文章编号: 1000-8152(2001)04-0503-05

一类时变系统鲁棒自适应状态反馈控制的稳定性分析 *

赵晓晖
(长春邮电学院信息科学研究中心·长春,130012)

摘要: 针对一类离散线性时变参数系统,给出了一种自适应状态反馈控制器.系统的时变参数是已知有界实函数和未知常数的线性组合.该控制器由带有死区的最小二乘辨识算法、状态反馈控制算法和状态观测器构成.文中详细地分析了闭环系统在有界外部干扰和小未建模不确定性影响下的全局稳定性和鲁棒性.

关键词: 状态反馈; 自适应控制; 时变系统; 稳定性
文献标识码: A

Stability Analysis of a Class of Time-Varying Systems with State Feed Back Control

ZHAO Xiaohui
(Research Center of Information Science, Changchun Institute of Posts and Telecommunications · Changchun, 130012, P.R.China)

Abstract: A novel adaptive state feed back controller for a class of linear discrete time-varying systems is proposed. Time-varying parameters of the systems are the linear combination of known real functions and unknown constant parameters. The controller is constructed by using least square parameter estimation algorithm and state feed back control scheme. Analysis of both stability and robustness of closed loop system with bounded disturbances and unmodelled dynamics is given.

Key words: state feed back; adaptive control; time-varying system; stability

1 引言(Introduction)

在许多实际工业和国防领域中(化工过程、飞机和导弹等),受控对象的数学模型往往是时变参数的.因此,不论是慢时变参数还是快时变参数系统,描述系统的数学模型是时变线性微分方程和时变线性差分方程.如何控制这类系统、如何分析这类系统的稳定性都为研究它们的自适应控制提出了许多新问题.近些年来,对于这些问题的研究已经得到许多学者的关注,并取得了若干成果[1~6].由于受控系统具有时变参数,这不仅给分析和设计自适应控制器增加了难度,同时给闭环系统的稳定性分析带来许多困难.所以,研究时变参数系统自适应控制的稳定性问题就显得很重要.估计时变参数系统时变参数的一种常用方法是将时变参数表示成一组函数的线性组合,这样估计时变参数问题就转化成辨识这些组合系数的问题了.本文对时变参数由已知有界实函数和未知常数线性组合构成的一类线性时变系统的自适应状态反馈控制进行稳定性分析,给出了闭环系统对于有界外部干扰和小未建模不确定性的全局鲁棒渐近稳定充分条件.

2 预备知识(Preliminaries)

考虑单输入单输出时变离散时间系统

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n} a_i(k)y(k-i) + \sum_{i=1}^{n} b_i(k)u(k-i) + v(k), \tag{1}$$

其中 $u(k)$, $y(k)$ 和 $v(k)$ 分别表示系统的输入、输出和有界外部干扰.对系统(1)式做如下假设:

假设 1 系统的阶次 n 已知.

假设 2 系统时变参数可表示成已知有界分段连续实函数和未知常数的线性组合.即:

$$a_i(k) = \sum_{j=1}^{m} (a_{ij}^* + \Delta a_{ij}(k)) f_j(k), \ i = 1,\cdots,n, \tag{2}$$

$$b_i(k) = \sum_{j=1}^{m} (b_{ij}^* + \Delta b_{ij}(k)) f_j(k), \ i = 1,\cdots,n, \tag{3}$$

---

* 基金项目:国家自然科学基金(69574005)资助项目.

收稿日期:1999-05-31; 收修改稿日期:2000-02-21.

其中 a_{ij}^* 和 b_{ij}^* 是未知常数，n 是已知正整数，$f_j(k)$ 是已知有界分段连续实函数，$\Delta a_{ij}(k)$ 和 $\Delta b_{ij}(k)$ 是系统模型的非确定性.系统的准确模型

$$y_m(k)=\sum_{i=1}^{n}a_i^*(k)y_m(k-i)+\sum_{i=1}^{n}b_i^*(k)u(k-i),\tag{4}$$

其中 $y_m(k)$ 是其输出，

$$\begin{aligned}a_i^*(k)&=\sum_{j=1}^{m}a_{ij}^*f_j(k),\ i=1,\cdots,n,\\ b_i^*(k)&=\sum_{j=1}^{m}b_{ij}^*f_j(k),\ i=1,\cdots,n.\end{aligned}\tag{5}$$

