

文章编号: 1000-8152(2001)05-0717-05

基于连续可控 T 范数的模糊控制方法研究*

陈丹 何华灿 王晖

(西北工业大学计算机科学与工程系·西安, 710072)

摘要: 针对传统模糊控制中 MAX, MIN 算子的缺陷, 设计了一种由相关系数 h 控制的连续 T 范数, 使得与或运算形式根据运算量的相关性来决定, 而不是片面的取大或取小运算, 并进一步将其推广到多元与或运算中, 且应用于模糊控制. 在仿真实验中利用遗传算法确定相关系数, 实验结果证明了本方法的有效性.

关键词: T/S 范数; 相关系数; 模糊控制

文献标识码: A

Fuzzy Control Technique Based on Continuous T-norm and S-norm

CHEN Dan, HE Huacan and WANG Hui

(Department Computer Science and Engineering, Northwestern Polytechnical University · Xi'an, 710072, P. R. China)

Abstract: This paper proposes a new T-norm and S-norm, which can vary through Lukasiewicz operators, Probability operators, and Zadeh operators with a correlation coefficient h changing from -1 to 1 . Then we present simplified operators for multi-input AND and OR operators to be used in fuzzy logic controller, replacing the conventional MAX/MIN operators. We use genetic algorithm to decide the correlation coefficients. Simulation results show that our approach is better than the conventional fuzzy logic controller.

Key words: T-norm/S-norm; correlation coefficient; fuzzy control

1 引言(Introduction)

目前, 实用的模糊控制都是采用 Mamdani 提出的 MAX-MIN-重心法. 然而这种传统控制方法使得控制过程中的各要素往往受到不公平的待遇, 在合成运算后, 往往失掉了某些属性. 这就需要提出一种更“柔和”的模糊控制方法以克制 Mamdani 法的缺陷. 近年来, 人们在模糊系统中通过附加神经网络和遗传算法等功能, 以改善模糊控制的功能. 虽然神经网络方法也能得到较好的控制效果, 但是实现起来复杂. 也有很多文献提出了改善 MAX-MIN, 比如将 MIN 运算换成乘运算, 如 Prod-Sum 法, 或采用其他 T 范数、S 范数算子替代 MIN 和 MAX 运算, 但是并没有想到将这些算子综合起来. 俄罗斯的 Averkin^[1] 通过实验表明了不同的 T 算子对于控制结果的影响各不相同, 并指出可以证明, 常用的 3 个算子 Zadeh 算子、Lukasiewicz 算子和 Probability 算子应该进入一系列连续的 T 范数算子中. 何华灿教授^[2] 和 J. J. Buckley^[3] 都在理论上提出了一种新的含参数的 T 范数、S 范数, 并都引入了相关系数的概念, 指出 T

范数的运算形式由相关系数决定. 只是二者对于相关系数的取值范围和 T 范数的表示形式不同. 但是所提出的公式较为复杂, 如果应用到模糊控制中会失去模糊控制实现简单的优点. Yager^[4] 提出了一类 OWA 算子构造了变结构控制器, 金耀初等在此基础上利用遗传算法确定参数, 但是 OWA 算子的可变参数并没有物理意义, 因此不能从理论上得到合理的解释.

本文首先提出一种由相关系数 h 控制的连续 T 范数和 S 范数, 并将其简化后运用到模糊控制中代替传统的 MAX, MIN 运算, 既不是相关性意义, 又使得模糊控制中的计算得到了一定程度的简化.

2 带相关系数 h 的 T/S 范数 (T-norm/S-norm with correlation coefficient h)

在作进一步讨论之前, 先重申 T 范数的定义.

定义 1 若单位区间上的二元运算 $T(a, b)$: $[0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, 参数 h 决定了 $T(a, b)$ 的运算形式, 满足下列条件;

1) 边界条件: $T(1, a) = a, T(0, a) = 0$;

* 基金项目: 国家教委博士学科点专项基金(98069923)和陕西省自然科学基金(98x15)资助项目.

收稿日期: 1999-05-28; 收修改稿日期: 2000-07-03.

- 2) 交换律: $T(a, b) = T(b, a)$;
 3) 单调性: 如果 $b \leq c$, 则 $T(a, b) \leq T(a, c)$;
 4) 结合律: $T(T(a, b), c) = T(a, T(b, c))$.

则称这样的运算 $T(a, b)$ 为 T 范数, 它是一切与运算的数学模型.

