

文章编号: 1000-8152(2001)05-0662-07

基于非线性系统相对度的学习控制算法 及在非完整移动机器人中的应用*

胡跃明 谭慧琼

李迪

(华南理工大学自动控制工程系·广州, 510640) (华南理工大学机电工程系·广州, 510640)

摘要: 首先提出了一种基于非线性系统相对度的迭代学习控制算法, 并证明了其收敛性. 该算法通过对系统以前的输入和输出跟踪误差信号进行学习来反复调整输入量, 使得系统在经过一定次数的学习以后, 其实际输出趋于期望输出且其内部状态也具有好的收敛特性. 其次将此算法应用于两轮驱动的移动机器人动力学系统, 数值仿真结果表明了这种算法的有效性.

关键词: 移动机器人; 学习控制; 相对度; 轨迹跟踪; 非完整力学系统

文献标识码: A

Learning Control Algorithm Based on Relative Degree of Nonlinear Systems with Application to Nonholonomic Mobile Robots

HU Yueming and TAN Huiqiong

(Department of Automatic Control Engineering, South China University of Technology · Guangzhou, 510640, P. R. China)

LI Di

(Department of Mechanical and Electronic Engineering, South China University of Technology · Guangzhou, 510640, P. R. China)

Abstract: This paper addresses the learning control problem of nonlinear control systems. Based on the relative degree of nonlinear systems, an iterative learning control algorithm is proposed and the convergence is also proved. The proposed scheme adjusts the control input repeatedly by using the input and output tracking error signal of the previous operation until perfect tracking is achieved. The algorithm is then applied to a two-wheel steering nonholonomic mobile robot, and numerical simulations are performed to show its efficiency.

Key words: mobile robots; learning control; relative degree; trajectory tracking; nonholonomic mechanical systems

1 引言(Introduction)

非完整移动机器人近年来已日益受到国内外控制界的重视^[1-5]. 广义地说任何带有轮式移动驱动机构的机械装置如卡车等都属于这类机器人范畴. 这类系统由于具有无打滑等非完整约束条件, 使得其控制问题变得相当困难, 如不能采用连续或可微的纯状态反馈实现系统的渐近稳定, 不能采用非线性变换实现整体线性化等^[1,3,6-9]. 因此目前大多数工作主要基于构造时变连续状态反馈及非连续状态反馈控制器^[7-9]. 这类方法不仅要求准确的运动学或动力学模型, 而且衰减或收敛速度也较慢, 因此用于实时控制时往往效果较差. 仅有少量工作致力于采用模糊控制、神经网络及遗传算法等方法研究

其鲁棒控制问题.

移动机器人在许多应用场合如搬运等需执行重复任务, 因此对这类控制问题采用学习控制策略, 通过对系统以前的输入输出数据进行学习来反复调整控制量, 以达到提高控制精度的目的, 就具有重要的应用意义. 但是, 一般的学习控制算法通常要求系统的相对度分量均为 1^[10-12], 而许多实际系统如移动机器人这样的非完整力学系统的相对度往往不满足这一条件, 因此其应用范围受到了相当的限制. 本文在[13]等文的基础上, 提出了一种基于非线性多输入多输出系统相对度的迭代学习控制算法, 并将其应用于两轮驱动的移动机器人, 数值仿真结果表明该种算法具有良好的抗干扰性及快速的收敛性.

* 基金项目: 国家 863 计划智能机器人主题(9805-19), 国家自然科学基金(69974015)和广东省自然科学基金(990583)资助项目.
收稿日期: 1999-09-17; 收修改稿日期: 2000-09-04.

2 基于相对度的学习控制算法 (Relative degree based learning control algorithm)

考虑下列多输入多输出非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + G(x)u, \\ y = h(x). \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m$ 和 $y \in \mathbb{R}^m$ 分别是系统的状态、输入和输出向量; $G = (g_1, \dots, g_m), h = (h_1, \dots, h_m)^T$ 及 f 是相应维数的充分光滑的向量与矩阵函数.

定义 1^[14] 称多输入多输出非线性系统(1)具有相对度(向量) (r_1, \dots, r_m) , 如果

A) 对所有 $1 \leq i, j \leq m, 0 \leq k \leq r_i - 1$ 成立

$$L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0;$$

B) 矩阵

$$J(x) = \begin{pmatrix} J_1(x) \\ J_2(x) \\ \vdots \\ J_m(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_2(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{r_2-1} h_2(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{pmatrix} \quad (2)$$

是非奇异的.

众所周知, 在上述条件下, 非线性控制系统(1)能实现输入/输出解耦或输入/输出精确线性化^[14]. 故通过适当的反馈, 此类系统应该具有期望的输出动态特性. 显然当系统的相对度分量大于 1 时, 如[10~12]等文中提出的常规学习控制算法已不再适用.

