文章编号: 1000 - 8152(2001)04 - 0581 - 04

一类平滑的机器人非线性滑动模控制策略*

代 颖 施颂椒

(上海变通大学自动化系・上海、200030)

摘要:提出一类平滑的非线性滑动模控制策略,用于不确定性机器人的轨迹跟踪,其控制结构不依赖系统模型,由一个连续的非线性补偿控制器和一个非线性反馈构成,其主要特点是基于一类饱和型函数,提出了一类新颖的非线性补偿控制器和非线性滑动模的设计方法.另外,应用提出的非线性滑动模,可以推得一个只有一阶的机器人集中不确定性约束函数而不是通常的二阶多项式.基于 Lyapunov 方法的理论分析和计算机仿真,均保证设计的控制策略能够消除系统所有的不确定性影响,并达到全局的新近稳定.

关键词:非线性滑动模:机器人;渐近稳定

文献标识码·A

A Class of Smooth Nonlinear Sliding Mode Control Schemes for Robots

DAI Ying and SHI Songjiao

Department of Automation, Shanghai Jiaotong University: Shanghai, 200030, P. R. China)

Abstract: This paper proposes a class of smooth nonlinear stiding mode control schemes for trajectory tracking of robots with uncertainties. The control structure consisting of a continuous nonlinear compensator and a nonlinear feedback term is model-independent and can produce smooth control activity. The main feature of the control approach is that a new class of continuous nonlinear compensators and nonlinear sliding modes are developed based on a class of saturation-type functions to simplify the controller design and improve the transient performance. Furthermore a new first order bounding ploynomial on system uncertainties is introduced instead of the conventional second order ploynomial. It is shown by Lyapunov's theorem and simulations that uncertain effects such as frictions and external disturbances are eliminated, and also the global asymptotic stability can be warranted.

Key words; nonlinear sliding mode control; robot; asymptotic stability

1 引言(Introduction)

机器人的滑动模控制一直是控制界研究的热门主题之一^[1].但滑动模控制有一个致命的弱点,就是其不连续的控制作用会导致控制抖振,从而可能激励系统忽略的高频未建模动力学,甚至引发执行机构的机械损伤,通常消除抖振的方法是引人一个边界层以平滑控制作用,但这会导致系统丢失渐近稳定性.

最近,文献[2,3]提出一种最终滑动模控制方法 用来减小抖振和改进系统暂态性能,与传统的线性 滑动模相比,最终滑动模可以保证暂态较小的控制 作用和稳态较低的误差,但这些控制器均是基于模 型的,这就不可避免地会导致控制设计复杂和实现 困难,

近年来,不依赖模型的控制虽已引起了机器人

控制界的极大注意,但从现存的结果^[4-6]来看,这些 控制策略均是基于一个约束系统集中不确定性的二 阶多项式。

受最终滑动模控制和不依赖模型控制策略思想的启发,本文提出了一类平滑的非线性滑动模控制策略,用于不确定性机器人的轨迹跟踪,首先,基于一类饱和型非线性函数,提出了一类新的非线性补偿控制器和一类非线性滑动模的设计方法;然后,利用该非线性滑动模,推得了一个新颖的机器人集中不确定性上界函数.该约束函数是一个简单的一阶多项式,完全不同于现存文献[4~6]中的二阶多项式,最后,严格的 Lyapunov 理论分析和仿真均保证,设计的控制策略能够平滑地消除系统存在的所有不确定性影响,达到全局的渐近稳定.

^{*} 基金项目:中国博士后科学基金(98059)及北京中自技术公司博士后科学基金资助项目. 收稿日期:1999-09-21:收錄改稿日期:2000-07-25.

2 问题的描述(Problem statement)

考虑由下述二阶非线性微分方程描述的 n 自由度旋转关节机器人动力学模型

$$\begin{cases} M(q)\ddot{q} + H(q,\dot{q}) = \tau, \\ H(q,\dot{q}) = C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) + f(\dot{q}) + \tau_{d}(q,\dot{q},t). \end{cases}$$

(1)

其中、 τ 是 $n \times 1$ 应用力矩向量,q 是 $n \times 1$ 关节角向量,M(q) 是 $n \times n$ 对称正定惯性矩阵,C(q,q)q 是 $n \times 1$ 哥氏力和离心力向量,G(q) 是 $n \times 1$ 重力向量,f(q) 是 $n \times 1$ 摩擦力向量.