在模糊控制中常用以下三个算子, 即:

Zadeh 算子 $T_Z(a, b) = \min(a, b)$, $S_Z(a, b) = \max(a, b)$, 它适用于 a, b 间具有最大相关性.

Probability 算子 $T_P(a, b) = ab$, $S_P(a, b) = a + b - ab$, 它适用于 a, b 间具有独立相关性.

Lukasiewicz 算子 $T_L(a, b) = \max(0, a + b - 1)$, $S_L(a, b) = \min(1, a + b)$, 它适用于 a, b 间具有最小相关性.

由此不难看出, 传统的模糊控制只是考虑了事物间具有最大相关性的情况, 而忽略了事物间具有独立相关性、最小相关性的情况, 因此只采用 MAX, MIN 算子是不全面的. 为此我们设计了一组连续可控的 T/S 范数, 引入相关系数 h 来控制运算形式. 这样, 对于不同的相关性将采用不同的运算.

定理 1 对于 $a, b \in [0, 1]$, $h \in [-1, 1]$ 是 a, b 的相关系数, 则

$$T_h(a, b) = \begin{cases} (1-h)T_P(a, b) + hT_Z(a, b), & 0 \leq h \leq 1, \\ (1+h)T_P(a, b) - hT_L(a, b), & -1 \leq h \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

是 T 范数.

证 易证 $T_h(a, b) \in [0, 1]$. 以下验证(1)式满足 T 范数的四个条件. 由于 T_P, T_Z, T_L 是 T 范数, 因此边界条件、交换律和单调性显然满足. 因此只需证明结合律, 即证明:

$$T_{h_3}(T_{h_1}(a, b), c) = T_{h_4}(a, T_{h_2}(b, c)). \quad (2)$$

考虑相关参数均属于 $[0, 1]$ 的情况, 则有

$$\begin{aligned} T_{h_3}(T_{h_1}(a, b), c) &= \\ (1-h_3)T_P(T_{h_1}(a, b), c) + h_3T_Z(T_{h_1}(a, b), c) &= \\ (1-h_3)T_P((1-h_1)T_P(a, b) + h_1T_Z(a, b), c) + & \\ h_3T_Z((1-h_1)T_P(a, b) + h_1T_Z(a, b), c). & \end{aligned}$$

由于 $T_P(a, b) \leq T_Z(a, b)$, 因此可知 $T_{h_3}(T_{h_1}(a, b), c)$ 在区间 $P = [T_P((1-h_1)T_P(a, b) + h_1T_Z(a, b), c), T_Z((1-h_1)T_P(a, b) + h_1T_Z(a, b), c)]$ 上变化. 同理可求得 $T_{h_4}(a, T_{h_2}(b, c))$ 在区间 $Q = [T_P(a, (1-h_2)T_P(b, c) + h_2T_Z(b, c)), T_Z(a, (1-h_2)T_P(b, c) + h_2T_Z(b, c))]$ 上变化. 只要

能证明 P, Q 的交集非空, 就可以选择合适的参数 h_3, h_4 使得(2)式成立.

令

$$\begin{aligned} P_{\min} &= T_P((1-h_1)T_P(a, b) + h_1T_Z(a, b), c), \\ P_{\max} &= T_Z((1-h_1)T_P(a, b) + h_1T_Z(a, b), c), \\ Q_{\min} &= T_P(a, (1-h_2)T_P(b, c) + h_2T_Z(b, c)), \\ Q_{\max} &= T_Z(a, (1-h_2)T_P(b, c) + h_2T_Z(b, c)), \end{aligned}$$

可得

$$P_{\min} \leq T_P(T_Z(a, b), c), Q_{\max} \geq T_Z(a, T_P(b, c)).$$

因为 $T_P(a, b), T_Z(a, b)$ 均满足结合律、单调性, 且 $T_P(a, b) \leq T_Z(a, b)$, 因此:

$$\begin{aligned} T_P(T_Z(a, b), c) &= \\ T_Z(ac, bc) &\leq T_Z(a, bc) = \\ T_Z(a, T_P(b, c)), & P_{\min} \leq Q_{\max}. \end{aligned}$$

同理可证明 $P_{\max} \geq Q_{\min}$. 因此 P, Q 的交集必定非空, 因此总能找到适当的参数使交换律满足. 同理可得相关系数为其他情况时也满足定理 1. 故定理 1 得证.