将系统(1)式写成紧凑形式

$$y(k)=(\theta^*+\Delta(k))^{\mathrm T}\varphi(k-1)+v(k),\tag{6}$$

其中

$$\theta^*=[a_{11}^*,\cdots,a_{1m}^*,\cdots,a_{n1}^*,\cdots,a_{nm}^*,b_{11}^*,\cdots,b_{1m}^*,\cdots,b_{n1}^*,\cdots,b_{nm}^*]^{\mathrm T},$$

$$\varphi(k-1)=[f_1(k)y(k-1),\cdots,f_m(k)y(k-1),\cdots,f_m(k)y(k-n),f_1(k)u(k-1),\cdots,f_m(k)u(k-n)]^{\mathrm T},$$

$$\Delta(k)=[\Delta a_{11}(k),\cdots,\Delta a_{1m}(k),\cdots,\Delta a_{n1}(k),\cdots,\Delta a_{nm}(k),\cdots,\Delta b_{11}(k),\cdots,\Delta b_{1m}(k),\cdots,\Delta b_{n1}(k),\cdots,\Delta b_{nm}(k)]^{\mathrm T}.$$

由(4)式和(5)式可得其状态方程的能观测实现

$$\begin{cases}x(k+1)=F(k)x(k)+G(k)u(k),\\ y_m(k)=Hx(k),\end{cases}\tag{7}$$

其中

$$F(k)=\begin{bmatrix}a_1^*(k+1)&1&0&\cdots&0\\ \vdots&0&\ddots&&\vdots\\ \vdots&\vdots&&\ddots&0\\ a_{n-1}^*(k+n-1)&0&&0&1\\ a_n^*(k+n)&0&\cdots&\cdots&0\end{bmatrix},$$

$$G(k)=\begin{bmatrix}b_1^*(k+1)\\ \vdots\\ b_{n-1}^*(k+n-1)\\ b_n^*(k+n)\end{bmatrix},\quad H^{\mathrm T}=\begin{bmatrix}1\\0\\ \vdots\\0\end{bmatrix}.$$

假设3 存在已知凸参数闭集合 Ω 且 $\theta^*\in\Omega$，当 θ^* 估计值 $\theta(k)\in\Omega$ 时，系统(7)式 N 步完全可达.

注意，假设3是一般间接自适应控制中不可少的条件，反映原系统和它估计模型的能控性[7].

由假设3可知存在行向量 $L(k)$，使得

$$x(k+1)=(F(k)-G(k)L(k))x(k)\tag{8}$$

是渐近稳定的[8]. $L(k)$ 由下式给出

$$L(k)=G^{\mathrm T}(k)\phi^{\mathrm T}(k+N+1,k+1)\cdot Y_{N+1}^{-1}\phi(k+N+1,k+1)F(k).\tag{9}$$

其中 $\phi(k,i)$ 是系统(7)式的状态转移矩阵，

$$Y_N(k)=\sum_{i=k}^{k+N-1}\phi(k+N,i+1)G(i)G^{\mathrm T}(i)\phi^{\mathrm T}(k+N,i+1).\tag{10}$$

由于系统参数未知，为构造间接自适应控制器需给出参数辨识算法和其收敛性质.

3 自适应状态反馈控制器(Adaptive state feed back controller)

先对(7)式进行正则化处理

$$\bar y(k)=\frac{y(k)}{1+\|\varphi(k-1)\|_2},$$

$$\bar\varphi(k-1)=\frac{\varphi(k-1)}{1+\|\varphi(k-1)\|_2},$$

其中 $\|\varphi(k)\|_2$ 是 $\varphi(k)$ 的 Euclidean 范数.于是由(6)式可得

$$\bar y(k)=\bar\varphi^{\mathrm T}(k-1)\theta^*+\eta(k),\tag{11}$$

$$\eta(k)=\Delta^{\mathrm T}(k)\bar\varphi(k-1)+\frac{v(k)}{1+\|\varphi(k-1)\|_2}.\tag{12}$$

最小二乘参数辨识算法为

$$\begin{cases}\theta(k)=\theta(k-1)+\lambda(k)P(k)\bar\varphi(k-1)\bar e(k),\\ \tilde\theta(k)=\theta(k)-\theta^*,\end{cases}\tag{13}$$

$$P(k)=P(k-1)-\frac{\lambda(k)P(k-1)\bar\varphi(k-1)\bar\varphi^{\mathrm T}(k-1)P(k-1)}{1+\lambda(k)\bar\varphi^{\mathrm T}(k-1)P(k-1)\bar\varphi(k-1)},\tag{14}$$

$$\lambda(k)=\begin{cases}0,&e_s^2(k)<\dfrac{\alpha_1\delta^2(k)}{1-\alpha_2},\\ 1,&\text{其它}.\end{cases}\tag{15}$$

