

Wiener 状态去卷滤波器*

邓自立 孙书利 郭金柱

(黑龙江大学应用数学研究所, 黑龙江大学自动化系·哈尔滨, 150080)

摘要: 应用现代时间序列分析方法, 基于 ARMA 新息模型提出了一类带多重观测滞后和带滑动平均(MA)有色观测噪声系统的 Wiener 状态去卷滤波器. 它具有渐近稳定性和 ARMA 递推形式, 可统一处理滤波、平滑和预报问题, 且可用于解决带 ARMA 有色观测噪声系统状态估计和信号 Wiener 滤波与反卷积问题. 二个仿真例子说明了其有效性.

关键词: 状态估计; 信号处理; 反卷积; Wiener 滤波器; 时域方法; 现代时间序列分析方法

文献标识码: A

Wiener State Deconvolution Filters

DENG Zili, SUN Shuli and GUO Jinzhu

(Institute of Applied Mathematics, Department of Automation, Heilongjiang University·Harbin, 150080, P. R. China)

Abstract: Using the modern time series analysis method, based on ARMA innovation model, the Wiener state deconvolution filters are presented for a class of systems with multiple measurement delays and with moving average(MA) coloured measurement noises. They have the asymptotic stability and autoregressive moving average (ARMA) recursive form. They can handle filtering, smoothing and prediction problems in a unified framework, and can be applied to solve the state estimation problem for systems with ARMA coloured measurement noise, and signal Wiener filtering and deconvolution problems. Two simulation examples show their effectiveness.

Key words: state estimation; signal processing; deconvolution; Wiener filter; time-domain approach; modern time series analysis method

1 引言(Introduction)

在解决带 ARMA 有色观测噪声系统状态估计问题时, 或在解决信号 Wiener 滤波与反卷积问题时, 通过变换可将这些问题归结为一类带多重观测滞后和带多个 MA 有色观测噪声系统的状态估计问题. 从反卷积观点^[1], 这类系统的状态可看成是观测方程的输入, 因而其状态估计问题也是状态去卷问题. 文献[2]用频域多项式方法仅解决了带白色观测噪声系统的 Wiener 状态一步预报器设计问题, 文献[3~5]用多项式方法解决信号 Wiener 滤波与反卷积问题要求信号和噪声是平稳时间序列, 且要求解一个或两个耦合的 Diophantine 方程. 本文用时域现代时间序列分析方法^[1]提出的 Wiener 状态去卷滤波器为解决上述状态和信号估计问题提供了通用的和统一的方法和工具, 克服了上述的用多项式方法的局限性, 不仅可统一处理滤波、平滑和预报问题,

且允许信号和噪声是非平稳时间序列.

2 问题阐述和引理(Problem formulation and lemma)

考虑一类带多重观测滞后和带 MA 有色观测噪声系统

$$x(t+1) = \Phi x(t) + \Gamma w(t), \quad (1)$$

$$y(t) = H(q^{-1})x(t) + P(q^{-1})w(t) + C(q^{-1})v(t) + R(q^{-1})\xi(t), \quad (2)$$

其中状态 $x(t) \in \mathbb{R}^n$, 观测 $y(t) \in \mathbb{R}^m$, $w(t) \in \mathbb{R}^p$, $v(t) \in \mathbb{R}^r$ 和 $\xi(t) \in \mathbb{R}^s$ 是零均值, 方差阵各为 $Q_w > 0$, $Q_v > 0$ 和 $Q_\xi > 0$ 的独立白噪声, q^{-1} 为单位滞后算子, $q^{-1}x(t) = x(t-1)$, $H(q^{-1}), \dots, R(q^{-1})$ 为多项式矩阵, 形如

$$X(q^{-1}) = X_0 + X_1 q^{-1} + \dots + X_{n_x} q^{-n_x}, \quad (3)$$

其中 X_i 为系数阵, $n_x = \deg(Y)$ 为阶次, 规定 $X_i =$

* 基金项目: 国家自然科学基金(69774019)资助项目.

