

文章编号: 1000-8152(2001)04-0617-04

混沌吸引子不稳定周期轨道控制方法研究*

潘永湘 刘兴伟 李敏远

(西安理工大学信息与控制工程系·西安, 710048)

摘要: 提出一种控制混沌吸引子不稳定周期轨道的新方法. 该方法先从系统映射图中找出混沌吸引子不稳定不动点的近似值, 然后利用非线性反馈达到控制混沌的目的. 这种方法的主要特点是不需要知道混沌系统的具体模型, 而且可以在混沌态的任意时刻施加控制作用. 另外, 该方法还具有很强的抗干扰能力和非常快的收敛速度. 控制结构简单, 易于实现. 仿真结果表明了该方法的有效性.

关键词: 混沌; 周期轨道; 系统映射图; 控制

文献标识码: A

The Research of the Method of Control Unstable Periodic Orbits Embedded in Chaotic Attractor

PAN Yongxiang, LIU Xingwei and LI Minyuan

(Department of Information and Control, Xi'an University of Technology · Xi'an, 710048, P. R. China)

Abstract: A new method for controlling over unstable periodic orbits embedded in chaotic attractor is presented. This method first finds out the approximation of unstable equilibrium points in chaotic attractor from the system map graph; and then, the nonlinear feedback control is used to achieve the purpose of controlling over chaos. The main characteristic of this method is to exert control actions at any time in the chaotic state without knowing any concrete modes in the chaotic system. In addition, this method is characterized by the very strong ability to resist interference, very fast convergence speed, simple controlling structure, being easy to achieve its structure. The simulation results indicate the effectiveness of this method.

Key words: chaos; periodic orbits; system map graph; control

1 引言(Introduction)

到目前为止, 人们已提出了各种控制混沌的方法并在实际应用中取得了良好的效果. 这些方法主要有: OGY 方法^[1]、非线性反馈控制方法^[2]、自适应控制方法、用截面映象非线性延时反馈控制混沌方法^[3]和智能控制方法等. 但是, 使用这些方法需要一个较难确定的目标轨道, 而上述方法又未指出如何确定该目标轨道. 尽管用截面映象法不需要确定目标轨道, 但只能控制低周期(1 和 2 周期)轨道, 此外, OGY 和自适应控制方法等还要知道混沌态中不稳定周期轨道的某些线性化特征, 而且只有在混沌态处于期望稳定周期轨道的一个极小邻域内施加控制作用时才能达到控制目的; 对于智能控制方法来说, 其收敛速度又太慢. 因此, 现有的几种方法在实际应用中都不同程度地受到了限制. 有鉴于此, 作者提出一种通过系统映射图来找出系统不稳定点(或周期点)的近似值, 并据此来控制混沌的新方法. 下面介绍该方法的基本思路与算法, 并给出仿真结果.

2 基本思路与控制算法(Basic thinking and control algorithm)

2.1 问题的提出(Presence of problem)

给定混沌动力系统

$$X_{k+1} = F(X_k), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2.1.1)$$

其中, $X_k \in \mathbb{R}^n$, $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 连续可微. 若 X_f 为系统的不稳定不动点或周期点, 我们的目的是使系统稳定到 X_f 上. 为此, 引用 Li-Yorke 定义如下:

Li-Yorke^[5]定义 连续映射或点映射 $F: [a, b] \times \mathbb{R} \mapsto [a, b], (x, \lambda) \mapsto F(x, \lambda)$ 称为是混沌的, 如果:

- 1) 存在一切周期的周期点;
- 2) 存在不可数子集 $S \subset [a, b]$, S 不含周期点,

使得

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} |F^n(x, \lambda) - F^n(y, \lambda)| = 0, \quad x, y \in S, x \neq y, \quad (2.1.2)$$

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |F^n(x, \lambda) - F^n(y, \lambda)| > 0, \quad x, y \in S, x \neq y \quad (2.1.3)$$

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |F^n(x, \lambda) - F^n(p, \lambda)| > 0, x \in S, \quad (2.1.4)$$

p 为周期点. 此定义中, 式(2.1.2), 式(2.1.3)说明子集的点 $x \in S$ 相当集中而又相当分散; 式(2.1.4)说明子集不会趋近于任意周期点.

由定义可知, 只要时间足够长, 基于混沌遍历性的特点, 系统一定能够运动到不稳定不动点(或周期点) X_f 上. 但要找出不动点(或周期点) X_f 却很困难, 若在其某一邻域内找一个点作为它的近似值则比较容易. 因此, 我们的思路是: 先在系统映射图上的一个不稳定不动点(或周期点) X_f 的近似值, 然后利用这个近似值引导混沌系统迅速运动到其邻域内, 再通过非线性反馈控制使混沌系统稳定到 X_f 上.