其中参数 θ^* 的估计值

$$\theta(k)=[a_{11}(k),\cdots,a_{1m}(k),\cdots,a_{n1}(k),\cdots,a_{nm}(k),b_{11}(k),\cdots,b_{1m}(k),\cdots,b_{n1}(k),\cdots,b_{nm}(k)]^{\mathrm T},$$

$$\bar e(k)=\bar y(k)-\bar\varphi^{\mathrm T}(k-1)\theta(k-1),$$

$$e_s^2(k)=\bar e^2(k)+\bar\varphi^{\mathrm T}(k-1)P^2(k-1)\bar\varphi(k-1),$$

扰动上界分别定义为

$$\sup_k\|\Delta(k)\|\leqslant\mu\quad\text{和}\quad\sup_k\|v(k)\|\leqslant\eta,$$

$$|\eta(k)|\leqslant\delta(k)=\mu+\frac{\eta}{1+\|\varphi(k-1)\|_2}\leqslant\mu+\eta,$$

η 和 μ 是某正常数. $\alpha_1=1+\mathrm{tr}P(0)$, $\mathrm{tr}P(0)$ 是矩阵 $P(k)$ 在 $t=0$ 时刻的迹. α_2 是某一任选正常数,于是可得如下引理.

引理 最小二乘参数辨识算法(13)~(15)式,如果 $\sup\limits_k\|v(k)\|\leqslant\eta$, $\sup\limits_k\|\Delta(k)\|\leqslant\mu$,则下述性质成立:

1) $P(k)$ 和 $\theta(k)$ 均有界收敛.

2) 当 $\lambda(i)=1$ 时 $\sum\limits_{i=1}^{t}(\lambda(i)e_s(i))^2$ 有界,即 $e_s^2(i)$ 有界;当 $\lambda(i)=0$ 时 $e_s(i)$ 有界.

证 详见参考文献[9].

利用上述参数辨识算法,可得时变估计参数模型

$$x(k+1)=F(\theta,k)x(k)+G(\theta,k)u(k), \tag{16}$$

其中

$$F(\theta,k)=\begin{bmatrix}\sum\limits_{j=1}^{m}a_{1j}(k+1)f_j(k+1) & 1 & 0 & \cdots & 0\\ \vdots & 0 & \ddots & & \vdots\\ \vdots & \vdots & & \ddots & 0\\ \sum\limits_{j=1}^{m}a_{n-1j}(k+n-1)f_j(k+n-1) & 0 & & 0 & 1\\ \sum\limits_{j=1}^{m}a_{nj}(k+n)f_j(k+n) & 0 & \cdots & \cdots & 0\end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}G(\theta,k)=[&\sum_{j=1}^{m}b_{1j}(k+1)f_j(k+1),\cdots,\\ &\sum_{j=1}^{m}b_{n-1j}(k+1)f_j(k+n-1),\\ &\sum_{j=1}^{m}b_{nj}(k+1)f_j(k+n)]^{\mathrm{T}}.\end{aligned} \tag{17}$$

定义自适应状态反馈控制器

$$u(k)=-L(\theta,k)\hat{x}(k), \tag{18}$$

其中 $\hat{x}(k)$ 是系统(8)式的状态估计值,它由下面的状态观测器得到

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+1)=&F(\theta,k)\hat{x}(k)+G(\theta,k)u(k)+\\ &\Theta(\theta,k)(y(k)-H\hat{x}(k)).\end{aligned} \tag{19}$$

取 $\Theta(\theta,k)=F(\theta,k)H^{\mathrm{T}}$,将此式代入(19)式可知 $F(\theta,k)-\Theta(\theta,k)H$ 矩阵特征多项式的特征值都为零,所以该状态观测器收敛[8]. 计算 $L(\theta,k)$ 可以根据(8)式、(9)式和(10)式,把参数估计值代入其中来得到. 于是根据状态反馈控制器(18)式,状态观测器(19)式及参数辨识算法(11)式~(15)式,可以对该系统的闭环稳定性进行分析.

4 稳定性分析(Stability analysis)

定理 对于设计参数 μ 和 η,存在 $\bar{\mu}\geqslant0$,如果任意有界外部干扰 $\Delta(k)$ 和未建模不确定性 $v(k)$ 满足 $\sup\limits_k\|\Delta(k)\|_2\leqslant\mu\leqslant\bar{\mu}$, $\sup\limits_k\|v(k)\|_2\leqslant\eta$,则闭环系统全局渐近稳定.

