

一类不确定线性系统的鲁棒自适应控制*

胡剑波 苏宏业 蒋培刚 褚健

(浙江大学工业控制技术国家重点实验室, 工业控制技术研究所以杭州, 310027)

摘要: 针对一类同时具有匹配不确定性和不匹配不确定性的线性系统, 首先采用李雅普诺夫稳定性定理, 结合基于矩阵不等式的鲁棒控制器设计方法和变结构控制方法, 设计鲁棒控制器, 使得闭环系统是二次渐近稳定的. 然后, 利用自适应参数估计方法, 设计具有匹配不确定性范数界估计能力的鲁棒自适应控制器, 保证闭环系统的一致终结有界. 在此基础上, 进一步考虑系统中可能的未知不确定性, 分析闭环系统的鲁棒性, 并得到了相应的控制器设计方法.

关键词: 不确定线性系统; 鲁棒控制; 变结构控制; 自适应控制

文献标识码: A

Robust Adaptive Control for a Class of Uncertain Linear Systems

HU Jianbo, SU Hongye, JIANG Peigang and CHU Jian

(National Key Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Industrial Process Control,
Zhejiang University · Hangzhou, 310027, P. R. China)

Abstract: The problem of robust stabilization for a class of linear systems with matching and mismatching uncertainties is discussed. Based on Lyapunov stability theory and linear matrix inequality method, the designing approach of robust variable structure controller is derived. A robust adaptive controller being able to estimate the upper norms of the boundedness of the matching uncertainties is presented with the adaptive parameter estimation method. Furthermore, the method of designing robust controller for the system with unknown uncertainties is proposed.

Key words: uncertain linear systems; robust control; variable structure control; adaptive control

1 引言(Introduction)

由于变结构控制系统对匹配不确定性具有极强的鲁棒性, 许多学者对此做了大量的研究^[1~3]. 但是, 对于不匹配不确定性, 因为变结构控制系统的不变性条件不再成立^[4,5], 所以此时的鲁棒性不能通过变结构控制器的一般设计方法来解决. 作为研究鲁棒控制问题的有效方法——矩阵不等式方法^[6], 它对解决具有确定结构的不确定性是十分有效的^[7]. 但是, 由于这种设计方法是通过对所选李雅普诺夫函数导数的不断加强来得到的, 所得的控制器必然会比较保守. 很显然, 通过对系统不确定性的有效分析, 对具有不同特性的不确定性, 采用相应的控制策略, 会提高控制系统的控制性能.

文献[8]将变结构控制设计方法和矩阵不等式方法相结合, 进行鲁棒变结构的设计, 为了保证滑模运动的存在性, 所得控制器比较复杂. 因此, 如仅根据鲁棒性要求来设计变结构控制器, 将简化控制系

统的设计, 很容易将变结构控制方法与基于矩阵不等式的鲁棒控制方法相结合.

在本文的研究中, 将结合变结构控制方法和矩阵不等式方法, 利用李雅普诺夫稳定性理论, 对同时具有匹配不确定性和结构确定不匹配不确定性的线性系统设计鲁棒控制器. 对于系统中的结构确定不匹配不确定性, 利用矩阵不等式方法, 在不考虑匹配不确定性的情形下, 设计鲁棒控制器. 对于系统中的匹配不确定性, 利用变结构控制设计思想来构造继电控制项. 这样所得的控制器是一种同时具有对匹配不确定性和不匹配不确定性有抑制能力的控制器. 为了提高控制系统的控制性能, 引入自适应参数估计方法, 在线估计匹配不确定性范数上界参数, 得到了一种使系统一致终结有界的控制器设计方法. 并对所得的变结构控制算法进行改进, 以便于实现和抑制控制信号抖动. 在此基础上, 进一步考虑未知不确定性, 分析闭环系统的鲁棒性, 导出相应的控制

* 基金项目: 浙江省自然科学基金(ZD9905)和国家自然科学基金(69934030)资助项目.

收稿日期: 1999-04-26; 收修改稿日期: 2000-04-13.

律设计方法.