假定 1 本文假定外部扰动满足如下的不等式 $\|r_d\| \le d_1 + d_2 \|q\| + d_3 \|q\|$, (2) 其中 d_i , i = 1,2,3 是未知的正常数.

假定 2 期望轨迹 q_d 是三阶可导的,并且满足 $\sup \|q_d\| \le C_0 \sup \|\dot{q}_d\| \le C_1$, $\sup \|\ddot{q}_d\| \le c_2$, (3)

其中 c_0, c_1 和 c_2 是未知的正数.

式(1) 描述的机器人动力学具有如下的结构特 性[4~6]

特性 1 惯量矩阵 M(q) 是对称正定的,并且有 $k_m \le \|M(q)\| \le k_M, k_m$ 和 k_M 是某正数.

和

 $x^{\mathrm{T}}[\dot{M}(a) - 2C(a, \dot{a})]x = 0, \forall x \in \mathbb{R}^n.$

特性 3 重力项 G(q) 满足 $\parallel G(q) \parallel \leq k_G, k_G$ 是某正数.

特性 4 摩擦力向量 f(q) 满足 $||f(q)|| \le a$ + b ||q||, a 和 b 是某正数.

为了导出本文的控制策略,首先定义一类饱和型标量函数如下:

定义 1 设对任意的 $x \in \mathbb{R}, \phi(x)$ 代表一类饱和型标量函数,并且满足

- 1) $| \phi(x) | \le 1$;
- 2) $\phi(x) = -\phi(-x);$
- 3) $0 \leqslant \frac{\mathrm{d}\phi(x)}{\mathrm{d}x} \leqslant 1$.

显然,容易证明 $\phi(x)$ 是奇函数,并还满足

- 4) $x\phi(x) > 0, x \neq 0$:
- 5) $x\phi(x) = |x| \phi(|x|);$
- 6) $\phi(0) = 0$.

注 1 按照定义可知以下函数能够满足要求:

a) sat
$$(x) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x), & |x| \ge 1, \\ x, & |x| < 1; \end{cases}$$

b)
$$\sin(x) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x), \mid x \mid \geq \frac{\pi}{2}, \\ \sin(x), \mid x \mid < \frac{\pi}{2}; \end{cases}$$

$$\tanh(x) = \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{\exp(x) + \exp(-x)};$$

$$\frac{bx}{1+b+x+}, b>0;$$

e)
$$\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg}(x) \not \equiv 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg}(x)$$
.

应用上述的饱和型函数就可构成一类新颖的非 线性滑动模.

定义 2 设 $e = q - q_d$, 定义一类非线性滑动变量 $s = e + \lambda \Phi(e)$, 其中 $\lambda = \text{diag}(\lambda_i)$, $\lambda_i > 0$, i = 1, \cdots , n, $\Phi(e) = [\phi^p(e_1), \cdots, \phi^p(e_n)]^T$, $p \ge 1$, p 是奇数.

注 2 必须指出,本文提出的非线性滑动模与 所谓的最终滑动变量[2,3] 是不同的. 最终滑动变量 定义为 $s=e+\lambda e^p$,其中 $p\in\frac{z_1}{z_2}$,0 < $z_1< z_2$, z_1,z_2 \in 奇数,1>p>0.5,而在本文中要求 p 是奇数且 $p\geqslant 1$. 另外,文献[3] 关于 p 的条件,会使控制器在 初始位置误差为零时导致奇异,因为其控制律的实 现需要计算 $q_r=q_d-p\lambda$ diag $[\frac{1}{e_1^{1-p}},\cdots,\frac{1}{e_n^{1-p}}]e$,而本 文则不会受此影响。

对于该非线性滑动模,有如下的引理.

引理 1 当系统状态到达滑动模时,即 s=0,位置误差和速度误差随时间变化,渐近趋近于 0,即 $\lim_{\epsilon \to 0} e=0$.