这里 h 是 a, b 的相关系数, 当 $h = 1$ 时, 表示 a, b 间具有最大相关性, $T_h = T_Z$; 当 $h = 0$, 表明 a, b 间具有独立相关性, $T_h = T_P$; 当 $h = -1$, 表明 a, b 间具有最小相关性, $T_h = T_L$. 当 h 在 $[0, 1]$ 间连续变化时, T_h 将在 T_P 和 T_Z 间作连续变化, 当 h 在 $[-1, 0]$ 间连续变化时, T_h 将在 T_P 和 T_L 间连续变化.

定理 2 对于 $a, b \in [0, 1]$, $h \in [-1, 1]$ 是 a, b 的相关系数,

$$S_h(a, b) = \begin{cases} (1-h)S_P(a, b) + hS_Z(a, b), & 0 \leq h \leq 1, \\ (1+h)S_P(a, b) - hS_L(a, b), & -1 \leq h \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

是 S 范数.

证 略.

定理 3

$$S_h(a, b) + T_h(a, b) = a + b. \quad (4)$$

证 略.

3 模糊推理中多元与/或运算的简化形式 (Simplified form of n -ary AND/OR operation in fuzzy reasoning)

考虑一个 MISO 系统, 具有 M 个输入, 输入与输出量分别用 x_m, y 表示. 具有 k 条规则, 第 i 条规则表示如下:

$$\text{IF } X_1 \text{ is } R_1^i \text{ and } \cdots X_m \text{ is } R_m^i \cdots$$

and X_M is R_M^i THEN Y is S^i .

X_m, Y 分别是与 x_m, y 相应的语言变量, R_m, S 是模糊集合. 整个模糊推理过程表示成:

$$F_i(y) = T_{h_1}(T_{h_2}(\dots(T_{h_m}(u_{R_1}(x_1), u_{R_2}(x_2)), \dots, u_S(y))))), \quad (5)$$

$$F(y) = S_{h_n}(S_{h_{n-1}}(\dots(S_{h_{k-1}}(F_1(y), F_2(y)), \dots, F_k(y))))). \quad (6)$$

这里, 解模糊判决采用常用的重心法:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^K F(y_i) \cdot y_i}{\sum_{i=1}^K F(y_i)}. \quad (7)$$

不难看出, 在控制器中只要知道 h_i 的值, 整个控制过程与传统模糊控制的唯一区别在于采用的与/或运算的不同. 同时也可以看出, 当所有与/或运算中 $h_i = 1$ 时, 整个推理模型就是 Mamdani 型. 在计算 $T_h(\mu_A(x), \mu_B(x))$ 时, h 依赖于模糊集 A 和 B 的相关性, 通常根据以往经验获得. 引入 T_h 和 S_h 虽然克服了以往与/或运算的盲目性, 却增加了运算复杂度, 特别是对于多输入多输出系统, 每一次与/或运算都需要相关系数 h , 这样实现起来是很繁琐的. 为此本文又提出了简化的多元与/或运算公式用于模糊控制器中.

定义 2 对于 $a_1, a_2, \dots, a_k \in [0, 1], h \in [-1, 1]$,

$$T_h(a_1, a_2, \dots, a_k) = \begin{cases} (1-h)a_1 a_2 \dots a_k + h \min(a_1, a_2, \dots, a_k), & 0 \leq h \leq 1, \\ (1+h)a_1 a_2 \dots a_k - h \max(0, a_1 + a_2 + \dots + a_k - k + 1), & -1 \leq h \leq 0. \end{cases} \quad (8)$$

定理 4 $\exists h \in [-1, 1]$, 使得

$$T_{h_{n-1}}(\dots T_{h_2}(T_{h_1}(a_1, a_2), a_3) \dots a_n) = T_h(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \quad (9)$$

成立.

证 以三个元素 a, b, c 进行与/或运算为例来证明. 由于 $|h_1|, |h_2| \leq 1$, 可分四种情况考虑.