设 S 和 Q 分别是 $(x(0), u(t), t \in [0, T])$ 到 $(x(t), t \in [0, T])$ 和 $(x(0), u(t), t \in [0, T])$ 到 $(y(t), t \in [0, T])$ 的映射; $y_d = (y_{1d}, \dots, y_{md})^T$ 为给定的光滑输出轨迹, 而由其产生的期望输入和状态分别为 u_d 和 x_d . 定义 $e_k(t) = (e_{1k}(t), \dots, e_{mk}(t))^T = (y_{1d}(t) - y_{1k}(t), \dots, y_{md}(t) - y_{mk}(t))^T$ 为系统在第 k 次运行时的输出跟踪误差向量, 系统在每一次运行时的状态记为 x_k . 学习控制的目的是希望系统经过一定次数的运行后, 其输出跟踪误差在时间范围 $[0, T]$ 内按某种范数可达到期望的精度.

由定义 1, 我们可以得到系统在第 k 次运行时输出跟踪误差 $e_k(t)$ 每一分量 $e_{ik}(t)$ 的导数为

$$e_{ik}^{(j)} = y_{id}^{(j)} - y_{ik}^{(j)} =$$

$$L_f^j h_i(x_d) - L_f^j h_i(x_k), \quad 0 \leq j \leq r_i - 1, \quad (3)$$

$$e_{ik}^{(r_i)} = y_{id}^{(r_i)} - y_{ik}^{(r_i)} =$$

$$L_f^{r_i} h_i(x_d) - L_f^{r_i} h_i(x_k) + J_i(x_d)u_d - J_i(x_k)u_k. \quad (4)$$

采用如下的学习控制算法:

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^{r_i} S_{kij}(t) e_{ik}^{(j)}(t), \quad (5)$$

这里 $S_{kij}(t) \in \mathbb{R}^m$ 是增益系数向量.

算法的收敛性条件 设非线性系统(1)具有相对度 (r_1, \dots, r_m) ; 映射 S 与 Q 是一一对应的; f, G, h 及上述定义的函数 $J_i(x)$ 和 $L_f^j h_i(x)$ ($0 \leq j \leq r_i, i = 1, \dots, m$) 均满足李普西兹条件. 如果选取(5)中的系数 $S_{kij}(t)$ 满足下列条件

$$\sup_{t \in [0, T]} \left\| I - \sum_{i=1}^m S_{kiv_i}(t) J_i(x_k) \right\| \leq \rho < 1 \quad (6)$$

且初值满足

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \| x_d(0) - x_k(0) \| = 0, \quad (7)$$

则上述学习控制算法(5)保证了其输出当 $k \rightarrow \infty$ 时, 在区间 $[0, T]$ 上是一致收敛于其期望值的, 同时输入和状态在区间 $[0, T]$ 上也是一致收敛的. 其中矩阵 $A = (a_{ij})_{p \times q}$ 的范数 $\|A\|$ 定义为

$$\|A\| = \max_{1 \leq i \leq p} \left\{ \sum_{j=1}^q |a_{ij}| \right\}.$$

证 由所给条件知, 存在相应的常数满足(在不引起混淆情况下, 以下将省略有关变量)

$$\|L_f^j h_i(x_d) - L_f^j h_i(x_k)\| \leq M_1 \|x_d - x_k\|, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, r_i, \quad (8)$$

$$\|J_i(x_d) - J_i(x_k)\| \leq J_0 \|x_d - x_k\|, \quad i = 1, \dots, m, \quad (9)$$

$$\|f(x_d) - f(x_k)\| \leq f_0 \|x_d - x_k\|, \quad (10)$$

$$\|G(x_d) - G(x_k)\| \leq G_0 \|x_d - x_k\|, \quad (11)$$

$$\|h(x_d) - h(x_k)\| \leq h_0 \|x_d - x_k\|. \quad (12)$$

由(3)、(4)及(5)知

$$u_d - u_{k+1} =$$

$$u_d - u_k - \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^{r_i-1} S_{kij} e_{ik}^{(j)} - \sum_{i=1}^m S_{kiv_i} e_{ik}^{(r_i)} =$$

$$u_d - u_k - \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^{r_i-1} S_{kij} [L_f^j h_i(x_d) - L_f^j h_i(x_k)] -$$