收稿日期: 1998-12-21; 收修改稿日期: 2000-10-23.

$0(i > n_x)$. 注意, 状态 $x(t)$ 可看成是观测方程(2)的输入. 由系统输出估计其输入叫反卷积.

因此 Wiener 状态去卷积滤波问题是: 基于观测 $(y(t+N), y(t+N-1), \dots)$ 求状态 $x(t)$ 的稳态最优(即线性最小方差)估值器 $\hat{x}(t|t+N)$. 它具有以观测 $y(t+N)$ 作为输入的传递函数阵表达式, 称为 Wiener 状态去卷积滤波器. 对 $N=0, N>0$ 或 $N<0$, 各称其为 Wiener 状态去卷积滤波器, 平滑器或预报器.

记 I_n 为 $n \times n$ 单位阵, 由式(1)和式(2)有

$$y(t) = H(q^{-1})(I_n - q^{-1}\Phi)^{-1}\Gamma q^{-1}w(t) + P(q^{-1})w(t) + C(q^{-1})v(t) + R(q^{-1})\xi(t). \quad (4)$$

为简单计, 省略多项式矩阵 $X(q^{-1})$ 的 q^{-1} , 简记 $X = X(q^{-1})$. 引入左素分解

$$[H(I_n - q^{-1}\Phi)^{-1}\Gamma q^{-1} + P, C, R] = A^{-1}[\bar{P}, \bar{C}, \bar{R}]. \quad (5)$$

其中 $A, \bar{P}, \bar{C}, \bar{R}$ 均为多项式矩阵, 且 $A_0 = I_m$. 将式(5)代入式(4)可得 ARMA 新息模型

$$Ay(t) = D\varepsilon(t). \quad (6)$$

其中多项式矩阵 D 是稳定的, $D_0 = I_m$, 新息 $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}^m$ 是零均值, 方差阵为 Q_ε 的白噪声, 且有关系

$$D\varepsilon(t) = \bar{P}w(t) + \bar{C}v(t) + \bar{R}\xi(t). \quad (7)$$

而 D 和 Q_ε 可和 Gevers-Wouters^[1]算法求得.

引理 1^[1] 对任意整数 N 有白噪声估值器

$$\hat{\theta}(t|t+N) = L_N^\theta \bar{A} \bar{D}^{-1} y(t+N), \quad \theta = w, v, \xi, \quad (8)$$

带左素分解

$$D^{-1}A = \bar{A}\bar{D}^{-1}, \quad (9)$$

带 $\bar{A}_0 = I_m, \bar{D}_0 = I_m$, 且定义多项式矩阵

$$L_N^\theta = Q_\theta G_{N\theta}^* Q_\varepsilon^{-1} q^{-N}, \quad \theta = w, v, \xi. \quad (10)$$

其中定义 $G_{N\theta}^* = 0(N < 0)$, 且对 $N \geq 0$ 定义

$$G_{N\theta}^* = G_0^{\theta T} + G_1^{\theta T} q + \dots + G_N^{\theta T} q^N, \quad (11)$$

式中 T 为转置号, $G_i^{\theta T} = (G_i^\theta)^T$, q 为单位前进算子, $qy(t) = y(t+1)$, G_i^θ 可递推为

$$G_i^\theta = -D_1 G_{i-1}^\theta - \dots - D_{n_d} G_{i-n_d}^\theta + \Psi_i^\theta. \quad (12)$$

其中规定 $G_i^\theta = 0(i < 0)$, 且定义 $\Psi^w = \bar{P}, \Psi^v = \bar{C}, \Psi^\xi = \bar{R}$.

引理 2^[1] $y(t+i)$ 有 Åström 预报器

$$\hat{y}(t+i|t) = J \bar{D}^{-1} y(t). \quad (13)$$

其中 $\bar{A}, \bar{D}$ 由式(9)决定. J_i 由下式决定

$$\begin{cases} \bar{D} = E_i \bar{A} + q^{-1} J_i, & (i > 0), \\ J_i = \bar{D} q^i, & (i \leq 0), \end{cases} \quad (14)$$

带 $\deg(E_i) = i-1, \deg(J_i) = \max(n_a-1, n_d-i)$.