当 $0 \leq h_1, h_2 \leq 1$ 时:

$$\begin{aligned} T_{h_2}(T_{h_1}(a, b), c) &= \\ T_{h_2}((1-h_1)ab + h_1 \min(a, b), c) &= \\ (1-h_2)((1-h_1)abc + h_1 \min(a, b)c) + & \\ h_2 \min((1-h_1)ab + h_1 \min(a, b), c). & \end{aligned} \quad (10)$$

可以得出 $T_{h_2}(T_{h_1}(a, b), c)$ 位于区间 $[(1-h_1)abc + h_1 \min(a, b)c, \min((1-h_1)ab + h_1 \min(a, b), c)]$, 令 $P = (1-h_1)abc + h_1 \min(a, b)c$ 和 $Q = \min((1-h_1)ab + h_1 \min(a, b), c)$. 可知 $\min P = abc, \max Q = \min(a, b, c)$. 因此当 $0 \leq h_1, h_2 \leq 1$ 时, T_h 在 $[abc, \min(a, b, c)]$ 之间连续变化. 同理以其他三种情况讨论可得 T_h 在 $[0, 1]$ 之间的分布情况如图 1 所示:

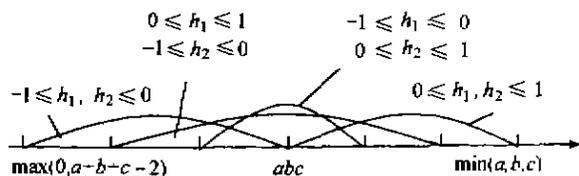


图 1 $T_{h_2}(T_{h_1}(a, b), c)$ 在不同情况下的分布

Fig.1 Range of $T_{h_2}(T_{h_1}(a, b), c)$ under different conditions

由上图可以看出, 在求三者的与运算时, 其值是根据 h_1, h_2 的取值在区间上 $[\max(0, a + b + c - 2), \min(a, b, c)]$ 连续变化. 而(8)式在 $-1 \leq h \leq 1$ 时可取遍 $[\max(0, a + b + c - 2), \min(a, b, c)]$ 上的所有值. 因此必然存在一个 h 使得(9)成立. 令 $Y = T_{h_2}(T_{h_1}(a, b), c)$, 可由(8)得到:

$$\begin{aligned} \text{若 } Y \geq abc & \\ h &= \frac{Y - abc}{\min(a, b, c) - abc}. \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{若 } Y \leq abc & \\ h &= \frac{Y - abc}{abc - \max(0, a + b + c - 2)}. \end{aligned} \quad (12)$$

因此公式(8)可以看作是多元与运算的简化形式. 同与运算的讨论类似, 可以得到或运算的简化形式.

定义 3 多元或运算的简化形式为:

$$S_h(a_1, a_2, \dots, a_k) = \begin{cases} (1-h)(1 - (1-a_1)(1-a_2)\dots(1-a_k)) + h \max(a_1, a_2, \dots, a_k), & 0 \leq h \leq 1, \\ (1+h)(1 - (1-a_1)(1-a_2)\dots(1-a_k)) - h \min(1, a_1 + a_2 + \dots + a_k), & -1 \leq h \leq 0. \end{cases} \quad (13)$$

以上给出的两个简化公式(8)和(13)在实际的控制中起到了很大的简化作用. 虽然在形式上体现不出每两个元素间的相关性, 但给出了多个元素间的等效相关系数, 其结果与考虑两个元素间的相关系数所得到的结果是一致的, 因此实质上仍保留了相关系数这一特色.

这样对于本节前面提到的 MISO 系统, 模糊推理可以重新表示成如下的形式:

$$F_i(y) = T_{h_i}(u_{R_1}(x_1), u_{R_2}(x_2), \dots, u_{R_M}(x_M), u_S(y)), \quad (14)$$

$$F(y) = S_{h_i}(F_1(y), \dots, F_i(y), F_k(y)), \quad (15)$$

$$y = \frac{\sum_{i=1}^k y_i F(y_i)}{\sum_{i=1}^k y_i}. \quad (16)$$

4 采用遗传算法确定相关系数(Decide correlation coefficients by GA)

本文所提出的基于连续可控 T 范数的控制方法与传统模糊控制的根本区别就在于引入了相关系数. 相关系数具有先验性. 给定一个模糊控制系统. 它的各个模糊集之间的相关性是固定的, 因此可以利用遗传算法离线地寻找能正确反映这种相关性的相关系数.

遗传算法(GA)是一种借鉴生物界自然选择和自然遗传机制的高度并行、随机搜索算法, 它的特点是全局优化能力强, 且对被优化的数学模型无先验要求, 并且不要求参数的连续性^[5].

遗传算法的步骤如下:

① 随机产生一个确定长度的特征串组成的初始种群.

② 对种群迭代的执行以下步骤, 直到满足停止准则.

i) 计算个体的适应值;

ii) 应用复制、交叉和突变算子产生下一代种群.