2.2 从系统映射图中找出 X_f 的近似值(The approximation of X_f is found from the system map graph)

系统映射图, 是指将公式(2.1.1)中的 X_f 作横坐标、 X_{k+1} 作纵坐标所形成的图形, 该图形称为 1P 轨道映射图; 若将公式(2.1.1)变为

$$X_{k+m} = F^m(X_k), k = 1, 2, \dots; m > \geq 2 \quad (2.2.1)$$

所形成的图形, 称为 mP 轨道映射图.

如对于二维 Henon 映射系统

$$\begin{cases} x_{k+1} = -p \cdot x_k^2 + y_k + 1, \\ y_{k+1} = q \cdot x_k, \end{cases} \quad (2.2.2)$$

式中 p, q 为常数. 当 $p = 1.4, q = 0.3$ 时, 映射(2.2.2)有奇怪吸引子. 我们可以根据系统映射图在不动点 (x_f, y_f) 的 ϵ (这里 ϵ 取 0.1) 邻域内获得其在 1P 轨道上的近似值为 (0.6105, 0.1903), 在 2P 轨道上各周期点的近似值为 (-0.4615, 0.2903) 和 (0.9111, -0.1577), 在 4P 轨道上各周期点的近似值为 (-0.7832, 0.3439), (0.2899, 0.1776), (0.6051, -0.2037), (1.0723, 0.1054).

2.3 非线性反馈控制(Nonlinear feedback control)

结论 1 (引自文献[4], 证明从略)

对于一维混沌映射系统

$$x_{k+1} = F(x_k), k = 1, 2, \dots, \quad (2.3.1)$$

其中, $x_k \in \mathbb{R}, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 连续可微. x_{f1} 为系统的不动点(即一周期解), 若满足

$$F(x_{f1}) = x_{f1}, \quad (2.3.2)$$

则不动点 x_{f1} 的稳定性由 Floquet 乘子

$$\rho = \left(\frac{dF(x_n)}{dx_n} \right)_{x_{f1}} = F'(x_{f1}) \quad (2.3.3)$$

决定, 即 $|\rho| < 1$ 稳定, $|\rho| > 1$ 不稳定.

控制算法 1 及其分析

假设已获得不动点 x_{f1} 的近似值 x'_{f1} , i) 引入如下反馈控制

$$u_k = \omega[x'_{f1} - F(x_k)], \quad (2.3.4)$$

则式(2.3.1)转化为

$$x_{k+1} = F(x_k) + u_k = (1 - \omega)F(x_k) + \omega x'_{f1}, 0 < \omega < 1. \quad (2.3.5)$$

式(2.3.5)表明从任意初始点出发的混沌系统通过几步迭代即可迅速运动到不动点 x_{f1} 的邻域内.

ii) 将式(2.3.4)所示的反馈控制改为

$$u_n = \omega[x_k - F(x_k)], \quad (2.3.6)$$

则式(2.3.1)转化为

$$x_{k+1} = F(x_k) + u_k = (1 - \omega)F(x_k) + \omega x_k. \quad (2.3.7)$$

显然, 当 ω 取值在 $[0, 1]$ 时, 只要 x_k 在 $[x_{\min}, x_{\max}]$ 范围内, 则 x_{k+1} 也一定在这一范围内. 因此, 这种反馈控制可以在任一时刻开始, 且保证 x_k 不跑出原混沌区域. 从式(2.3.7)可以看出, 它与式(2.3.1)有相同的一周期解, 但式(2.3.1)所示映象处于混沌态, 一周期解是不稳定的; 但对于式(2.3.7), 此时 Floquet 乘子为

$$\rho = (1 - \omega)F'(x_{f1}) + \omega, \quad (2.3.8)$$

当 $F'(x_{f1}) < -1$ 时, 则可很容易找到 ω (ω 在 $[0, 1]$ 内取值) 使得 $|\rho| < 1$; $F'(x_{f1}) > 1$ 只要系统运动到 x_{f1} 的邻域内(在此邻域内 $F(x_k)$ 为单调递增, 且 $F(x_k) > x_k$) 时, 同样可找到 ω (ω 取大于 1 的值) 使得 $|\rho| < 1$, 从而也能保证 x 不跑出原混沌区域.