3 Wiener 状态去卷积滤波器 (Wiener state deconvolution filters)

由式(1)和式(2)迭代可引出等价的带单观测滞后和 MA 有色观测噪声系统

$$x(t+1) = \Phi x(t) + \Gamma w(t), \quad (15)$$

$$y(t+\tau) = \bar{H}x(t) + \delta(t+\tau). \quad (16)$$

其中定义

$$\begin{cases} \bar{H} = \sum_{i=0}^{\tau} H_i \Phi^{\tau-i}, \quad \tau = n_h, \\ \delta(t+\tau) = \alpha(t+\tau) + \sum_{i=0}^{\tau-1} \sum_{k=0}^{\tau-1-i} H_i \Phi^{\tau-1-i-k} \Gamma w(t+k), \\ \alpha(t) = Pw(t) + Cv(t) + R\xi(t). \end{cases} \quad (17)$$

假设 $(\Phi, \bar{H})$ 为完全可观对, 可观性指数为 β , 即如下可观阵 Ω 为列满秩:

$$\Omega = [\bar{H}^T, (\bar{H}\Phi)^T, \dots, (\bar{H}\Phi^{\beta-1})^T]^T. \quad (18)$$

将伪逆 $\Omega^\# = (\Omega^T \Omega)^{-1} \Omega^T$ 分块表示为

$$\Omega^\# = [\Omega_0, \Omega_1, \dots, \Omega_{\beta-1}], \quad (19)$$

其中 Ω_i 为 $n \times m$ 阵.

定理 1 在 $(\Phi, \bar{H})$ 为完全可观对假设下, 系统(1), (2)有渐近稳定的 Wiener 状态去卷积滤波器

$$\hat{x}(t|t+N) = \bar{D}_N^{-1} \bar{K}_N y(t+N), \quad (20)$$

或等价地表为 ARMA 递推形式

$$\bar{D}_N \hat{x}(t|t+N) = \bar{K}_N y(t+N), \quad (21)$$

其中 $\bar{D}_N$ 和 $\bar{K}_N$ 由如下左素分解决定

$$\bar{D}_N^{-1} \bar{K}_N = K_N \bar{D}^{-1}, \quad (22)$$

带 $\bar{D}_{N0} = I_n, \bar{A}, \bar{D}$, 由式(9)定义. K_N 为

$$K_N = \sum_{i=0}^{\beta-1} \Omega_i [J_{\tau+i-N} - \Lambda_i^N \bar{A} - \Delta_i^N \bar{A}], \quad (23)$$

其中定义如下多项式矩阵

$$\Lambda_i^N = \sum_{j=0}^{i-1} \bar{H} \Phi^{i-1-j} \Gamma L_{N-j}^\theta, \quad \Lambda_0^N = 0, \quad (24)$$

$$\Delta_i^N = \sum_{j=0}^{n_v} P_j L_{N-\tau-i+j}^\theta + \sum_{j=0}^{n_c} C_j L_{N-\tau-i+j}^\theta + \sum_{j=0}^{n_r} R_j L_{N-\tau-i+j}^\theta + \sum_{s=0}^{\tau-1} \sum_{k=0}^{\tau-1-s} H_s \Phi^{\tau-1-s-k} \Gamma L_{N-i-k}^\theta. \quad (25)$$

证 由式(15)和式(16)迭代并利用式(19)和射影性质有非递推最优状态估值器^[1]

$$\begin{aligned} \hat{x}(t|t+N) = & \sum_{i=0}^{N-1} \Omega_i [\hat{y}(t+\tau+i|t+N) - \\ & \sum_{j=0}^{t-1} \bar{H}\Phi^{i-1-j}\Gamma\hat{w}(t+j|t+N) - \\ & \hat{\delta}(t+\tau+i|t+N)], \end{aligned} \quad (26)$$

由式(17)和射影性质可知 $\hat{\delta}(t+\tau+i|t+N)$ 是一些白噪声估值器的线性组合. 将式(8)和式(13)代入式(26)可得

$$\hat{x}(t|t+N) = K_N \bar{D}^{-1} \gamma(t+N), \quad (27)$$

其中 K_N 由(23)~(25)定义. 将式(22)代入式(27)得式(20)或式(21). 由式(9)和 D 的稳定性引出 $\bar{D}$ 是稳定的, 故式(20)或式(21)是渐近稳定的. 证毕.