证 定义一个正定函数 $L=0.5e^{T}e$.
对之求时间导数可得: $\dot{L}=e^{T}e=-\lambda e^{T}\Phi(e)$ $=-\sum_{n=1}^{i=1}\lambda_{i}e_{i}\phi(e_{i})\phi^{n-1}(e_{i})\leq0.$ 根据 LaSalle's 不变集定理 $^{[7]}$ 可得 $\lim_{n\to\infty}\phi(e_{i})=0$, 这样就有 $\lim_{n\to\infty}\phi(e_{i})=0$, $\dot{L}=1,\cdots,n$.

基于该滑动模,可以推得如下的引理,

引理 2 (1)式描述的机器人动力学方程可化 为如下的形式

$$M(q)s + C(q,q)s = \tau - \Delta A,$$

$$\Delta A = M(q)q_{\tau} + C(q,q)q_{\tau} + G(q) + f(q) + \tau_{d}(q,q,t).$$
(4)

其中 $q_r = q_d - \lambda \frac{d\Phi(e)}{de}e$, $q_r = q_d - \lambda \Phi(e)$, ΔA 代表 集中的系统非线性和不确定性,满足如下的不等式

$$\|\Delta A\| \leq \eta = \xi_1 \|x\| + \xi_2.$$
 (5)

其中 $x = \begin{bmatrix} e \\ d \end{bmatrix}$, ξ_1 和 ξ_2 是未知的正常数.

证 利用机器人的结构特性和假定,可简单得证.

注3 值得注意的是,由于应用了定义1的非线性滑动模,机器人系统不确定性的集中约束函数 η 得到大大地简化,变成一个简单的一阶多项式,这在现存文献中还未见报道,它完全有别于现存文献中^[4-6]的机器人不确定性约束函数.因为这些约束函数均至少是二阶的多项式,而基于二阶多项式的控制策略往往具有较复杂的控制结构,并更可能会导致较大的控制作用.

注 4 在推导约束函数时,用到了假定 2,以减少约束参数.实际上,即使期望轨迹的上界未知,也即对机器人的速度、加速度不加限制,同样可以利用已知期望轨迹的向量范数来推导机器人的约束函数如下:

$$\|\Delta A\| \le (a_1 + a_2 \| \dot{q}_d \|) \|x\| + a_3 + a_4 \| \dot{q}_d \| + a_5 \| \dot{q}_d \| + a_6 \| \dot{q}_d \| + a_7 \| \dot{q}_d \|^2.$$
 (6)

其中 a_i , $i=1,\cdots,7$ 是某正常数. 该约束函数同样可以用到控制策略的设计中.

本文的控制目标是:根据给定的连续有界的期望轨迹 q_d , q_d , q_d , q_d , 对参数及结构不确定的机器人,设计一类非线性滑动模控制策略,保证系统的输出误差渐近稳定和参数估计一致有界.

3 非线性滑动模控制器设计(Nonlinear sliding mode controller design)

本文设计的控制器包括两个部分,一部分是连续的非线性补偿控制器,用于驱动滑动变量渐近或指数地到达滑动表面;另一部分是非线性反馈项,用于反馈非线性滑动模变量,其控制结构如下.

$$\begin{cases} \tau = u - K_2 s^v, \ u = -K_1 \Psi[\varepsilon(t) s] \hat{\eta}, \ v \in \frac{z_1}{z_2}, \\ 0 < z_1 < z_2, \ z_1, z_2 \in \text{odd}, \\ \hat{\eta} = \hat{\xi}_1 \parallel x \parallel + \hat{\xi}_2, \\ \Psi[\varepsilon(t) s] = [\Psi[\varepsilon(t) s_1], [\Psi[\varepsilon(t) s_2], \dots, [\Psi[\varepsilon(t) s_n]^T, \\ \Psi(x) \in \phi(x), \end{cases}$$
(7)