$$\sum_{i=1}^m S_{kiv_i} [L_f^{r_i} h_i(x_d) - L_f^{r_i} h_i(x_k)] -$$

$$\sum_{i=1}^m S_{kiv_i} J_i(x_k) [u_d - u_k] -$$

$$\sum_{i=1}^m S_{k_{r_i}} [J_i(x_d) - J_i(x_k)] u_d. \quad (13)$$

因此由(8)至(13)可得

$$\begin{aligned} & \| u_d - u_{k+1} \| \leq \\ & \left\| I - \sum_{i=1}^m S_{k_{r_i}} J_i(x_k) \right\| \| u_d - u_k \| + \\ & \sum_{i=1}^m \left[h_0 + \sum_{j=1}^{r_i} M_1 \| S_{k_{ij}} \| + M_2 \| S_{k_{r_i}} \| \| u_d \| \right] \cdot \\ & \| x_d - x_k \| \leq \rho \| u_d - u_k \| + \beta \| x_d - x_k \|. \end{aligned} \quad (14)$$

其中 ρ 为(6)中的常数, 而 β 为

$$\beta = \sup_{i,k} \sum_{j=1}^m [h_0 + \sum_{j=1}^{r_i} M_1 \| S_{k_{ij}} \| + M_2 \| S_{k_{r_i}} \| \| u_d \|]. \quad (15)$$

另一方面, 将(1)改写成积分方程形式有

$$\begin{aligned} x_d - x_k &= x_d(0) - x_k(0) + \int_0^t [f(x_d) - f(x_k)] d\tau + \\ & \int_0^t [G(x_d) - G(x_k)] u_d d\tau + \\ & \int_0^t G(x_k) [u_d - u_k] d\tau. \end{aligned} \quad (16)$$

因此由(10)和(11)可得

$$\begin{aligned} & \| x_d - x_k \| \leq \\ & \| x_d(0) - x_k(0) \| + \int_0^t [(f_0 + G_0 \| u_d \|) \| x_d - \\ & x_k \| + \| G(x_k) \| \| u_d - u_k \|] d\tau \leq \\ & \| x_d(0) - x_k(0) \| + \\ & \int_0^t [C_1 \| x_d - x_k \| + C_2 \| u_d - u_k \|] d\tau. \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$C_1 = \sup_{i \in [0, T]} [f_0 + G_0 \| u_d \|]; \quad C_2 = \sup_{i \in [0, T], k} \| G(x_k) \|.$$

由(17)及 Gronwall 不等式^[14]知

$$\begin{aligned} & \| x_d - x_k \| \leq \\ & [\| x_d(0) - x_k(0) \| + C_2 \int_0^t \| u_d - u_k \| d\tau] e^{C_1 t}. \end{aligned} \quad (18)$$

于是由(14)和(18)得

$$\begin{aligned} & \| u_d - u_{k+1} \| \leq \\ & \rho \| u_d - u_k \| + \beta e^{C_1 t} \| x_d(0) - x_k(0) \| + \\ & \beta C_2 e^{C_1 t} \int_0^t \| u_d(\tau) - u_k(\tau) \| d\tau. \end{aligned} \quad (19)$$

对向量函数 q 及正数 λ , 引入范数 $\| q \|_\lambda =$

$$\begin{aligned} & \sup_{t \in [0, T]} e^{-\lambda t} \| q(t) \|, \text{ 当 } \lambda > C_1 \text{ 时, 由上述(19)可得} \\ & \| u_d - u_{k+1} \|_\lambda \leq \\ & \rho \| u_d - u_k \|_\lambda + \sup_{t \in [0, T]} \beta e^{(C_1 - \lambda)t} [\| x_d(0) - \\ & x_k(0) \| + C_2 \int_0^t \| u_d(\tau) - u_k(\tau) \| d\tau] \leq \\ & \rho \| u_d - u_k \|_\lambda + \beta \| x_d(0) - x_k(0) \| + \\ & \beta C_2 \| u_d - u_k \|_\lambda \sup_{t \in [0, T]} e^{(C_1 - \lambda)t} \int_0^t e^{\lambda \tau} d\tau \leq \\ & \left[\rho + \frac{\beta C_2}{\lambda} \sup_{t \in [0, T]} e^{(C_1 - \lambda)t} (e^{\lambda T} - 1) \right] \| u_d - \\ & u_k \|_\lambda + \beta \| x_d(0) - x_k(0) \|. \end{aligned} \quad (20)$$

由于 $\rho < 1$, 故可取 λ 适当大, 使得

$$\begin{aligned} & \rho + \frac{\beta C_2}{\lambda} \sup_{t \in [0, T]} e^{(C_1 - \lambda)t} (e^{\lambda T} - 1) \leq \\ & \rho + \frac{\beta C_2}{\lambda} e^{C_1 T} = \rho < 1, \end{aligned} \quad (21)$$

故有下式成立

$$\| u_d - u_{k+1} \|_\lambda \leq \rho \| u_d - u_k \|_\lambda + \beta \| x_d(0) - x_k(0) \|. \quad (22)$$