推论 1 定理 1 中的 Wiener 状态去卷滤波器也可表为

$$\det \bar{D} \hat{x}(t|t+N) = K_N \text{adj} \bar{D} \gamma(t+N). \quad (28)$$

证 将 $\bar{D}^{-1} = \text{adj} \bar{D} / \det \bar{D}$ 代入式(27)得式(28).

注意: 式(28)的优点是避免了左素分解式(22), 缺点是增加了滤波器的阶次.

推论 2 对单输出(SO)系统(1),(2)在 $(\Phi, \bar{H})$ 为完全可观对时, 有渐近稳定的 Wiener 状态去卷滤波器

$$D\hat{x}(t|t+N) = K_N \gamma(t+N), \quad (29)$$

其中 K_N 由式(23)计算, 但其中应置 $\bar{A} = A, \beta = n$.

证 对单输出系统有 $\bar{A} = A, \bar{D} = D$. 由式(27)得式(29). 由 D 的稳定性引出式(29)是渐近稳定的.

4 应用(Applications)

4.1 应用于带 ARMA 有色观测噪声系统状态估计 (Application to state estimation for systems with the ARMA coloured measurement noise)

考虑带 ARMA 有色观测噪声系统

$$x(t+1) = \Phi x(t) + \Gamma w(t), \quad (30)$$

$$y(t) = H^0 x(t) + \eta(t) + \xi(t), \quad (31)$$

$$A\eta(t) = Cv(t). \quad (32)$$

其中有色观测噪声 $\eta(t)$ 服从 ARMA 模型式(32), 状态 $x(t) \in \mathbb{R}^n$, 观测 $y(t) \in \mathbb{R}^m$, 白噪声 $w(t)$, $\xi(t)$ 和 $v(t)$ 的假设同系统(1),(2). A, C 为 q^{-1} 的多项式矩阵, 但 Φ, Γ, H^0 为常阵. 将式(31)左乘以 A , 利用式(32)可得观测方程

$$z(t) = H(q^{-1})x(t) + Cv(t) + A\xi(t). \quad (33)$$

其中 $z(t) = Ay(t)$ 是与 $y(t)$ 等价的新的观测过程, 且 $H(q^{-1}) = AH^0$. 于是系统式(30)和式(33)化为系统(1),(2)形式, 故可用本文方法求 Wiener 状态估值器 $\hat{x}(t|t+N)$.

4.2 应用于多通道信号 Wiener 滤波器设计 (Application to Wiener filter design for multichannel signals)

考虑多通道 Wiener 滤波问题

$$y(t) = s(t) + \eta(t) + \xi(t), \quad (34)$$

$$As(t) = Cw(t), \quad (35)$$

$$P\eta(t) = Rv(t). \quad (36)$$

其中观测 $y(t) \in \mathbb{R}^m$, 被估信号 $s(t) \in \mathbb{R}^m$ 和有色观测噪声 $\eta(t) \in \mathbb{R}^m$ 各服从 ARMA 模型(35)和(36). 白噪声 $\xi(t), w(t)$ 和 $v(t)$ 同系统(1),(2), A, C, P, R 为多项式矩阵. 注意, (35)有状态空间模型

$$x(t+1) = \Phi x(t) + \Gamma w(t), \quad (37)$$

$$s(t) = H^0 x(t) + C_0 w(t), \quad (38)$$

其中 $n_0 = \max(n_a, n_c)$,

$$\begin{cases} H^0 = [I_m 0 \cdots 0], \\ \Phi = \begin{bmatrix} -A_1 & & \\ & I_{(n_0-1)m} & \\ -A_{n_0} & 0 \cdots 0 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} C_1 - A_1 C_0 \\ \vdots \\ C_{n_0} - A_{n_0} C_0 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (39)$$