③ 在任一代中出现的最好的个体指定为遗传算法的执行结果.

为便于说明, 这里仍分析多输入单输出的模糊控制器. 设规则数为 J , 则由(14)~(16)式可以得出在模糊控制器中需要进行优化的参数包括: $h_1, h_2, h_3, \dots, h_{J+1}$, 对每一个参数采用 m 位二进制数 k 表示, 这样特征串长度为 $L = (J+1)m$, 由于参数均属于 $[-1, 1]$, 因此采用文献[6]中的线性映射公式进行编码, h 可由 k 表示:

$$h = -1 + \text{decimal}(k)_2 \frac{2}{2^m - 1}. \quad (17)$$

这里 decimal 是二进制数 $(k)_2$ 表示的十进制整数. 适应值函数应根据实际应用选择.

5 仿真实验(Simulation result)

以图2所示的一阶倒立摆为例, 分析本文所提出的基于连续 T 范数的模糊控制器的性能. 摆杆的底部用铰链固定在一辆可以在有限或无限长的轨道上运

动的小车上通过向小车施力来控制摆杆保持垂直.

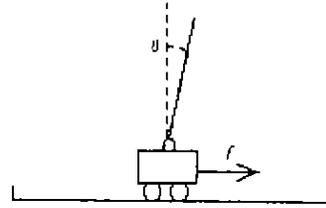


图2 倒立摆小车系统示意图

Fig 2 Inverted pendulum system

该系统的数学模型如下:

$$\ddot{\theta} = \frac{g \sin \theta - \cos \theta \left[\frac{f + m_p l \dot{\theta}^2 \sin \theta}{m_c + m_p} \right]}{l \left[\frac{4}{3} - \frac{m_p (\cos \theta)^2}{m_c + m_p} \right]},$$

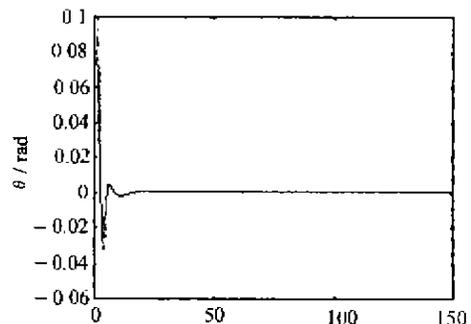
$$\ddot{x} = \frac{f + m_p l [\dot{\theta}^2 \sin \theta - \ddot{\theta} \cos \theta]}{m_c + m_p}.$$

倒立摆动力方程的参数设置如下: $g = 9.8 \text{ m/s}^2$; m_c 是小车的质量 (1.0kg); m_p 是倒立摆的质量 (0.1kg); l 是倒立摆的长度 (1.0m); 本例以摆杆偏角 θ (rad) 和角速度 θ' (rad/s) 为输入量, 外力 f (N) 为输出量. 控制规则为 49 条. 约束条件是: $-0.1 \leq \theta \leq 0.1$, $-0.3 \leq \theta' \leq 0.3$, $-10 \leq f \leq 10$. 初始值为 $\theta = 0.1$ (rad), $\theta' = 0$ (rad/s), 采样时间为 0.1s. 遗传算法的适应度函数取成:

$$f = \frac{1}{1 + \text{Dis}}, \quad (18)$$

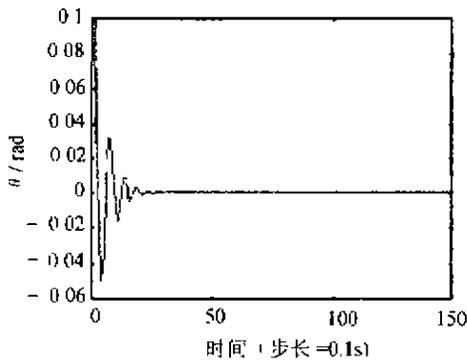
$$\text{Dis} = \sum_{t=0}^M (\theta(t) - \theta(\infty)). \quad (19)$$

式中 $\theta(\infty) = 0$, M 取成 15s, (19)式可以保证使 θ 收敛越迅速的个体适应值越大. 令群体数为 20, 每个参数采用 8 位二进制数表示, 这样基因链的总长度为 400, 令交叉概率为 0.75, 变异概率为 0.01, 以 100 次迭代的最优个体作为最后结果, 仿真结果如图 3(a) 所示. 当模糊推理采用传统的 Mamdani 法时, 即本文方法中所有相关系数均为 1 时, 得到如图