由上式即得

$$\begin{aligned} & \| u_d - u_{k+1} \|_\lambda \leq \\ & \rho^k \| u_d - u_k \|_\lambda + \beta \frac{1 - \rho^k}{1 - \rho} \| x_d(0) - x_k(0) \|, \end{aligned} \quad (23)$$

于是在条件(7)下, 由(14)及(23)可知

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \| u_d - u_{k+1} \|_\lambda = 0, \quad (24)$$

即 $\lim_{k \rightarrow \infty} \| u_d - u_{k+1} \| = 0$ 在 $[0, T]$ 上一致成立. 由(12)及(18)知 $\lim_{k \rightarrow \infty} \| y_d - y_k \| = 0$ 和 $\lim_{k \rightarrow \infty} \| x_d - x_k \| = 0$ 同样在 $[0, T]$ 上一致成立. 算法的收敛性得到证明.

显然若取 $S_{k_j} = 0 (i = 1, \dots, m; j = 0, 1, \dots, r_i - 1)$, (5) 即为文[13]中提出的学习控制算法, 因此(5)更具一般性. 其次上述算法显然对文[10, 12]等所考虑的相对度分量为1的非线性系统亦适用, 其适用范围因此也更广(如文[12]中的收敛性条件(3)当 $D(t) = 0$ 时显然不适用, 但如果引入本文的思想对算法进行适当修正, 就可能保证其收敛性). 因此上述算法具有一定的理论与应用意义.

如果取增益系数

$$(S_{k_{1r_1}}(t), \dots, S_{k_{m r_m}}(t)) = \epsilon J^{-1}, \quad (25)$$

而其它 $S_{k_{ij}}(t)$ 适当小, 则(6)中的常数 $\rho = |1 - \epsilon|$, 因此在条件(7)下, 对充分接近1的 ϵ , 上述算法具有较快的收敛速度. 为了保证系统具有良

好的输出动态特性,可以采用[4]等文中的输入输出解耦控制设计方法选取适当的初始输入 $u_1(t)$.

类似地,可以将[10,11]等文中的高阶迭代学习控制思想应用到本文所考虑的系统,对算法(5)进行修正.采用如下通过系统前 N 次的输入输出数据进行输入量调整的学习控制算法:

$$u_{k+1}(t) = \sum_{i=1}^N [P_i u_{k-t+1}(t) + \sum_{j=0}^m \sum_{i=0}^l S_{kij}(t) e_i^{(j)}(t)] \quad (26)$$

其中 $S_{kij}(t) \in \mathbb{R}^m$ 是增益系数向量, P_i 是满足 $\sum_{i=1}^N P_i = I$ 的增益系数矩阵.其收敛性条件与上类似(只需对 P_i 附加一代数条件^[11]),此处不再讨论.该算法由于使用了更多的历史数据,通过有关参数的选取,对提高学习的收敛速度将会有一定作用,当然需要占用大量的存储空间,从而增加相应的硬件成本.

3 在两轮驱动移动机器人动力学系统中的应用 (Application to two-wheel steering mobile robot dynamic systems)

3.1 非完整力学控制系统模型的简化 (Model reduction of nonholonomic mechanical systems)

考虑具有运动约束的非完整力学控制系统:

$$\begin{cases} M(q)\dot{q} + V(q, \dot{q}) = E(q)\tau - A^T(q)\lambda, \\ A(q)\dot{q} = 0. \end{cases} \quad (27)$$

其中 $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是对称正定惯性矩阵, $V(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 是位置及与速度相关的力向量, $E(q) \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 是输入转换矩阵, τ 是 r 维输入向量, $A(q)$ 是 $m \times n$ 行满秩矩阵, λ 是约束力向量.

设约束矩阵 $A(q)$ 的零空间的基矩阵为 $S(q) = (s_1, s_2, \dots, s_{n-m})$, 也即 $A(q)s_i(q) = 0 (i = 1, \dots, n - m)$. 约束 $A(q)\dot{q} = 0$ 意味着 $\dot{q} \in \text{span}(s_1, \dots, s_{n-m})$, 即存在 $n - m$ 维速度向量 $v(t) = (v_1, v_2, \dots, v_{n-m})^T$ 使得

$$\dot{q} = S(q)v(t). \quad (28)$$

对(28)式求导,然后代入(27)式可得

$$S^T(M\dot{S}v(t) + M\dot{S}v(t) + V) = S^T E(q)\tau. \quad (29)$$

令 $x = (q^T, v^T)^T$, 则原系统化为下列形式

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} Sv \\ f_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ (S^TMS)^{-1}S^TE \end{pmatrix} \tau. \quad (30)$$