将式(34)左乘以 P , 引入与 $y(t)$ 等价的新的观测过程 $z(t) = Py(t)$, 且记 $H(q^{-1}) = PH^0$, 则有观测方程

$$z(t) = H(q^{-1})x(t) + PC_0 w(t) + Rv(t) + P\xi(t). \quad (40)$$

式(37)和式(40)化为式(1)和式(2)形式, 故可用本文方法求 Wiener 状态去卷滤波器 $\hat{x}(t|t+N)$ (27), 进而由(38)有信号 $s(t)$ 的最优滤波器.

$$\hat{s}(t|t+N) = H^0 \hat{x}(t|t+N) + C_0 \hat{w}(t|t+N). \quad (41)$$

将(8)式代入(40)并注意 $z(t) = Py(t)$ 可得如下定理:

定理 2 多通道 Wiener 滤波问题(34),(36)有渐近稳定的多通道 Wiener 滤波器

$$\hat{s}(t|t+N) = K_N \bar{D}^{-1} Py(t+N), \quad (42)$$

或表为 ARMA 递推滤波器形式

$$\bar{D}_N^* \hat{s}(t|t+N) = \bar{K}_N^* Py(t+N), \quad (43)$$

带左素分解

$$(\bar{D}_N^s)^{-1} \bar{K}_N^s = K_N^s \bar{D}^{-1}, \quad (44)$$

或表为另一种 ARMA 递推滤波器形式

$$\det \bar{D}^s \hat{s}(t | t + N) = K_N^s \text{adj} \bar{D} P y(t + N). \quad (45)$$

其中 $K_N^s = H^0 K_N + C_0 L_N^s \bar{A}$, K_N , $\bar{A}$, $\bar{D}$ 各由式(23)和式(9)计算.

4.3 应用多通道信号 Wiener 去卷滤波器设计 (Application to Wiener deconvolution filter design for multichannel signals)

考虑多通道信号 Wiener 去卷问题

$$P y(t) = B s(t) + R v(t), \quad (46)$$

$$A s(t) = C w(t), \quad (47)$$

其中观测 $y(t) \in \mathbb{R}^m$, 输入 $s(t) \in \mathbb{R}^n$, 白噪声 $w(t)$ 和 $v(t)$ 同系统(1), (2), P, B, R, A, C 为多项式矩阵. 问题是求多通道 Wiener 去卷滤波器 $\hat{s}(t | t + N)$. 将式(47)表为状态空间向横型(37) ~ (39), 其中应置 $m = n$, 引入观测过程 $z(t) = P y(t)$ 由式(38)和式(46)得观测方程

$$z(t) = B H^0 x(t) + B C_0 w(t) + R v(t). \quad (48)$$

记 $B H^0 = H(q^{-1})$, 则式(37)和式(48)化为(1), (2)形式. 于是用本文方法类似于定理 2 可求得 Wiener 去卷滤波器 $\hat{s}(t | t + N)$.

5 仿真例子 (Simulation examples)

例 1 考虑二通道 Wiener 滤波问题(34) ~ (36), 其中 $s(t) = [s_1(t), s_2(t)]^T$, $A = I_2 + A_1 q^{-1}$, $C = C_1 q^{-1}$, $P = I_2 + P_1 q^{-1}$, $R = R_1 q^{-1}$, 且

$$\begin{cases} A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0.9 & 0.2 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 0.95 & -1.1 \\ -1.4 & 0.6 \end{bmatrix}, \\ P_1 = \begin{bmatrix} 0.89 & 0 \\ -0.35 & -0.78 \end{bmatrix}, R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & -0.25 \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (49)$$