2 问题的描述和假设 (Problem description and assumption)

考虑不确定性系统:

$$\dot{x} = Ax + M\delta(x) + B(u + F(x, t)). \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$ 为状态变量, $u \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入变量, $n \geq m \geq 1$, $\delta(x)$ 为系统在已知结构 M 下的不确定性, $F(x, t)$ 为系统的控制输入匹配不确定性. 矩阵 A, B, M 为具有适当维数的常数矩阵. 对系统 (1) 提出以下假设:

假设 1 对于系统的结构确定不匹配性, 存在常数矩阵 N , 使得:

$$\|\delta(x)\| \leq \|Nx\|. \quad (2)$$

假设 2 对于系统的匹配不确定性, 存在常数 c_0, c_1, c_2 及已知函数矩阵 $F_0(x, t)$, 使得

$$\|F(x, t) - F_0(x, t)\| \leq c_0 + c_1 \|x\| + c_2 \|x\|^2. \quad (3)$$

我们的设计任务是: 1) 在假设 1、2 成立的前提下, 且参数 c_0, c_1, c_2 已知, 设计鲁棒控制器, 使得所得闭环控制系统二次渐近稳定. 2) 在假设 1、2 成立的前提下, 但参数 c_0, c_1, c_2 未知, 设计具有一致终结有界性的鲁棒自适应控制器. 3) 当含有不符合假设 1、2 的不确定性时, 分析闭环系统的鲁棒性, 进一步得出相应的控制器.

3 匹配不确定性范数上界已知情况下的鲁棒控制器设计方法 (Robust controller under matching uncertainties and its known norm-bound)

定理 1 对于不确定线性系统:

$$\dot{x} = Ax + M\delta(x) + Bu, \quad (4)$$

引入关于正定矩阵 $P = P^T > 0, Q = Q^T > 0$, 正数 $\epsilon > 0$ 及矩阵 K 的集合 Ω :

$$(P, Q, \epsilon, K);$$

$$P(A + BK) + (A + BK)^T P + \frac{1}{\epsilon} P M M^T P + \epsilon N^T N + Q < 0. \quad (5)$$

如对应集合 Ω 中的任意元素, 选择控制器, $u = Kx$, 那么闭环系统二次稳定.

证 选取李雅普诺夫函数: $V = x^T P x$. 引入控制律 $u = Kx$ 时, 可以得到 V

$$L \triangleq \dot{V} = x^T [P(A + BK) + (A + BK)^T P] x + 2x^T P M \delta(x),$$

$$L \leq x^T \left\{ P(A + BK) + (A + BK)^T P + \frac{1}{\epsilon} P M M^T P + \epsilon N^T N \right\} x,$$

故有: $L \leq -x^T Q x \leq -\lambda_{\min}(Q) \|x\|^2$,

这就是说, 系统 (4) 在控制器 $u = Kx$ 的作用下是二次渐近稳定的.

定理 2 对于不确定线性系统 (1), 引入集合 Ω 的元素, P, Q, ϵ, K , 采用变结构控制律:

$$u = Kx - F_0(x, t) - (c_0 + c_1 \|x\| + c_2 \|x\|^2) \operatorname{sgn}(B^T P x), \quad (6)$$

那么闭环系统 (1) 和 (6) 是二次渐近稳定的.

证 选取李雅普诺夫函数: $V = x^T P x$. 按照定理 1 中同样的证明方法, 可以得到:

$$\begin{aligned} L \leq & -\lambda_{\min}(Q) \|x\|^2 + 2(c_0 + c_1 \|x\| + c_2 \|x\|^2) \|PBx^T\| - \\ & 2(c_0 + c_1 \|x\| + c_2 \|x\|^2) x^T P B \operatorname{sgn}(B^T P x) = \\ & -\lambda_{\min}(Q) \|x\|^2. \end{aligned}$$

这就是说, 系统 (4) 引入控制器 (6) 后的闭环系统是二次渐近稳定的.

备注 1 上述控制规律 (6) 中含有继电控制项, 称 $S = B^T P x$ 为切换函数. 由于系统 (1) 在控制器 (6) 的作用下是闭环渐近稳定的, 因此切换函数 S 将渐近趋向于零. 由于 $S^T S$ 并非一定小于零, 所以闭环系统不一定具有滑模运动. 尽管如此, 闭环控制系统 (1) 和 (6) 对系统 (1) 中含有的不匹配不确定性 $M\delta(x)$ 和匹配不确定性 $BF(x, t)$ 具有鲁棒性.