其中 $f_2 = (S^TMS)^{-1}(-S^TMS\dot{v} - S^TV)$. 假设实际输入的个数大于或等于自由度个数, 即 $r \geq n - m$, 以及 $(S^TMS)^{-1}S^TE$ 的秩数为 $n - m$, 令 $u(t)$ 为辅助

输入量,我们可采用以下非线性反馈:

$$\tau = ((S^TMS)^{-1}S^TE)^+ (u - f_2), \quad (31)$$

此处 $((S^TMS)^{-1}S^TE)^+$ 是 $(S^TMS)^{-1}S^TE$ 的广义逆, 则状态方程可简化为以下形式:

$$\dot{x} = f(x) + G(x)u. \quad (32)$$

其中

$$f(x) = \begin{pmatrix} S(q)v \\ 0 \end{pmatrix}, \quad G(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}. \quad (33)$$

于是我们将原受运动约束的非完整力学系统简化为系统(32)的控制问题.值得注意的是上述简化过程是建立在模型和参数精确已知的前提下,而实际系统往往存在不确定性因素的影响如负载及惯量的变化等.因此在设计控制器时,必须要考虑系统或参数不确定性因素的影响,使系统具有良好的鲁棒性.

3.2 两轮驱动移动机器人系统的建模与简化 (Modeling and model reduction of two-wheel driven mobile robot systems)

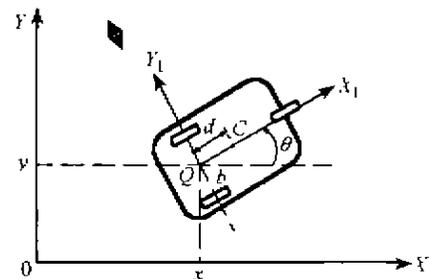


图1 移动机器人示意图
Fig 1 Two-wheel steering mobile robot

考虑如图1所示的典型三轮移动机器人,它由具有两个同轴的驱动轮和一个辅助前轮的小车组成,后轮两个独立的电机驱动其移动.其中 $X - Y$ 为惯性坐标系; $X_1 - Y_1$ 为小车坐标系,如图1所示; Q 为小车的几何中心,即小车轮轴的中点,其惯性坐标为 (x_Q, y_Q) ; C 为小车重心坐标,其惯性坐标为 (x_c, y_c) ; b 为驱动轮与 Q 点之间的距离; r 为驱动轮半径; m 为小车及负载重量; I 为小车在轴上绕 C 点的转动惯量; d 为 QC 之间的距离; (x, y) 为小车轮轴中心点 Q 在惯性坐标系中的位置; θ 为坐标系 $\{Q, X_1, Y_1\}$ 和惯性坐标系之间的夹角.

由图1知 $(x_c, y_c) = (x + d\cos\theta, y + d\sin\theta)$, 非完整约束使得小车只能在驱动轮轴垂直的方向上运动,即小车必须满足以下的纯滚动和无打滑条件:

$$y_c \cos\theta - x_c \sin\theta - d\dot{\theta} = 0. \quad (34)$$

上述约束是非完整约束^[6], 将其写成向量形式:

$$A(q)q = 0, \quad (35)$$

其中 $A(q) = (-\sin\theta, \cos\theta, -d)$, $q = (x, y, \theta)^T$. 容易求得 $A(q)$ 的零空间的基矩阵 $S(q)$ 为

$$S(q) = (s_1(q), s_2(q)) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -d \sin\theta \\ \sin\theta & d \cos\theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (36)$$

由拉格朗日原理, 可得上述移动机器人的动力学模型(27)中有关项为

$$M(q) = \begin{pmatrix} m & 0 & 2md \sin\theta \\ 0 & m & -2md \cos\theta \\ 2md \sin\theta & -2md \cos\theta & I \end{pmatrix};$$

$$V(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} 2md\dot{\theta}^2 \cos\theta \\ 2md\dot{\theta}^2 \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$E(q) = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos\theta \\ \sin\theta & \sin\theta \\ b & b \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix}.$$

定义状态变量为 $x = (x_c, y_c, \theta, v_1, v_2)^T$ 则我们可以将小车的动态方程写成(1)的形式, 此时

$$f(x) = \begin{pmatrix} v_1 \cos\theta - dv_2 \sin\theta \\ v_1 \sin\theta + dv_2 \cos\theta \\ v_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad G(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (37)$$

若选取移动机器人的重心位置 (x_c, y_c) 为输出变量, 则根据定义1可计算出此时系统的相对度为(1,1), 而相关(或解耦)矩阵为

$$J(x) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -d \sin\theta \\ \sin\theta & d \cos\theta \end{pmatrix}.$$

若选取输出变量为 x_c, y_c 和 θ , 则此时系统的相对度为(2, 2), 相关矩阵为

$$J(x) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -d \sin\theta \\ \sin\theta & d \cos\theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

因此对上述两种输出变量选取, 本文提出的学习控制算法收敛条件满足.