 $\dot{\hat{\xi}}_1 = -\mu_1(t)\hat{\xi}_1 + g_1 \|x\| \cdot \|s\|, \tag{9}$

$$\dot{\hat{\xi}}_{2} = -\mu_{2}(t)\hat{\xi}_{2} + g_{2} \| s \|, \tag{10}$$

$$\begin{cases} \dot{\mu}_i(t) = -\gamma_i \mu_i(t), \ \mu_i(0) > 0, \\ \hat{\xi}_i(0) \ge 0, \ g_i, \gamma_i > 0, \ i = 1, 2. \end{cases}$$
 (11)

其中 $\hat{\epsilon}_1$, $\hat{\epsilon}_2$ 分别是 $\hat{\epsilon}_1$, $\hat{\epsilon}_2$ 的估计, $K_1 = \operatorname{diag}(k_{1i})$, $k_{1i} > 1$, K_2 是一正定矩阵, $\epsilon(t)$ 代表一类严格增的标量函数, 并且满足 $\lim_{t\to\infty} \epsilon(t) = \infty$ 和 $\epsilon(t) > 0$, 例如可取 $\epsilon(t) = \exp(t)$ 或 $\epsilon(t) = 1 + 2t$.

注 5 控制律(7)~(11)与传统的滑动模控制不同之处在于,控制算法中不含符号函数,因此控制律的实现是一致连续和平滑的.另外,非线性补偿控制器还是一致有界的,即 i.e. $\|u\| \leq \sum_{i=1}^{n} k_{1i}\hat{\eta}$,这意味着在控制律实现中可以避免可能的执行器饱和,增加了控制器的可靠性.

注 6 控制结构(7)允许设计者能够灵活地选用饱和型函数设计最终滑动表面或非线性补偿控制器,这样,就可基于不同滑动变量和不同非线性补偿控制器,设计一些崭新的控制器如下:

$$\tau = -K_1 \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left[\varepsilon(t) s \right] \hat{\eta} - K_2 s^{\nu}, \ s = e + \lambda \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg}(e) \right)^{\rho},$$
(12)

$$\tau = -K_1 \frac{2}{\pi} \operatorname{sat} \left[\varepsilon(t) s \right] \hat{\eta} - K_2 s^{\nu}, \quad s = e + \lambda \sin^{\nu}(e), \quad (13)$$

$$\tau = -K_1 \tanh \left[\varepsilon(t) s \right] \hat{\eta} - K_2 s^{\sigma}, \quad s_i = e_i + \lambda_i \left(\frac{e_i}{1 + |e_i|} \right)^p. \tag{14}$$

其中,符号(arctg, sat, tanh, sin)代表对应标量函数的向量形式.

注 7 本文设计的控制算法十分简单,对任何自由度的机器人只需在线辨识两个约束参数.另外,如果已知约束参数的先验值,只需将之代人控制律中即可保证全局的渐近稳定.但是这些先验值通常是保守得到的,这就可能会产生较大的控制作用,而采用在线辨识的方法则可得出较为满意的控制力矩.

对前述的控制策略,有如下的理论.

定理 对(1)式描述的机器人系统,采用(7)式的控制律和(9)~(11)式的参数自适应律,则整个机器人控制系统是全局渐近稳定的,即 $\lim_{\epsilon_i,\epsilon_i=0}$.

证 设一个待选的 Lyapunov 函数如下
$$V = 0.5 \left[s^{T} M(q) s + g_{1}^{-1} \bar{\xi}_{1}^{2} + g_{2}^{-1} \bar{\xi}_{2}^{2} \right] + \xi_{1}^{2} g_{1}^{-1} \gamma_{1}^{-1} \mu_{1} + \xi_{1}^{2} g_{2}^{-1} \gamma_{2}^{-1} \mu_{2}, \qquad (15)$$

其中 $\tilde{\xi}_i = \hat{\xi}_i - \xi_i$.

(8)

对 V 沿系统闭环轨迹(4)求时间导数,并代人控制律(7)~(11),推导可得

为了简单起见,这里只考虑 $\Psi(x) = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg}(x)$ 的情况.