结论 2 (引自文献[4]) 对一维混沌映射(2.3.1)的 m 周期解, 若满足

$$F^m(x_{fm}) = x_{fm} (F^k(x_{fm}) \neq x_{fm}, k < m), \quad (2.3.9)$$

其中 x_{fm} 为 m 周期的某一周期点, 则它的稳定性由 Floquet 乘子

$$\rho = (F^m)'(x_{fm}) \quad (2.3.10)$$

决定, 同样有 $|\rho| < 1$ 稳定, $|\rho| > 1$ 不稳定.

控制算法 2 及示例

假定已获得不动点 x_{fm} 的一个近似值 x'_{fm} , i) 给式(2.2.1)引入式(2.3.4)的反馈控制, 则有

$$x_{k+m} = (1 - \omega)(F^m)(x_k) + \omega x'_{fm} \tag{2.3.11}$$

待混沌系统运动到周期点 x'_{fm} 的邻域后, ii) 再引入式(2.3.6)所示的反馈控制, 则式(2.2.1)转化为

$$x_{k+m} = (1 - \omega)(F^m)(x_k) + \omega x_k \tag{2.3.12}$$

类似的分析可知, 该方法能迅速地将混沌系统稳定到 mP 轨道上. 一般说来只要计算机的容量与速度不受限制, 对于 m 周期而言, 只要知道其中的一个周期点的近似值就可以实现有效的控制.

现在以一维映射系统^[5]

$$X_{K+1} = \alpha \cdot X_K + X_K^3 + \beta \cdot X_K^4, K = 1, 2, \dots \tag{2.3.13}$$

为例, 当 $m = 11$ 时, 经过控制算法 2, 系统很快稳定到 1.0631, 0.9133, 1.1675, 0.4410, 0.6786, 0.9599, 1.1299, 0.6462, 0.9714, 1.1156, 0.7133 的 11P 轨道上.

但对于二维或二维以上高维系统的不稳定不动点(或周期点)的控制效果, 因理论分析复杂, 则难于作出类似的结论, 为此我们将在下节结合具体实例给出仿真结果.

3 仿真结果(Simulation results)

以式(2.2.2)所示的二维 Henon 映射系统为例, 为控制其 4P 轨道, 对式(2.2.2)的两式同时施加前述的控制算法 2, 并取 4P 轨道中某一周期点的近似值为(0.6051, -0.2073), 反馈增益 ω 为 0.96, 控制结果如图 1 所示, 系统最终稳定到 ((0.2178, 0.1915), (1.1251, 0.0653), (-0.7068, 0.3375), (0.6382, -0.2120)) 的 4P 轨道上.

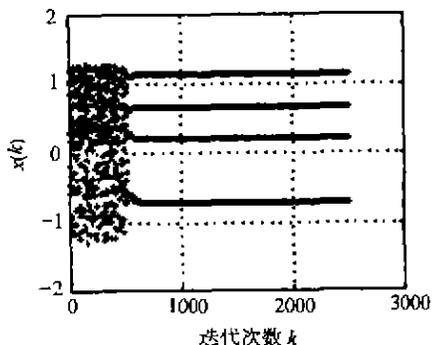


图1 稳定 4P 轨道
Fig.1 Steady 4P orbit

另外, 对式(2.2.2)所示的 Henon 映射系统施加如图 2 所示的干扰 $\xi(k)$, 则 1P 轨道的控制结果如图 3 所示, 由此可见, 该反馈控制方法具有很强的抗干扰能力.

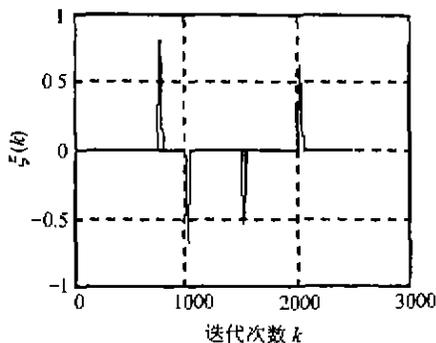


图 2 干扰
Fig.2 disturbance

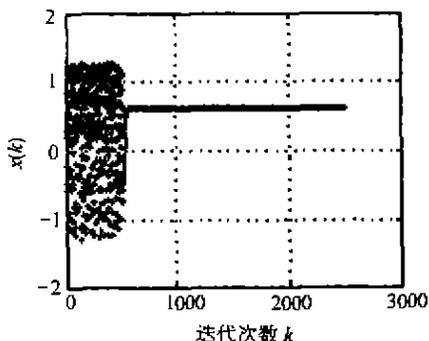


图 3 加干扰后的 1P 轨道控制结果
Fig.3 Result of control 1P orbit for disturbance

4 结论(Conclusions)