3.3 数值仿真结果(Numerical simulation results)

为了说明本文提出的学习控制算法在上述非完整机器人中的适用性, 我们对上面两种输出情形进行了数值仿真. 从仿真结果可以看出, 上述学习控

制算法具有很好的收敛性和动态特性.

仿真中使用的物理参数分别为 $m = 10\text{kg}$; $I = 5\text{kgm}^2$; $b = 0.5\text{m}$; $r = 0.05\text{m}$; $d = 0.1\text{m}$. 而跟踪轨线为 $x_d(t) = \cos(t), y_d = \sin(t), t \in [0, 2\pi]$; (25) 中的参数 ϵ 取为 $\epsilon = 0.005$.

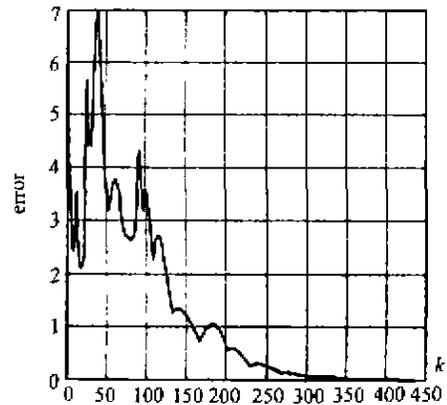


图2 输出选为 (x_c, y_c) 时的误差曲线图
Fig. 2 Error curves with output (x_c, y_c)

图2给出了输出变量为 (x_c, y_c) , 初始输入为 $(u_{11}(t), u_{21}(t))^T = (0.01, 0.01)^T$, (25) 中的增益系数阵为

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta_k(t)) & \sin(\theta_k(t)) \\ -0.05\sin(\theta_k(t)) & 0.05\cos(\theta_k(t)) \end{pmatrix}$$

的误差曲线图. 其中 $e = (x_d - x_k, y_d - y_k)^T$, $\text{error} = \sup_{[0,1]} \|e\|$.

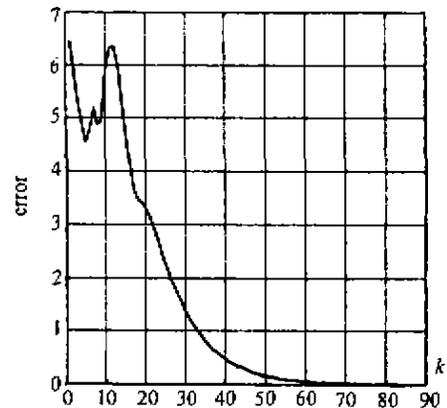


图3 输出选为 (x_c, y_c, θ) 时的误差曲线图
Fig. 3 Error curves with output (x_c, y_c, θ)

图3给出了输出变量为 (x_c, y_c, θ) , 初始输入为 $(u_{11}(t), u_{21}(t))^T = (0.01, 0.01)^T$, (25) 中的增益系数阵为

$$S_k(t) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_k(t)) & \sin(\theta_k(t)) & 0.05 \\ 0.05\cos(\theta_k(t)) & 0.05\sin(\theta_k(t)) & 0.09 \end{pmatrix}$$

的误差曲线图. 其中 $e = (x_d - x_k, y_d - y_k, \theta_d - \theta_k)^T$, $\text{error} = \sup_{[0,1]} \|e\|$.

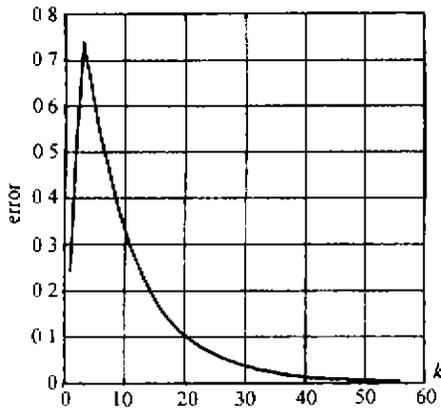


图 4 采用反馈后的误差曲线图

Fig 4 Error curves by feedback

图 4 给出了输出变量、相关矩阵相对度和增益系数矩阵均与图 3 相同,但初始输入取为下列反馈算法

$$u_{11}(t) = (-2d\sin(\theta_1(t))(x_d(t) - x_{c1}(t)) + 2d\cos(\theta_1(t))(y_d(t) - y_{c1}(t)) + 2d\cos(\theta_1(t))(\dot{x}_d(t) - \dot{x}_{c1}(t)) + 2d\sin(\theta_1(t))(\dot{y}_d(t) - \dot{y}_{c1}(t)))/d;$$

$$u_{21}(t) = (-2d\cos(\theta_1(t))(x_d(t) - x_{c1}(t)) - 2d\sin(\theta_1(t))(y_d(t) - y_{c1}(t)) - 2\sin(\theta_1(t))(\dot{x}_d(t) - \dot{x}_{c1}(t)) + 2\cos(\theta_1(t))(\dot{y}_d(t) - \dot{y}_{c1}(t)))/d$$