证 定义向量

$$\begin{aligned}\Psi(k)=[&y(k),y(k-1),\cdots,y(k-n+1),\\ &u(k),u(k-1),\cdots,u(k-n+1)]^{\mathrm{T}}.\end{aligned} \tag{20}$$

于是由(6)式得 $\varphi(k)=D_f(k)\Psi(k)$,其中 $D_f(k)$ 是一 $2mn\times2n$ 的矩阵,该矩阵的元素或为零,或为 $f_1(k+1),\cdots,f_j(k+1),\cdots,f_m(k+1)$. 由于 $f_j(k+1)$, $j=1,\cdots,m$ 均有界,所以存在某常数 $b_f\geqslant0$,使 $\|D_f(k)\|_2\leqslant b_f$, $\forall k\in\mathbb{Z}^+$. 设观测误差

$$d(k)=y(k)-H\hat{x}(k). \tag{21}$$

由(19)式和(21)式可得

$$\begin{aligned}&d(k)=\\ &[\bar{e}(k)+\bar{\Theta}(k-1)\bar{\varphi}(k-1)(1+\|\varphi(k-1)\|_2)=\\ &\bar{e}(k)+\bar{e}(k)\|\varphi(k-1)\|_2+\bar{\Theta}(k-1)\varphi(k-1),\\ &|d(k)|\leqslant|\bar{e}(k)|(1+\|\varphi(k-1)\|_2)+\\ &\qquad\|\bar{\Theta}(k-1)\|_2\|\varphi(k-1)\|_2.\end{aligned} \tag{22}$$

其中

$$\begin{aligned}\bar{\Theta}(k-1)=[&a_{11}(k-1)-a_{11}(k-1),\cdots,\\ &a_{nm}(k-1)-a_{nm}(k-n),\\ &b_{11}(k-1)-b_{11}(k-1),\cdots,\\ &b_{nm}(k-1)-b_{nm}(k-n)],\end{aligned} \tag{23}$$

$$\Psi(k)=C\Psi(k-1)+B_f(k)\hat{x}(k)+E_f(k). \tag{24}$$

其中

$$C=\begin{bmatrix}0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0\\ \vdots & I_{n-1} & \vdots & \vdots & O_{(n-1)\times n} & \vdots\\ \vdots & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0\\ \vdots & O_{(n-1)\times n} & \vdots & \vdots & I_{n-1} & \vdots\\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0\end{bmatrix},$$

$$B_f(\theta,k)=\begin{bmatrix}H\\ O_{(n-1)\times n}\\ -L(\theta,k)\\ O_{(n-1)\times n}\end{bmatrix},\quad E_f(k)=\begin{bmatrix}d(k)\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{bmatrix}.$$

I_{n-1} 和 $O_{(n-1)\times n}$ 分别是 $(n-1)\times(n-1)$ 单位矩阵

和$(n-1)\times n$零矩阵. 为分析稳定性,定义一增广状态向量$\Psi_g(k+1)=[\Psi(k),\hat{x}(k+1)]^{\mathrm{T}}$. 将(18)式代入(19)式,再结合(24)式可得

$$\Psi_g(k+1)=A(\theta,k)\Psi_g(k)+E(\theta,k), \tag{25}$$

$$A(\theta,k)=\begin{bmatrix} C & B_f(\theta,k) \\ O_{2n\times 2n} & F(\theta,k)-G(\theta,k)L(\theta,k)\end{bmatrix},$$

$$E(\theta,k)=\begin{bmatrix} E_f(k) \\ \Theta(\theta,k)d(k)\end{bmatrix}.$$

$A(\theta,k)$是时变参数矩阵,C是定常指数稳定矩阵,由前面知分块矩阵$F(\theta,k)-G(\theta,k)L(\theta,k)$的特征值均在原点. 但这还不能直接得出这个时变系统的稳定性. 由于估计参数θ是收敛的,矩阵$A(\theta,k)$最终将收敛到一定常指数稳定矩阵A_c,即可表示成

$$A(\theta,k)=A_c+A_v(\theta,k),\ A_v(\theta,k)\to 0. \tag{26}$$

将(26)式代入(25)式可得

$$\Psi_g(k+1)=(A_c+A_v(\theta,k))\Psi_g(k)+E(\theta,k). \tag{27}$$

该状态方程的解为

$$\Psi_g(k+1)= A_c^{k-1}\Psi_g(0)+\sum_{t=1}^{k}A_c^{k-t}[A_v(\theta,t)\Psi_g(t)+E(\theta,t)].$$