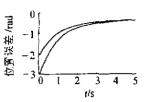
从式 (16) 可知, 如果 | s_i | \geqslant r(t) = $\frac{1}{\varepsilon(t)} t g(\frac{\pi}{2k_{1t}}), k_{1i} > 1, 就有 \dot{V} < 0.$

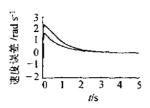
按照 Lyapunov 理论^[7]、系统的所有状态是全局一致最后有界的,并且系统状态 s 将收敛到闭球 $\Sigma = \{s_i \in \mathbb{R}: |s_i| \le r(t)\}$ 上. 由于 $\lim_{t\to\infty} r(t) = 0$,这即是说当时间 $t\to\infty$ 时,闭球将收缩到原点,同时系统的 Lyapunov 函数除了原点的 $\dot{V}(0) = 0$ 以外,均保证 $\dot{V} < 0$,因此当时间 $t\to\infty$ 时,系统状态 s_i 将收敛到非线性滑动模 $s_i = 0$ 上. 这时,根据引理 1,可得 $\lim_{t\to\infty} e_i$, $\dot{e}_i = 0$. 证毕.

4 仿真(Simulation)

为了验证控制策略的有效性,本节将给出一个二自由度机器人的仿真.机器人的模型和参数取自文献[8].因为控制器(12)是崭新的,实际上,到目前为止,文献中还未见函数 $\frac{2}{\pi}$ arctg(x) 用于机器人的控制中,所以本节仅测试控制器(12) 的控制性能.

设 $\tau_d = \sin(q)q$, $q_d = [\sin(t), \cos(t)]^T$. 控制参数为 $K_1 = \text{diag}(15)$, $K_2 = \text{diag}(10)$, $\varepsilon(t) = \exp(t)$, $\mu_1(t) = 0$. $1\exp(-t)$, $\mu_2(t) = \exp(-t)$, $g_1 = g_2 = 10$. 系统的初始状态为 q(0) = -2, q(0) = 0. 取采样间隔 1 毫秒,应用四阶 Runge-kutta 法的仿真结果如图 1 和图 2 所示.





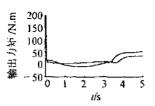
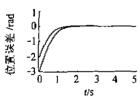
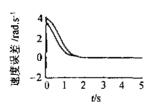


图 1 非线性滑动模参数取 v=1/3, p=3 的跟踪性能

Fig. 1 Tracking performance of nonlinear sliding mode control with v=1/3, p=3





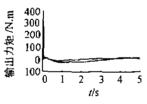


图 2 非线性滑动模参数取 v~p=1 的跟踪性能

Fig. 2 Tracking performance of nonlinear sliding model control with v=p=1

图 1 仿真结果表明,设计的控制器,力矩输出平滑,没有传统滑动模控制(图 2 中)的抖振现象.约束参数能分别收敛到某一常值,位置和速度误差均渐近地收敛到零.另外,在其他仿真中发现系统初始时刻较大的控制力矩可以通过设定初始误差为零,加以克服.

5 结论(Conclusion)

本文从工程实用角度,提出了一类新颖的非线性滑动模控制策略,用于不确定性机器人的轨迹跟踪.其不依赖模型的控制结构使得控制律的实现十分简单、详细的理论分析和计算机仿真均证明设计的控制策略能够消除系统所有的不确定性影响,保证全局的渐近稳定.

本文的主要贡献在于:1)提出了一类连续、有 界的非线性补偿控制器和一类非线性滑动模的设计 方法; 2) 推导了一种关于机器人系统集中不确定 性的一阶约束多项式.

本文的工作适用于控制任何与机器人具有相似 动力学的机械系统,将来的任务是将现有的工作应 用到柔性机器人的控制.

参考文献(References)

- Gao W. Foundation of Variable Structure Control Theory [M]. Beijing: Science & Technology Press, 1990 (in Chinese)
- [2] Man Z, Paplinski and Wu H R. A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robotic manipulators [1]. IEEE Trans. Automatic Control. 1994, 39(5):2464 - 2469
- [3] Yu Tang. Terminal sliding mode control for ngid robots [J]. Automatica, 1998, 34(1):51-56
- [4] Song Y D. Adaptive motion tracking control of robot manipulators (下转第 588 页)

情形 3 若采样周期 T_s 和其它控制器参数 N, m,p 等与情形 1 相同,而实际对象为 $G_p(s)$ =

$$\begin{pmatrix} \frac{3.05}{50s+1}e^{-27s} & \frac{3.77}{60s+1}e^{-28s} \\ \frac{5.39}{50s+1}e^{-18s} & \frac{5.72}{60s+1}e^{-14s} \end{pmatrix}$$
. 经计算得到 A_S 的部

分特征值在单位圆以外,其中幅值最大值为 1.0128. 由定理 1 可知,由于对象特性变化过大,使闭环控制系统不稳定.