时间 (步长=0.1s)

(a) 本文方法



(b) Mamdani方法

图3 仿真结果对比

Fig. 3 Comparative simulation results

3(b)所示的结果,不难看出,本文方法的效果明显更优。

6 结论(Conclusion)

本文指出,传统模糊控制中采用某一固定运算(如 MAX, MIN)作为与/或运算是片面的,我们构造了一种新的连续可控的 T/S 范数,使得运算形式由运算量的相关性决定,从而避免了运算选择的盲目性。我们将这种连续可控的 T/S 范数用在模糊控制中替代传统的 Mamdani 法,由仿真实验可以看出,本文方法比传统的 Mamdani 法更优。

本文利用遗传算法确定相关系数达到了证明引入相关系数对于模糊控制是一种改进的目的,下一步我们将继续研究更好的确定相关系数的方法。

参考文献(References)

- [1] Averkin A N. Decision making based on multivalued logic and fuzzy logic. architectures for semiotic modeling and situation analysis in

- large complex systems [A]. Proc. 95th IEEE International Symposium on Intelligent Control Workshop[C], Monterey, Mexico, 1995
- [2] He luacan, Lu Yonghuan and He Daqing. Generalized logic in experience thinking [J]. Science in China (E), 1996, 39(3): 225 - 234
- [3] Buckley J J and Siler W. A new t-norm [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 100(1-3): 283 - 290
- [4] Yager Ronald R. Analysis of flexible structured fuzzy logic controller [J]. IEEE Trans. System, Man, and Cybernetics, 1994, 24(7): 1035 - 1043
- [5] Jin Yaochu and Jiang Jinpin. The analysis of GA-based fuzzy controller[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 1997, 10(1): 75 - 80 (in Chinese)
- [6] Seng Teo Lian, Khalid Marzuki and Yusof Rubiyah. Tuning of a neuro-fuzzy controller by genetic algorithms with an application to a coupled-tank liquid-level control system [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 1998, 11(4): 519 - 529
- [7] Chiang D A and Lin N P. Correlation of fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1999, 102(2): 221 - 226
- [8] Yu Chunhai. Correlation of fuzzy numbers [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1993, 55(1): 303 - 307
- [9] Hong D H and Hwang S Y. Correlation of intuitionistic fuzzy sets in probability space[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1995, 75(1): 77 - 81
- [10] Han Shenglian, Hu Guosi and Wang Jianqiao. Features of fuzzy control and the problems to be solved [J]. Control and Decision, 1998, 13(5): 558 - 562 (in Chinese)

本文作者简介

陈丹 1975年生,分别于1998年,2000年获得西北工业大学学士和硕士学位,现于西北工业大学计算机科学与工程系攻读博士学位。主要研究方向是计算机软件与理论,人工智能,智能控制。

何华灿 1938年生,现为西北工业大学教授,博士生导师。主要研究方向为人工智能的基础理论与应用,泛逻辑理论。

王晖 1971年生,1998年获得西北工业大学硕士学位,现于西北工业大学计算机科学与工程系攻读博士学位。主要研究方向是人工智能,并行编译

(上接第716页)

- [4] Kayako O, Yoshilusa O and Masami K. Diagnostic expert system for mould level control equipment in continuous caster [A]. Proceedings 6th Int. Iron and Steel Congress [C], Nagoya, 1990, 331 - 338
- [5] Dussud M, Simonin P and Galichet S. Fuzzy logic control of continuous casting installations [A]. Preprints IFAC 13th World Congress [C]. San Francisco, 1996, 469 - 474
- [6] Fuxiang Ch. On random control problem with disturbance of colored noises [J]. Journal of Automation, 1986, 12(3): 224 - 228 (in Chinese)
- [7] Wei W. Generalized Predictive Control Theory and Application [M]. Beijing: Science Press, 1998 (in Chinese)

本文作者简介

郭戈 1972年生,1994年东北大学自动控制系本科毕业,1998年于东北大学自动化研究中心获博士学位,现为甘肃工业大学副教授。目前的主要研究方向是复杂工业过程的建模与控制,智能控制理论与应用等。

王伟 1955年生,1988年在东北大学获工学博士学位,1990年至1992年在挪威工学院从事博士后研究,现为东北大学教授,博士生导师、国家自然科学基金委员会委员。主要研究方向为自适应控制理论与应用,预测控制等。

柴天佑 见本刊2001年第3期第352页。