4 具有匹配不确定性范数上界参数估计能力的鲁棒自适应控制器设计 (Robust controller for mismatched uncertain system with the estimation for the norm-bounds of uncertainties)

当前述假设 2 中的参数 c_0, c_1, c_2 数值未知时, 控制器中的继电控制项增益可能太大或太小, 当其参数太大时, 将影响控制器的控制效率, 相反地将会影响系统的鲁棒性. 为此, 文献 [9, 10] 提出具有不确定性范数上界估计的变结构控制器. 结合本文中的研究对象, 可以得到如下结论.

定理 3 对于不确定线性系统 (1), 假设不确定性范数上界参数 c_0, c_1, c_2 未知, 引入集合 Ω 中的元素 P, Q, ϵ, K , 采用带有继电控制项的控制律:

$$u = Kx - F_0(x, t) - (\hat{c}_0 + \hat{c}_1 \|x\| + \hat{c}_2 \|x\|^2) \operatorname{sgn}(B^T P x), \quad (7)$$

其中 $\hat{c}_0, \hat{c}_1, \hat{c}_2$ 是参数 c_0, c_1, c_2 的估计值, 且采用的估计算法为:

$$\begin{cases} \dot{\hat{c}}_0 = q_0(-\varphi_0 \hat{c}_0 + \|B^T P x\|), \\ \dot{\hat{c}}_1 = q_1(-\varphi_1 \hat{c}_1 + \|B^T P x\| \|x\|), \\ \dot{\hat{c}}_2 = q_2(-\varphi_2 \hat{c}_2 + \|B^T P x\| \|x\|^2). \end{cases} \quad (8)$$

其中: $q_0, q_1, q_2, \varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$ 均为大于零的任意正数. 那么所得的闭环系统(1), (7), (8)是一致终结有界的.

证 选取李雅普诺夫函数:

$$V = x^T P x + q_0^{-1}(\hat{e}_0 - c_0)^2 + q_1^{-1}(\hat{e}_1 - c_1)^2 + q_2^{-1}(\hat{e}_2 - c_2)^2.$$

按照定理 1 中同样的证明方法,可以得到:

$$\begin{aligned} L \leq & -\lambda_{\min}(Q) \|x\|^2 - 2(\hat{e}_0 + \hat{e}_1 \|x\| + \hat{e}_2 \|x\|^2) \|B^T P x\| + 2(c_0 + c_1 \|x\| + c_2 \|x\|^2) \|B^T P x\| + 2q_0^{-1}(\hat{e}_0 - c_0)\dot{\hat{e}}_0 + \\ & 2q_1^{-1}(\hat{e}_1 - c_1)\dot{\hat{e}}_1 + 2q_2^{-1}(\hat{e}_2 - c_2)\dot{\hat{e}}_2. \end{aligned}$$

根据参数 c_0, c_1, c_2 估计算法(8),则有:

$$L \leq -\min(\lambda_{\min}(Q), \varphi_0, \varphi_1, \varphi_2) \|Y\| + \Delta,$$

其中

$$Y^T = (x^T, \hat{e}_0 - c_0, \hat{e}_1 - c_1, \hat{e}_2 - c_2),$$

$$\Delta = \varphi_0 c_0^2 + \varphi_1 c_1^2 + \varphi_2 c_2^2.$$

由于 $\Delta > 0$ 为常数,根据文献[11~13]中关于一致终结有界的定义及判据,可以得出上述闭环系统(1), (7), (8)是一致终结有界的. 进而系统(1)在控制器(7)和(8)的作用下是一致终结有界的.

5 改进算法(Improved algorithm)

考虑到控制算法(7)和(8)中存在符号函数,无法避免控制信号的抖动存在. 为了克服控制信号的抖动,这里采用文献[10]中提出的近似变结构控制算法,得到以下改进控制算法(令: $B^T P x = [s_1 \ \cdots \ s_m]^T = S$):

$$u = Kx - F_0(x, t) - \rho_0(\hat{e}_0 + \hat{e}_1 \|x\| + \hat{e}_2 \|x\|^2)ch(B^T P x),$$

$$\dot{\hat{e}} = q_0(-\varphi_0 \hat{e}_0 + \rho_0 B^T P x ch(B^T P x)),$$

$$\dot{\hat{e}}_1 = q_1(-\varphi_1 \hat{e}_1 + \rho_0 \|x\| B^T P x ch(B^T P x)),$$

$$\dot{\hat{e}}_2 = q_2(-\varphi_2 \hat{e}_2 + \rho_0 \|x\|^2 B^T P x ch(B^T P x)).$$

其中:

$$ch(S) = \begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{1 - \exp(-\mu s_1)}{1 + \exp(-\mu s_1)} \\ \vdots \\ \frac{1 - \exp(-\mu s_m)}{1 + \exp(-\mu s_m)} \end{bmatrix}, & \|S\| < \xi, \\ \frac{1}{\rho_0} \operatorname{sgn}(S), & \|S\| > \xi \end{cases}$$

$$\mu > 0, \xi > 0.$$

可以用与上述定理 3 相似的方法来证明所得闭环系统是一致终结有界的. 同样地,可以对控制器

(6)进行近似,得到相应的近似控制律,进而该近似控制律将保证所得闭环系统的一致终结有界.