情形 4 若实际对象 $G_p(s) = G_m(s)$,控制时域 m = 1,预测时域 p = 5;而采样周期 T_s 和其它控制器参数与情形 1 相同. 经计算得到 A_s 的部分特征值在单位圆以外,其中幅值最大值为 1.0. 由定理 1 可知,由于预测时域太小,未能复盖整个动态过程,而使闭环控制系统无法渐近稳定.

经上述算例表明,基于本文所提出的 MIMO DMC 稳定性定理,无须进行闭环控制系统动态过程仿真,就能分析系统的闭环稳定性.尽管矩阵 A_S 的维数较大,但采用 Matlab 之类的有效分析工具,对于 MIMO DMC 系统稳定性的分析,其运算量并不大,因而可广泛用于 MIMO 预测控制系统的分析与设计.

参考文献(References)

[1] Garcia C.E., Prett D.M. and Morari M., Model predictive control: the-

- ory and practice—A survey [J]. Automatica, 1989, 25(3): 335 348
- [2] Garcia C E and Morari M. Internal model control, Part 1: A unifying review and some new results [J]. Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development, 1982, 21(2):308-323.
- [3] Badgwell T A. Robust stability conditions for SISO model predictive control algorithms [1]. Automatica. 1997. 33(7):1357 – 1361
- [4] Xi Yugeng, Li Junyi. Closed-loop analysis of predictive control for a class of industrial processes [J]. Acta Automatica Sinica, 1995, 21 (1):1-7 (in Chimese)
- [5] Zhang Jun, Xi Yugeng. Several stability results on GPC systems [J]. Control Theory and Applications, 1998, 15(1): 24 - 30 (in Chinese)
- [6] Cutler C R and Ramaker B L. Dynamic matrix control —a computer control algorithm [A]. Proc. Joint American Control Conf. [C], San Francisco, 1980
- [7] Garcia C E and Morshedi A M Quadratic programming solution of dynamic matrix control (QDMC) [1]. Chemical Engineering Communications, 1986,46(1-3):73-87
- [8] Lopez J F, Oliveira G H C, Favier G. Multivariable constrained predictive control methods applied to the Shell benchmark problem: a comparison [A]. Proc. 3rd European Control Conf. [C], Rome, Italy, 1995

本文作者简介

戴连 1963 年生 .1993 年获浙江大学工业自动化专业工学博士学位,现为浙江大学智能系统与决策研究所副教授.目前主要研究方向为预测控制. 软测量技术与过程优化及其工业应用.

(上接第 584 页)

non-regressor based approach [J]. Int. J. Control, 1996,63(1):41-64

- [5] Qu Z, Dawson and Lim S L. A new class of robust control laws for tracking of robots [J]. Int. J. Robotics Research, 1994, 13(4); 355 - 363
- [6] Wang D, Wen C and Wang Y Robust control of robots using auxiliary polynomials; theory and experiments [J]. Int. J. Control, 1998, 70(4):523 540
- [7] LaSalle J and Lefschetz S. Stability by Lyapunov's Direct Method with Applications [M] New York: Academic Press, 1961

[8] Bor-sen Chen and Yeong-chan Chang. Nonlinear mixed H_2/H_∞ control for robust tracking design of robotic systems [J]. Int. J. Control, 1997, 67(6):837 – 857

本文作者简介

代 颞 1970 年生.1991 年毕业于重庆大学自动化系,1994 年和1998 年于西安交通大学人工智能与机器人所获工学硕士和博士学位,现在上海交通大学做博士后研究工作.主要研究方向是机器人的非线性控制,鲁棒控制,自适应控制等已发表文章30 余篇.

施緬椒 见本刊 2001 年第1期第11页、