已知A_c是一指数稳定矩阵,因此有

$$\|\Psi_g(k)\|_2\leqslant c_1+\sum_{t=1}^{k}c_2\gamma^{k-t}[\|A_v(\theta,t)\|_2\|\Psi_g(t)\|_2+\|E(\theta,t)\|_2], \tag{28}$$

式中$0<\gamma<1$. 根据引理知估计参数$b_{ij}(k),i=1,\cdots,n,j=1,\cdots,m$有界收敛,再由假设条件知$f_j(k),j=1,\cdots,m$有界,所以存在$h>0$,$\|E(\theta,t)\|_2\leqslant(1+h)|d(k)|$. 因此,由(28)式可得

$$\|\Psi_g(k)\|_2\leqslant c_1+\sum_{t=1}^{k}c_2\gamma^{k-t}[\|A_v(\theta,t)\|_2\|\Psi_g(t)\|_2+c_3|d(k)|].$$

将(22)式代入上式得

$$\|\Psi_g(k)\|_2\leqslant c_1+\sum_{t=1}^{k}c_2\gamma^{k-t}[\|A_v(\theta,t)\|_2\|\Psi_g(t)\|_2+c_3|\bar{e}(t)|(1+\|\varphi(t-1)\|_2)+c_3\|\bar{\Theta}(t-1)\|_2\|\varphi(t-1)\|_2].$$

由于$\lambda(k)$的值不同,使得$\bar{e}(k)$具有不同的收敛性,所以将上式按$\lambda(k)$的不同情况分项,得

$$\begin{aligned}\|\Psi_g(k)\|_2\leqslant\ & c_1+\sum_{t=1}^{k}c_2\gamma^{k-t}[\|A_v(\theta,t)\|_2\|\Psi_g(t)\|_2+\\ & c_3\|\bar{\Theta}(t-1)\|_2\|\varphi(t-1)\|_2+\\ & \sum_{t=1}^{k(\lambda(k)=1)}c_4\gamma^{k-t}|\bar{e}(t)|(1+\|\varphi(t-1)\|_2)+\\ & \sum_{t=1}^{k(\lambda(k)=0)}c_4\gamma^{k-t}|\bar{e}(t)|(1+\|\varphi(t-1)\|_2).\end{aligned} \tag{29}$$

上式中第三项对应$\lambda(k)=1$时的和式,第四项对应$\lambda(k)=0$时的和式. 由(20)式知$\|\varphi(k)\|_2\leqslant\|\Psi_g(k)\|_2$,当$\lambda(k)=0$时,有

$$\begin{aligned}&|\bar{e}(k)|\,\|\varphi(k-1)\|_2\leqslant\\ & c_5\delta(k)\|\varphi(k-1)\|_2=\\ & c_5\Big(\mu+\frac{\eta}{1+\|\varphi(k-1)\|_2}\Big)\|\varphi(k-1)\|_2\leqslant\\ & c_5\mu\|\varphi(k-1)\|_2+c_5\eta\leqslant\\ & c_5\mu\sup_{0<\tau\leqslant k}\|\Psi_g(\tau)\|_2+c_5\eta.\end{aligned} \tag{30}$$

综合(29)式和(30)式,考虑

$$\sum_{t=1}^{k(\lambda(k)=1)}c_4\gamma^{k-t}|\bar{e}(t)|<\infty,$$

$$\sum_{t=1}^{k(\lambda(k)=0)}c_4\gamma^{k-t}|\bar{e}(t)|<\infty,$$

可得

$$\begin{aligned}\|\Psi_g(k)\|_2\leqslant\ & c_7+\sum_{t=1}^{k}c_2\gamma^{k-t}\ [\|A_v(\theta,t)\|_2\|\Psi_g(t)\|_2+\\ & c_3\|\bar{\Theta}(t-1)\|_2\|\varphi(t-1)\|_2]+\\ & \sum_{t=1}^{k(\lambda(k)=1)}c_4\gamma^{k-t}|\bar{e}(t)|\,\|\Psi_g(t-1)\|_2+\\ & \sum_{t=1}^{k(\lambda(k)=0)}c_6\gamma^{k-t}\sup_{0<\tau\leqslant t}\|\Psi_g(\tau)\|_2+\sum_{t=1}^{k(\lambda(k)=0)}c_6\,\eta\,\gamma^{k-t}\leqslant\\ & c_7+\sum_{t=1}^{k}\gamma^{k-t}[c_2\|A_v(\theta,t)\|_2+\\ & c_3\|\bar{\Theta}(t-1)\|_2+c_6\mu]\sup_{0<\tau\leqslant t}\|\Psi_g(\tau)\|_2+\\ & \sum_{t=1}^{k(\lambda(k)=1)}c_4\gamma^{k-t}|\bar{e}(t)|\,\|\Psi_g(t-1)\|_2.\end{aligned} \tag{31}$$

