image coding based on mathematical morphology [J]. Journal of South China University of Technology, 1999, 26(7): 129 - 135 (in Chinese)
- [39] Yao Yuan. Morphological reconstruction for color images implemented by fuzzy cellular neural networks [J]. Chinese J. Computers, 1999, 22(7): 727 - 732 (in Chinese)
- [40] Crespo J, Schafer R & Serra. The flat zone approach: A general low-level region merging segmentation method [J]. Signal Processing, 1988, 62(1): 37 - 60
- [41] Wang Jun-ping, Jiang Xiao-hong. Extraction methods of real defect positions in the IC manufacturing process [J]. Journal of Xidian University, 1999, 26(4): 510 - 513
- [42] Zhao Hai-yang, Feng Xing-hai. Analysis and detection of ceramic tile surface quality based on machine vision [J]. J. Xi'an University of Architecture and Technology, 2000, 32(1): 43 - 46
- [43] Liu Xiaodong, Hu Bin, He Yungun. A complementary algorithm for laser trough based on mathematical morphology [J]. Laser Technology, 1999, 23(2): 116 - 118
- [44] Luo tao. Automatic segmentation of moving objects for head-shoulder video sequence [J]. Acta Scientiarum Naturalism, Universitatis of Peukonensis, 2000, 36(5): 599 - 607
- [45] Bo Ziyou. Mathematical morphological operations based on fuzzy set and neural network [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1999, 33(4): 104 - 105 (in Chinese)
- [46] Yin Cexing. Currency recognition using mathematical morphology and neural networks [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 1999, 33(9): 1142 - 1144 (in Chinese)
- [47] Yang Xiangyin, Zhang Yujin. Wavelet boundary descriptors and its application in image querying [J]. Chinese J. Computers, 1999, 22 (7): 752 - 757 (in Chinese)
- [48] Goutsias J and Heijmans H J A M. Multiresolution signal decomposition schemes, Part 1: Linear and morphological pyramids [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2000, 9(11): 1862 - 1876
- [49] Goutsias J and Heijmans H J A M. Multiresolution signal decomposition schemes, Part 2: Morphological wavelets [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2000, 9(11): 1877 - 1896
- [50] Cao Lei. Fractal coding based on mathematical morphology [J]. Acta Automatica Sinica, 1997, 123(1): 226 - 231 (in Chinese)

### 本文作者简介

戴青云 女, 1965年生, 1988年毕业于华中科技大学自动控制工程系检测技术及工业自动化仪器专业, 获工学学士学位, 1991年毕业于华中科技大学工业自动化专业, 获工学硕士学位, 现为广东工业大学信息工程学院副教授, 华南理工大学通信与电子系统专业在职博硕士生, 感兴趣的研究方向是: 图象分析, 模式识别与信号处理。

余英林 见本刊2001年第1期第30页。