备注 2 采用改进的控制算法,可以避免控制信号的抖动. 一方面,当 μ 增大和 ξ 减小时, $ch(S)$ 将渐近地接近于 $\operatorname{sgn}(S)$, 另一方面,函数 $ch(S)$ 当 $\xi \rightarrow 0$ 和 $\mu \rightarrow +\infty$ 时, $ch(S) \rightarrow \operatorname{sgn}(S)$, 因此它是 $\operatorname{sgn}(S)$ 的一种近似.

6 结论(Conclusion)

本文利用矩阵不等式方法、变结构控制方法和自适应控制方法,研究了一类不确定线性系统的鲁棒控制器、鲁棒自适应控制器设计方法,文中结果表明:1) 变结构控制方法和矩阵不等式方法相结合可以抑制匹配不确定性和结构确定不匹配不确定性,所设计的控制器不一定要满足匹配条件;2) 采用自适应控制方法可以提高控制效率;3) 在一定条件下,结合矩阵不等式、变结构控制方法和自适应控制方法可以抑制未知不确定性对系统稳定性的影响.

参考文献(References)

- [1] Utkin V I. Sliding Model in Control and Optimization [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1992
- [2] DeCarlo R A, Zak S H and Matthews G P. Variable structure control of nonlinear multivariable system: a tutorial [J]. IEEE Proceedings, 1988, 76(2):212-232
- [3] Slotine J, Li Weiping. Applied nonlinear control [M]. Engle-Wood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991
- [4] Gao Weibing. VSC Theory and Its Design Method [M]. Beijing: Science Publisher of China, 1996 (in Chinese)
- [5] Kwan C M. Sliding mode control of linear systems with mismatched uncertainties [J]. Automatica, 1995, 31(2):303-307
- [6] Boyd S, Ghaoui L E, Feron E. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory [M]. Philadelphia: SIAM, 1994
- [7] Sheng Tielong. H^∞ Control Theory and Its Application [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1996, 136-165 (in Chinese)
- [8] Kim K S, Park Y. Robust sliding hyperplane design for parametric uncertain systems by Riccati approach [A]. Proceeding of the American Control Conference [C], Philadelphia, Pennsylvania, 1998, 579-583
- [9] Graham W, Su C Y and Stepanenko Y. A sliding mode controller with improved adaptive laws for the upper bounds on the norm of uncertainties [J]. Automatica, 1998, 34(12):1657-1661
- [10] Hu jianbo, Chu Jian. A VSC using the identification for the upper norms of uncertainties [J]. Information and Control, 1999, (28-Suppl.): 148-151 (in Chinese)

- [11] Corless M J, Leitmann G. Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundness for uncertain dynamic systems [J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 1981, 26(5):1139 - 1144
- [12] Hansheng Wu. A class of state feedback controllers with simple structures for uncertain nonlinear dynamical systems [J]. Trans. of Society of Instrument and Control Engineers, 1996, 32(4):477 - 485
- [13] Huang L. Stability Theory [M]. Beijing: Publisher of Beijing University, 1992, 12 - 14 (in Chinese)

本文作者简介

胡剑波 见本刊 2001 年第 3 期第 389 页.

苏宏业 浙江大学工业控制技术研究所副教授. 主要研究领域: 鲁棒控制, 时滞系统和工业控制.

蒋培刚 浙江大学工业控制技术研究所博士生. 主要研究领域: 鲁棒控制和时滞系统.

褚 健 见本刊 2001 年第 3 期第 389 页.

更 正

本刊 2001 年第 3 期第 443 页, 喻寿益的英文地址改为: College of Information Science and Engineering, Central South University · Changsha, 410083, P.R. China

相应的中文地址改为: 中南大学信息科学与工程学院 · 长沙, 410083

特此更正并致歉.

本刊编辑部