当$k\to\infty$时,有$\|A_v(\theta,k)\|_2\to 0$和$\|\bar{\Theta}(k-1)\|_2\to 0$. 所以存在某时刻$k_N$,当$k>k_N$时,$\|A_v(\theta,k)\|_2<\mu$,$\|\bar{\Theta}(k-1)\|_2<\mu$. 由(31)式可得

$$\|\Psi_g(k)\|_2\leqslant$$

$$c_7 + \sum_{t=1}^{k} c_8 \mu \gamma^{k-t} \sup_{0<\tau\leqslant t} \| \Psi_g(\tau) \|_2 + \sum_{t=t}^{k(\lambda(k)=1)} c_4 \gamma^{k-t} | \bar{e}(t) | \, \| \Psi_g(t-1) \|_2 \leqslant$$

$$c_7 + \frac{c_8 \mu}{1-\gamma} \sup_{0<\tau\leqslant t} \| \Psi_g(\tau) \|_2 + \sum_{t=t}^{k(\lambda(k)=1)} c_4 \gamma^{k-t} | \bar{e}(t) | \, \| \Psi_g(t-1) \|_2 .$$

因此,如果 $1 - \frac{c_8 \mu}{1-\gamma} > 0$,即 $\mu \leqslant \bar{\mu} = \frac{1-\gamma}{c_8}$ 时可得

$$\| \Psi_g(k) \|_2 \leqslant \sup_{0<\tau\leqslant k} \| \Psi_g(\tau) \|_2 \leqslant c_9 + \sum_{t=t}^{k(\lambda(k)=1)} c_{10} \gamma^{k-t} | \bar{e}(t) | \, \| \Psi_g(t-1) \|_2 . \tag{32}$$

直接应用 Bellman-Gronwall 引理[10],可得增广闭环系统的所有信号有界.于是定理证毕.

5 结论(Conclusion)

针对线性时变参数系统的自适应控制问题,人们研究的不多.本文对于时变参数是已知有界实函数和未知常数线性组合的一类时变参数系统提出了一种自适应状态反馈控制器.该控制器由带有死区的最小二乘辨识算法,状态反馈控制算法和状态观测器构成.详细地分析了闭环系统在有界外部干扰和小未建模不确定性影响下的全局稳定性和鲁棒性,给出了使闭环系统全局稳定的充分条件.

参考文献(References)

[1] Koh K and Kamen E W. Robust indirect adaptive control of linear time-varying systems [A]. Proceedings of American Control Conference [C], Atlanta, GA, 1988,555 – 560

[2] Kreisselmeir G. Adaptive control of class of slowly time varying plants [J]. System & Control Letters, 1986, 8(1):97 – 103

[3] Middleton R H and Goodwin G C. Adaptive control of time-varying linear systems [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1988, 33(1): 150 – 155

[4] Kamen E W and Khargonekar P P. On the control of linear systems whose coefficients are functions of parameters [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1984, 29(1):25 – 33

[5] Tsakalis K S and Ioannou P A. Adaptive control of linear time-varying plants [J]. Automatica, 1987, 23(4):459 – 468

[6] Tsakalis K S and Ioannou P A. Parameter estimation and pole placement control of time-varying plants [A]. Proceedings of American Control Conference [C], Atlanta, GA, 1988, 1636 – 1641

[7] Goodwin G C and Sin K S. Adaptive Filtering, Prediction and Control [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1984

[8] Chen C T. Linear System Theory and Design [M]. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1984

[9] Zhao Xiaohui and Fen Chunbo. A robust model reference adaptive control [J]. Control Theory and Applications, 1998, 15(6): 865 – 871(in Chinese)

[10] Desoer C A and Vidyasagar M. Feedback System: Input-Output Properties [M]. New York: Academic Press, Inc., 1975

本文作者简介

赵晓晖 见本刊 2001 年第 1 期第 134 页.