时的误差曲线图。而图 5 至图 7 分别为相应于图 4 的 $(x_c, y_c), \tau_1, \tau_2$ 曲线。

图 8 为引入模型误差后的误差曲线图,这里引入的误差主要是惯性矩阵的误差,即小车重量和转动惯量的误差,假设

$$\text{实际模型为: } M_{\Delta}(q)\ddot{q} + V_{\Delta}(q, \dot{q}) = E(q)\tau - A^T(q)\lambda;$$

$$\text{估计模型为: } M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) = E(q)\tau - A^T(q)\lambda.$$

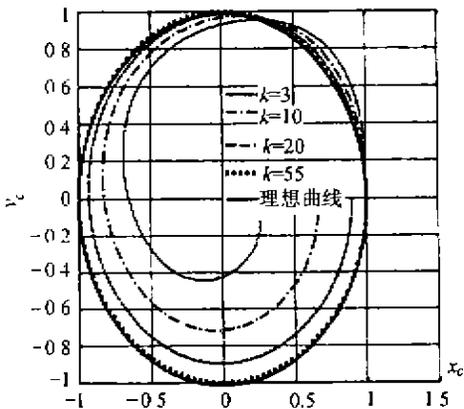


图 5 不同迭代次数时的 (x_c, y_c) 曲线图

Fig. 5 (x_c, y_c) curves with different iterative times

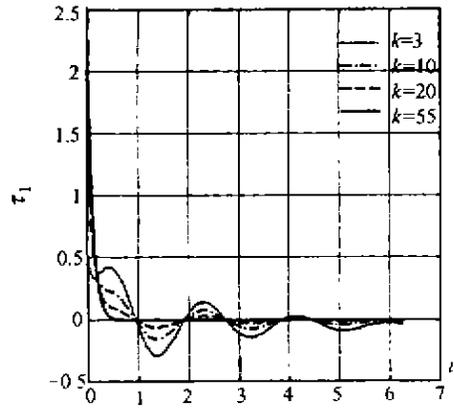


图 6 不同迭代次数时的 τ_1 曲线图

Fig. 6 τ_1 curves with different iterative times

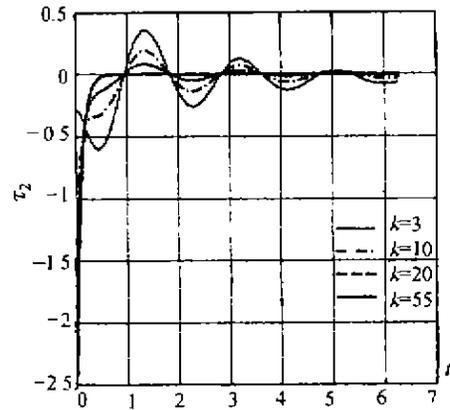


图 7 不同迭代次数时的 τ_2 曲线图

Fig. 7 τ_2 curves with different iterative times

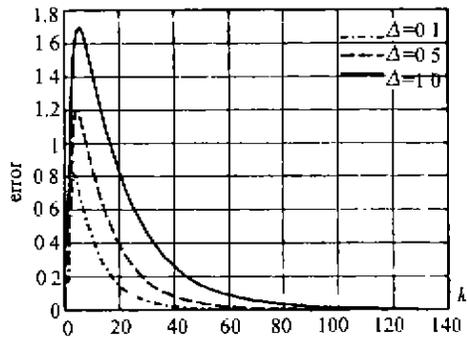


图 8 不同误差系数时的误差曲线图

Fig. 8 Error curves with different model uncertainties

其中 $M_{\Delta} = (1 + \Delta)M, V_{\Delta} = (1 + \Delta)V$. 我们可以从仿真结果中看到,即使误差系数 Δ 增加到 1.0,学习算法仍然可以有效地减少误差,从而达到精确跟踪的目的。

从仿真结果来看,在运用学习算法时,有几个问题值得注意和讨论:

1) 输出变量的选择。

选取移动机器人的重心位置 (x_c, y_c) 作为输出变量,有比较直观的物理意义。从仿真结果图 2 看

出,虽然跟踪误差最终可以减少到我们规定的范围内,但学习过程中震荡太大,学习次数太多,跟踪情况并不理想.其实,在仿真过程中我们已经发现,小车的方向角 θ 对整个系统的运动特性的影响非常大,因此考虑选取输出变量为 $(x_c, y_c, \theta)^T$,则从仿真结果图3及图4可以看到跟踪效果改善了很多,误差曲线比较光滑,而且学习次数大大减少.这里值得注意的一点是:虽然分别给出三个跟踪量 x_d, y_d, θ_d 比较困难,但是我们仍然可以由 x_d 和 y_d 及约束方程来得到 θ_d ,不过这时初始角 $\theta_j(0)$ 的计算就变得更为重要了.

II) 初始输入的选取.

学习算法在理论上可以任意选取初始输入,为了方便起见,在图2及图3中,我们均选择了初始输入 $(u_{11}(t), u_{21}(t))^T = (0.01, 0.01)^T$,但这样的结果是跟踪误差非常大,学习次数也过多.而且由于输入的任意性,甚至会引起系统的剧烈震荡或发散,以至于学习算法不能使系统收敛.为了克服这一点,我们可以采用反馈算法来获得初始输入,当然这个反馈允许误差与干扰的出现如图4所示.此时的跟踪效果就比较理想了,而且学习次数进一步减少,最大误差也较没有采用反馈时大大减少.

III) 增益系数矩阵的选取.

增益系数矩阵的选取必须满足条件(6),否则不能保证系统输出的收敛.另外,增益系数阵中各元素的大小也将影响系统收敛的速度,这从算法的收敛性证明过程可以看出.

4 结束语(Conclusion)

本文提出了一种基于非线性系统相对度的迭代学习控制算法.该算法通过系统前一次的输入和输出跟踪误差信号来调整输入量,对系统的要求和收敛条件比较简单,容易实现.对于像移动机器人动力学系统这类高度非线性的实际对象,本文给出的算法具有一定的应用意义.有关该算法在移动机器人的在线实现研究工作,作者目前正在进行之中.

参考文献(References)

[1] Dong W J and Huo W Quasi-exponential stabilization of wheeled

mobile robots with uncertainty[A]. Preprint of 14th Triennial World Congress [C], Beijing, 1999, 125 - 130

- [2] Luo Z H, Machida K and Funaki M. Design and control of a Cartesian nonholonomic robot [J]. *J. Robotic Syst.*, 1998, 15(2):85 - 95
- [3] Laumond J P. Robot Motion Planning and Control [M]. London: Springer-Verlag, 1998
- [4] Li Q X, Hu Y M and Zhou Q J. Robust output tracking of mobile robots [J]. *Control Theory and Applications*, 1998, 15(4):515 - 524
- [5] Chung J H, Velinsky S A and Hess R A. Motion control of a mobile manipulator by input-output linearization [A]. In ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition-Dynamic Systems and Control Division [C], Dallas, TX, USA, 1997, 481 - 486
- [6] Canudas de Wit C, Siciliano B and Bastin G. Theory of Robot Control [M]. London: Springer-Verlag, 1998
- [7] Hu Y M, Zhou Q J and Pei H L. Theory and applications of non-holonomic control systems [J]. *Control Theory and Applications*, 1996, 13(1):1 - 10
- [8] Kolmanovsky I and McClamroch N H. Developments in nonholonomic control problems [J]. *IEEE Control Systems*, 1995, 15(12):20 - 36
- [9] Krishnan H and McClamroch N H. Tracking in nonlinear differential-algebraic control systems with applications to constrained robot systems [J]. *Automatica*, 1994, 30(12):1885 - 1897
- [10] Kawamura S, Miyazaki F and Arimoto S. Realization of robot motion based on a learning method [J]. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 1988, 18(1):126 - 134
- [11] Hu Y M, Liu Y Q and Xiao H M. High-order iterative learning control algorithms of nonlinear systems [J]. *Applied Mathematics*, 1994, 7(4): 382 - 389
- [12] Pi D Y and Sun Y X. The convergence of iterative learning control with open-closed-loop P-type scheme for nonlinear time-varying systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(3): 351 - 354
- [13] Ahn H S, Choi C H and Kim K B. Iterative learning control for a class of nonlinear systems [J]. *Automatica*, 1993, 29(6):1575 - 1578
- [14] Isidori A. Nonlinear Control Systems [M]. (3rd edition) London: Springer-Verlag, 1995

本文作者简介

胡跃明 见刊2001年第2期第165页.

谭慧琼 1976年生,华南理工大学自动控制工程系硕士生,研究方向为机器人智能控制等.

李迪 见本刊2001年第3期第408页.