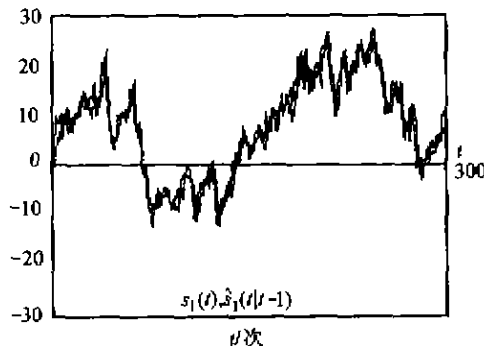


图 1 $s_1(t)$ 和 Wiener 预报器 $\hat{s}_1(t|t-1)$

Fig. 1 $s_1(t)$ and Wiener predictor $\hat{s}_1(t|t-1)$

$Q_w = \text{diag}(1, 2)$, $Q_v = 4I_2$, $Q_\varepsilon = 2I_2$. 取 $N = -1$, 应用定理 2 可得 Wiener 预报器为

$$\bar{D}_{-1}^s \hat{s}(t | t - 1) = \bar{K}_{-1}^s P y(t - 1). \quad (50)$$

其中 $\bar{D}_{-1}^s = I_2 + \bar{D}_{-11}^s q^{-1} + \bar{D}_{-12}^s q^{-2}$, 且

$$\begin{cases} \bar{D}_{-11}^s = \begin{bmatrix} -7.376538 & -9.729365 \\ 5.414045 & 7.125943 \end{bmatrix}, \\ \bar{D}_{-12}^s = \begin{bmatrix} -1.381203 & -1.608316 \\ 6.990659 & 1.150492 \end{bmatrix}, \\ \bar{K}_{-1}^s = \begin{bmatrix} 0.300582 & -0.344433 \\ -0.239485 & 0.239485 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (51)$$

仿真结果如图 1 和图 2 所示. 注意本例中 $s(t)$ 是非平稳时间序列.

例 2 考虑二通道 Wiener 去卷问题(46)和(47), 其中 $P = I_2 + P_1 q^{-1}$, $B = B_1 q^{-1}$, $A = I_2 + A_1 q^{-1}$, $C = C_1 q^{-1}$, $Q_w = 0.2I_2$, $Q_v = 0.1I_2$, 且

$$\begin{cases} P_1 = \begin{bmatrix} -0.9 & 0.08 \\ 0.52 & 0.375 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.7 \\ 0.5 & -0.35 \end{bmatrix}, \\ R_1 = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ 0 & -0.95 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} -0.95 & -0.376 \\ 0.2 & -0.75 \end{bmatrix}, \\ C_1 = \begin{bmatrix} -0.9 & 0.95 \\ -0.9 & 0.2 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (52)$$

取 $N = 0$, 应用节 4.3 的方法可得 Wiener 去卷滤波器为

$$\bar{D}_0^s \hat{s}(t | t) = \bar{K}_0^s P y(t). \quad (53)$$

其中 $\bar{D}_0^s = I_2 + \bar{D}_{01}^s q^{-1}$, 且

$$\begin{cases} \bar{D}_{01}^s = \begin{bmatrix} -0.156740 & 0.160814 \\ 0.305008 & -0.469829 \end{bmatrix}, \\ \bar{K}_0^s = \begin{bmatrix} 0.842545 & 0.154194 \\ 0.273109 & -0.254270 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (54)$$

仿真结果如图 3 和图 4 所示.