我们提出的这种混沌吸引子不稳定周期轨道控制新方法有以下特点:

- 1) 该控制方法不需要知道系统的模型, 而是在由系统的输入和输出所构成的映射图上找出不稳定不动点或周期点的近似值来达到控制混沌的目的, 这在实际过程中是很容易实现的.
- 2) 由于受控系统与原混沌系统 m 周期解相同, 只是稳定性不同, 因此受控后的稳定周期是混沌吸引子中的不稳定周期轨道, 与 OGY 等方法的控制目的是一致的.
- 3) 由于该控制方法不改变原系统中变量的变化范围, 因而可在混沌系统运动的任意时刻施加控制作用.
- 4) 该控制方法利用混沌系统的不稳定不动点或周期点的近似值来进行引导控制, 所以从上述分析、计算和仿真结果可以看出, 这种方法在实际系统的混沌控制中将是简便和有效的.

参考文献(References)

[1] Ott E, Grebogi C and York J A. Controlling chaos [J]. Physical Review Letters, 1990, 64(11): 195 - 1199

- [2] Liu Ren-hong, Tian Wei-han. Nonlinear control of chaos [J]. Chinese Physics Letters, 1998, 15(4):249-251
- [3] Yang Shiping, Tian Gang, Xu Shushan, Hu Gang. Feedback control chaos on section image of nonlinear delay [J]. The Press of Physics, 1996, 45 (7):1101-1105
- [4] Xu Jianxue. Modern Theory of Nonlinear Dynamics—Fork, Chaos, Fractal [M]. Xi'an: Press of University of Jiaotong Xi'an, 1998 (in Chinese)
- [5] Liu Shishi, Liu Shida, Tan Benku. Nonlinear Strnospheric Dynamics [M]. Beijing: Press of National Defence Industry, 1996 (in Chinese)
- [5] Zheng Weimin. Positive Feedback [M]. Beijing: Press of University of Qinghua, 1997 (in Chinese)
- [7] Gora P, Boyarsky A. Iterated function systems and dynamical systems [J]. Chaos, 1995, 5(4):634-639

本文作者简介

潘永湘 1946年生,西安理工大学自动化与信息工程学院副教授,主要从事过程建模,系统优化与智能控制等领域的研究工作。

刘兴伟 1975年生,西安理工大学自动化学院控制理论与应用硕士研究生,主修方向为混沌控制及其应用研究。

李敏远 1957年生,西安理工大学自动化与信息工程学院副教授,主要从事控制理论领域的研究工作。

第四届全球智能控制与自动化大会(WCICA'02)

征文通知

第四届全球智能控制与自动化大会(WCICA'02)将于2002年6月10~14日在上海召开,大会热忱欢迎广大同行踊跃投稿,录用的论文将由正式出版社出版论文集,并成为国际重要检索机构如EI、INSPEC等的检索源,征文范围如下:

| | | |
|--------------|----------------|-------------|
| S1 智能控制 | S11 变结构控制 | S21 分布式控制系统 |
| S2 神经网络 | S12 非线性系统与控制 | S22 传感与测量 |
| S3 模糊系统与模糊控制 | S13 鲁棒控制 | S23 运动控制 |
| S4 遗传算法与进化计算 | S14 优化控制与优化方法 | S24 智能机器人 |
| S5 人工智能与专家系统 | S15 大系统理论与方法 | S25 电力系统 |
| S6 智能调度与生产计划 | S16 故障诊断 | S26 环境与生物工程 |
| S7 学习控制 | S17 CIMS与制造系统 | S27 人机系统 |
| S8 系统理论与控制理论 | S18 仿真与控制系统CAD | S28 智能仪表 |
| S9 建模、辨识与估计 | S19 智能信息处理系统 | S29 智能交通系统 |
| S10 自适应控制 | S20 混合系统与DEDS | S30 各种应用 |

投稿者请提交3份用中文或英文书写的论文全文,并在首页中注明论文题目、作者姓名和单位、联系人的详细通讯地址(包括电话、传真和E-mail)、摘要、3~5个关键词以及所属的征文领域(如S1智能控制)。大会特别欢迎专题分会的建议,建议应包括分会主题、至少5个报告者的名单及其论文题目,并完全按照上述同样要求提交论文全文。

请于2001年10月31日前将论文打印稿一式三份寄至:

上海交通大学自动化系 WCICA'02 秘书处

邮政编码:200030

电话:021-62932114 传真:021-62932045

E-mail:secretariat@wcica.sjtu.edu.cn

http://wcica.sjtu.edu.cn