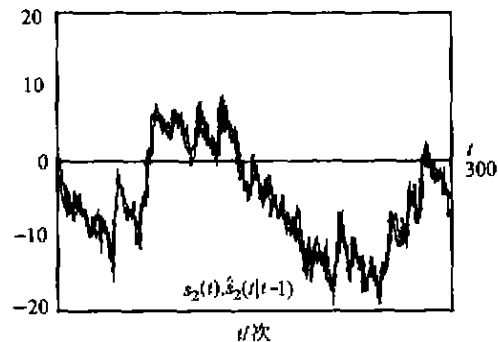
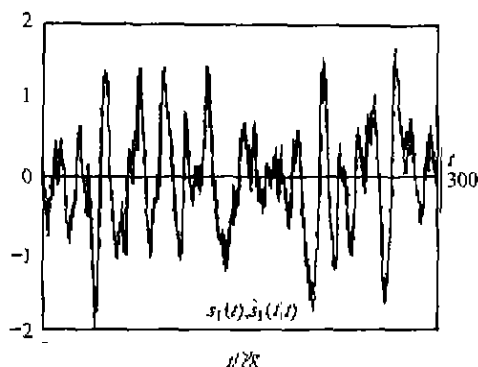
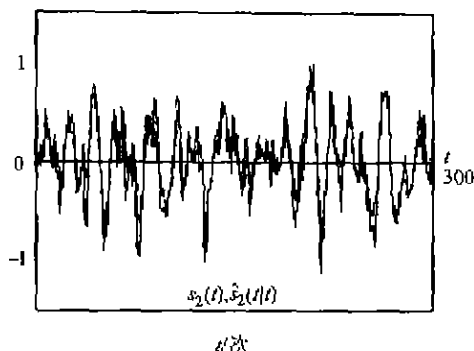


图 2 $s_2(t)$ 和 Wiener 预报器 $\hat{s}_2(t|t-1)$

Fig. 2 $s_2(t)$ and Wiener predictor $\hat{s}_2(t|t-1)$

图3 $s_1(t)$ 和 Wiener 去卷滤波器 $\hat{s}_1(t)$ Fig. 3 $s_1(t)$ and Wiener deconvolution filter $\hat{s}_1(t)$ 图4 $s_2(t)$ 和 Wiener 去卷滤波器 $\hat{s}_2(t)$ Fig. 4 $s_2(t)$ and Wiener deconvolution filter $\hat{s}_2(t)$

6 结束语(Conclusion)

本文提出的 Wiener 状态去卷滤波器的原理是:以 ARMA 新息模型为工具,利用白噪声估值器和观测预报器,由非递推状态估值器的递推变形引出 Wiener 状态去卷滤波器.它可应用于带 ARMA 有色观测噪声系统 Wiener 状态滤波器设计,也可用于设计信号的 Wiener 滤波器和 Wiener 反卷积滤波器.同频域多项式方法^[2~5]相比,克服了要求信号和噪声是平稳的限制条件,可统一处理带 ARMA 有色观测噪声系统的状态滤波、平滑和预报问题,且避免了求解 Diophantine 方程.它为状态和信号估计提供了一种通用的统一的工具,大量仿真结果表明用本文方法设计 Wiener 滤波器具有较高精度,因为这种 Wiener 滤波器是稳态最优的.至于在计算量上同多项式方法比较有待进一步具体分析.

参考文献(References)

- [1] Deng Zili. Optimal Filtering Theory and Its Applications-Modern Time Series Analysis Method [M]. Harbin: Press of Harbin Institute of Technology, 2000

- [2] Chisci L, Mosca E. Polynomial equations for the linear MMSE state estimation [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1992, 37(5): 623 - 626
- [3] Ahlen A, Sternad M. Wiener filter design using polynomial equations [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1991, 39(11): 2387 - 2399
- [4] Roberts A P, Newmann M M. Polynomial approach in Wiener filtering [J]. Int. J. Control, 1988, 47(3): 681 - 696
- [5] Grimbale M J. Multichannel optimal linear deconvolution filters and strip thickness estimation from gauge measurements [J]. Trans. ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1995, 117(2): 167 - 173

本文作者简介

邓自立 1938 年生. 1962 年毕业于黑龙江大学数学系, 现任黑龙江大学应用数学研究所和自动化系教授. 研究方向为状态估计, 最优滤波, 信号处理等.

孙书利 1972 年生. 1996 年毕业于黑龙江大学数学系, 1999 年获控制理论与控制工程硕士学位, 现为哈尔滨工业大学博士研究生. 研究方向为状态估计, 反卷积, 最优滤波等.

郭金柱 1955 年生. 1980 年毕业于黑龙江大学数学系, 现任黑龙江大学自动化系教授. 研究方向为信号处理, 模式识别, 计算机管理和控制等.